

На правах рукописи

ЛАРИН НИКОЛАЙ ВЛАДИМИРОВИЧ



**РАССЕЯНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН
НЕОДНОРОДНЫМИ ТЕРМОУПРУГИМИ ТЕЛАМИ**

Специальность 1.2.2. Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Тула – 2022

Работа выполнена в ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет».

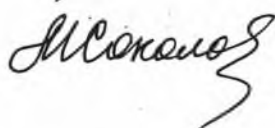
- Научный консультант: **Толоконников Лев Алексеевич**
доктор физико-математических наук, профессор
- Официальные оппоненты: **Кузнецов Сергей Владимирович** –
доктор физико-математических наук, профессор, ФГБУН «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук», г. Москва, лаборатория механики прочности и разрушения материалов и конструкций, главный научный сотрудник
- Пшеничнов Сергей Геннадиевич** –
доктор физико-математических наук, доцент, НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, лаборатория динамических испытаний, ведущий научный сотрудник
- Шитикова Марина Вячеславовна** –
доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», международный научный центр по фундаментальным исследованиям в области естественных и строительных наук им. Россихина Ю.А., руководитель
- Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»**

Защита состоится « 6 » декабря 2022 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.417.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, Тула, пр. Ленина, 92 (12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, Тула, пр. Ленина, 92 и на сайте https://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-212-271-05/Larin_NV/

Автореферат разослан « 14 » сентября 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Соколова Марина Юрьевна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Широкое применение теории дифракции в исследовательской и производственной практике требует разработки все более точных математических моделей, адекватно описывающих реально наблюдаемые дифракционные процессы. Для многих технических задач актуальна проблема взаимодействия акустических волн в жидкости с упругими телами различной конфигурации.

Распространение и дифракция волн в упругих средах изучались в работах Бабешко В.А., Бреховских Л.М., Векслера Н.Д., Горшкова А.Г., Гузя А.Н., Завадского В.Ю., Исаковича М.А., Кубенко В.Д., Кузнецова С.В., Лямшева Л.М., Молоткова Л.А., Петрашеня Г.И., Поручикова В.Б., Тарлаковского Д.В., Шендерова Е.Л., Allegra J.R., Faran J.J., Flax L., Hook J.F., Lock M.H., Stoneley R., Thomson W.T., Uberall H., Varadan V.K., Varadan V.V. и др.

Большинство исследований в теории дифракции звуковых волн на упругих телах относится к телам из однородного материала. Но характерной особенностью всякого реального материала является его неоднородность. Неоднородную структуру материал может приобрести в процессе изготовления, в частности, для придания ему требуемых свойств (функционально-градиентные материалы, слоистые композиты), а также при эксплуатации под воздействием температурных полей, магнитных полей, облучения, влажности. Кроме того, встречается неоднородность природного происхождения (грунты, горные породы, биологические ткани). Актуальности исследований дифракции звуковых волн на телах со сложной реологией способствуют современные задачи гидроакустики, судовой акустики, дефектоскопии, медицинской диагностики, биомеханики, геофизики.

Построение решений прямых задач дифракции звуковых волн на неоднородных упругих телах для произвольных законов изменения материальных параметров тел связано с большими математическими трудностями.

Обратные задачи дифракции звука на упругих телах приводят к малоисследованным математическим проблемам, требующим новых подходов и методов решения. Необходимость решения таких задач возникает при определении неизвестных свойств рассеивателя (свойств материала, геометрических параметров).

Результаты исследований прямых и обратных задач дифракции звуковых волн на неоднородных упругих телах приведены в работах Бобровницкого Ю.И., Бреховских Л.М., Бурова В.А., Воровича И.И., Коваленко Г.П., Медведского А.Л., Молоткова Л.А., Приходько В.Ю., Скобельцына С.А., Толоконникова Л.А., Тюткина В.В., Шендерова Е.Л., Beilina L., Colton D., Kress R. и др. При этом тепловые процессы в упругих телах исключались из рассмотрения.

Деформирование упругого тела под воздействием внешнего акустического поля сопровождается изменением температуры тела. Возникает взаимное влияние полей деформаций и температуры. Таким образом, при решении задач дифракции звука появляется необходимость учитывать термоупругость рассеивателя. Для некоторых материалов этот учет имеет существенное значение.

Результаты исследований термоупругого состояния тел содержатся в работах Амбарцумяна С.А., Болотина В.В., Ватульяна А.О., Коваленко А.Д., Коляно Ю.М., Ломазова В.А., Ломакина В.А., Нестерова С.А., Новацкого В., Подстригача Я.С., Пшеничнова С.Г., Россихина Ю.А., Шитиковой М.В., Babaei R., Lukaszewicz S.A, Qian R.E, Furuhashi R. и др.

Во всех упомянутых выше исследованиях воздействие звуковых волн на термоупругие тела не рассматривалось. Поэтому важной проблемой является изучение совместного влияния неоднородности и термоупругости тел на их звукоотражающие свойства.

Цель работы состоит в исследовании акустических полей, рассеянных неоднородными термоупругими телами.

Для достижения этой цели необходимо:

- построить математическую модель взаимодействия акустических волн с неоднородными термоупругими телами;
- разработать новые методы, позволяющие решать прямые и обратные задачи дифракции звуковых волн на неоднородных термоупругих телах;
- провести верификацию разработанных теоретических положений путем решения представительного набора прямых и обратных задач дифракции звуковых волн на неоднородных термоупругих телах.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- построена математическая модель дифракции гармонических звуковых волн на неоднородных термоупругих телах, граничащих с теплопроводными жидкостями;
- предложен метод решения прямых задач дифракции звука на неоднородных термоупругих телах;
- поставлены и решены прямые задачи дифракции гармонических звуковых волн на плоских, цилиндрических и сферических термоупругих телах различной неоднородной структуры (непрерывно-слоистых телах, однородных телах с непрерывно- или дискретно-слоистыми покрытиями);
- исследовано влияние неоднородности и термоупругости тел на рассеяние звука;
- показана возможность изменения звукоотражающих свойств термоупругих тел с помощью неоднородных покрытий;
- осуществлено математическое моделирование непрерывно-слоистых термоупругих покрытий многослойными покрытиями;
- предложен метод решения обратных задач дифракции звука на неоднородных термоупругих телах, основанный на использовании решений прямых дифракционных задач;
- поставлены и решены обратные дифракционные задачи об определении законов неоднородности термоупругих тел с заданными звукоотражающими свойствами.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты диссертационной работы представляют собой вклад в теорию дифракции звука на деформируемых телах. Получила развитие теория дифракции звуковых волн на неоднородных термоупругих телах, граничащих с теплопроводными жидкостями.

Результаты работы могут быть использованы в гидроакустике для звуковой эхолокации различных объектов; в судовой акустике при изучении акустических характеристик судовых конструкций; в дефектоскопии для разработки методов неразрушающего контроля; в медицине при разработке методов ультразвуковой диагностики; в архитектурной акустике; для проектирования промышленных материалов и конструкций с требуемыми звукоотражающими свойствами.

Методы исследования. В диссертационной работе используются аналитические и численные методы исследования.

Решение прямых задач дифракции звуковых волн на неоднородных термоупругих телах получено в рамках линейной теории связанной термоупругости и гидродинамики теплопроводной сжимаемой жидкости.

Аналитическое описание волновых полей получено на основе метода разделения переменных с использованием разложений по волновым функциям.

Решение краевых задач для системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, возникающих при определении полей смещений и температуры в неоднородном термоупругом теле, находится методом сплайн-коллокации с использованием аппарата кубических *B*-сплайнов.

Решение обратных дифракционных задач приводится к нелинейной задаче математического программирования. Нахождение условного экстремума целевой функции со многими переменными выполняется методами случайного поиска и покоординатного спуска.

Достоверность полученных результатов вытекает из корректной постановки задач и обоснованности применяемых математических методов; обеспечивается проведением расчетов на ЭВМ с контролируемой точностью; подтверждается совпадением полученных решений с известными результатами для частных и предельных случаев, а также с решениями в специализированных пакетах.

Положения, выносимые на защиту:

- математическая модель дифракции гармонических звуковых волн на неоднородных термоупругих телах, граничащих с теплопроводными жидкостями;
- метод решения прямых задач дифракции звука на неоднородных термоупругих телах;
- решения прямых задач дифракции гармонических звуковых волн на непрерывно-слоистых термоупругих телах (слоях плоской, цилиндрической и сферической формы) и на однородных термоупругих телах (плоском слое, цилиндре, шаре) с непрерывно- или дискретно-слоистыми термоупругими покрытиями;
- метод решения обратных задач дифракции звука на неоднородных термоупругих телах;
- решения обратных дифракционных задач об определении законов неоднородности термоупругих тел с оптимальными звукоотражающими свойствами;
- результаты численных исследований решений прямых и обратных задач о рассеянии звука неоднородными термоупругими телами.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались:

- на ежегодных научно-технических конференциях профессорско-преподавательского состава Тульского государственного университета (Россия, Тула, 2003-2021);
- на международных научных конференциях «Современные проблемы математики, механики, информатики» (Россия, Тула, ТулГУ, 2003, 2005-2007, 2009, 2010, 2013, 2014);
- на II Всероссийской акустической конференции, совмещенной с XXX сессией Российского акустического общества (Россия, Нижний Новгород, ИПФ РАН, 2017);
- на Международных научно-технических конференциях «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (Россия, Воронеж, ВГУ, 2017, 2018, 2021);
- на 8-й, 10-й, 11-й Всероссийских научных конференциях с международным участием "Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред" им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского (Россия, Москва, ИПРИМ РАН, 2018, 2020, 2021);
- на XXVI, XXVII и XXVIII Международных симпозиумах «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова, (Россия, Москва, Вятчи, МАИ, НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, НИИ механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2020, 2021, 2022).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 41 работа, в том числе: 13 статей в изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus; 11 статей в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ; 2 монографии. Получены 5 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

На различных этапах работа поддерживалась грантами РФФИ (проекты 06-01-00701, 09-01-97504, 11-01-97509, 13-01-97514, 16-41-710083, 19-41-710005), Минобрнауки России (государственное задание № 1.1333.2014 К), Российского научного фонда (проект № 18-11-00199).

Личный вклад. Модель в главе 1 и решения задач, представленные в разделах 2.4, 2.5.1, 2.6, 2.7.2, 3.1, 3.2, 3.3.1, 3.3.2, получены автором. Решения задач, приведенные в разделах 2.1, 2.2, 2.3, 2.5.2, 2.7.1, 2.8, 3.3.3, изложены на основе совместных работ с Толоконниковым Л.А. Личный вклад автора в эти работы состоит в постановке и получении аналитических и численных решений задач, проведении численных исследований и анализе результатов.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Работа содержит 272 страницы, в том числе 118 рисунков и 12 таблиц. Список литературы включает 290 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** показана актуальность темы диссертационной работы, представлены цель и основные направления исследования, проведен анализ работ по проблеме исследования, отмечены научная новизна работы и возможные практические приложения полученных результатов, излагаются основные положения, выносимые на защиту.

Первая глава состоит из двух разделов. **Раздел 1.1** содержит обзор литературы по проблеме дифракции звуковых волн на неоднородных деформируемых твердых телах.

В **разделе 1.2** построена математическая модель дифракции гармонических звуковых волн на неоднородных термоупругих телах, граничащих с теплопроводными жидкостями.

Движение жидкости описывается полной системой линеаризованных уравнений гидродинамики теплопроводной жидкости. Эта система состоит из уравнений Эйлера, неразрывности, притока тепла, физического состояния и для установившегося режима движения жидкости с круговой частотой ω и временным множителем $\exp(-i\omega t)$ (временной множитель далее опущен) приводится к скалярным уравнениям Гельмгольца

$$\Delta \Psi_s + k_s^2 \Psi_s = 0, \quad s = 1, 2, \quad (1.1)$$

где Ψ_1, Ψ_2 – потенциалы вектора скорости частиц жидкости; k_1, k_2 – волновые числа. Уравнения (1.1) описывают распространение в теплопроводной жидкости продольных волн двух видов – звуковых ($s = 1$) и тепловых ($s = 2$).

Если решения уравнений (1.1) известны, то скорость частиц жидкости $\mathbf{v}$, акустические давление p и температура Θ определяются из выражений

$$\mathbf{v} = \text{grad}(\Psi_1 + \Psi_2), \quad p = i\omega\rho_0(\Psi_1 + \Psi_2), \quad \Theta = \frac{i}{\alpha^T} \left[\frac{\omega\gamma}{c^2}(\Psi_1 + \Psi_2) + \frac{1}{\omega} \Delta(\Psi_1 + \Psi_2) \right],$$

где ρ_0 – равновесная плотность жидкости, c – скорость звука, γ – отношение удельных теплоемкостей при постоянных давлении и объеме, α^T – коэффициент температурного расширения жидкости.

Деформация тел, с которыми взаимодействует жидкость, описывается полной системой уравнений линейной связанной динамической задачи термоупругости изотропного неоднородного тела, состоящей из уравнений движения сплошной среды, уравнения теплопроводности и соотношений Дюгамеля – Неймана. В отсутствии объемных сил и внутренних источников тепла для установившегося режима движения эти уравнения соответственно имеют вид

$$\text{div} \boldsymbol{\sigma} = -\rho\omega^2 \mathbf{u}, \quad (1.2)$$

$$\text{div}(\lambda_T \text{grad} T) + i\omega T_0(3\lambda + 2\mu)\alpha_T \text{div} \mathbf{u} = -i\omega c_\varepsilon T, \quad (1.3)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} + [\lambda \text{div} \mathbf{u} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T] \mathbf{E}, \quad (1.4)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon} = (\text{grad} \mathbf{u} + (\text{grad} \mathbf{u})^T)/2$; $\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{E}, \mathbf{u}$ – тензор напряжений, тензор деформаций, тензор Кронекера и вектор смещения соответственно; T – приращение температуры в теле; T_0 – температура тела в невозмущенном состоянии; $\rho, \lambda, \mu, \alpha_T, \lambda_T, c_\varepsilon$ – соответственно плотность, модули упругости, температурный коэффициент линейного расширения, теплопроводность и объемная теплоем-

кость материала тела. Указанные физико-механические характеристики материала являются непрерывными функциями пространственных координат.

Из уравнений (1.2) – (1.4) вытекают уравнения Гельмгольца, описывающие распространение волн в однородном термоупругом теле:

$$\Delta\Phi_i + \kappa_i^2\Phi_i = 0, \quad i=1,2, \quad \Delta\Phi_3 + \kappa_3^2\Phi_3 = 0, \quad (1.5)$$

где Φ_i ($i=1,2$), Φ_3 – скалярные и векторный потенциалы вектора смещения; $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ – волновые числа. Скалярные уравнения (1.5) описывают распространение в теле продольных термоупругих волн двух видов, а векторное уравнение (1.5) – распространение в теле поперечной упругой волны. Для однозначного определения функций Φ_1, Φ_2, Φ_3 требуется дополнительное условие $\text{div}\Phi_3 = 0$. В случае плоской или осесимметричной задачи этого условия не требуется.

Если решения уравнений (1.5) известны, то смещения и изменение температуры в однородном термоупругом теле определяются из выражений

$$\mathbf{u} = \text{grad}(\Phi_1 + \Phi_2) + \text{rot}\Phi_3, \quad T = \frac{\lambda + 2\mu}{(3\lambda + 2\mu)\alpha_T} \left[\Delta(\Phi_1 + \Phi_2) + k_l^2(\Phi_1 + \Phi_2) \right],$$

где k_l – волновое число продольной упругой волны.

Для решения задачи дифракции звуковой волны, падающей из теплопроводной жидкости на поверхность термоупругого тела, к уравнениям (1.1) – (1.5), описывающим распространение волн в жидкой и термоупругой средах, необходимо добавить граничные условия.

На контактирующей с жидкостью поверхности тела граничные условия включают равенство нормальных скоростей частиц термоупругой среды и жидкости, равенство нормального напряжения и акустического давления, условие отсутствия касательных напряжений, условие непрерывности акустической температуры и теплового потока:

$$-i\omega u_n = \frac{\partial\psi}{\partial n}, \quad \sigma_{nn} = -p, \quad \sigma_{n\tau} = 0, \quad T = \Theta, \quad \lambda_T \frac{\partial T}{\partial n} = \lambda^T \frac{\partial \Theta}{\partial n}. \quad (1.6)$$

Здесь u_n – нормальная компонента вектора смещения; ψ – потенциал скоростей полного поля в жидкости; $\sigma_{nn}, \sigma_{n\tau}$ – нормальное и касательные напряжения; λ^T – теплопроводность жидкости; $\partial/\partial n$ – производная по нормали.

При переходе через границу раздела термоупругих сред компоненты вектора смещения, нормальные и касательные напряжения, а также температура и тепловой поток должны быть непрерывны:

$$u_j^{(1)} = u_j^{(2)}, \quad \sigma_{nn}^{(1)} = \sigma_{nn}^{(2)}, \quad \sigma_{n\tau}^{(1)} = \sigma_{n\tau}^{(2)}, \quad T^{(1)} = T^{(2)}, \quad \lambda_T^{(1)} \frac{\partial T^{(1)}}{\partial n} = \lambda_T^{(2)} \frac{\partial T^{(2)}}{\partial n}. \quad (1.7)$$

В равенствах (1.7) различие верхних индексов у соответствующих величин указывают на то, что эти величины относятся к различающимся по физико-механическим характеристикам термоупругим средам.

Кроме того, при решении дифракционных задач для получения однозначного решения требуются дополнительные условия: условия излучения на бесконечности для внешних волновых полей и условие ограниченности для внутренних волновых полей.

Во **второй главе** решены прямые задачи дифракции звука на неоднородных термоупругих телах плоской, цилиндрической и сферической формы.

В **разделе 2.1** решена задача об отражении плоской звуковой волны неоднородным термоупругим плоским слоем. Слой имеет толщину $2h$ (рис. 2.1). Физико-механические характеристики материала слоя – непрерывные функции координаты z прямоугольной системы координат x, y, z .

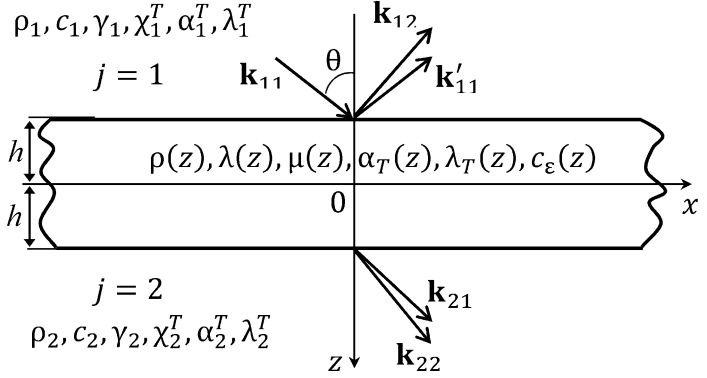


Рис. 2.1. Схема задачи

Верхнее ($j=1$) и нижнее ($j=2$) полупространства, с которыми граничит слой, заполнены теплопроводными жидкостями, в общем случае разными. Из верхнего полупространства на слой наклонно падает плоская звуковая волна с амплитудой A_i . Волновой вектор падающей волны $\mathbf{k}_{11}$ лежит в плоскости xz , составляя угол θ с осью z .

Определяются волновые поля в плоском слое и жидкостях.

Рассматривается двумерная задача. Падающее и возбужденные волновые поля не зависят от координаты y .

Возбужденные волновые поля в верхнем ($j=1$) и нижнем ($j=2$) полупространствах описываются уравнениями Гельмгольца (1.1). Решения этих уравнений – потенциалы скоростей Ψ_{js} возбужденных звуковых ($s=1$) и тепловых ($s=2$) волн, ищутся в виде

$$\Psi_{1s} = V_s \exp\{i[k_{1s}^x x - k_{1s}^z (z + h)]\}, \quad \Psi_{2s} = W_s \exp\{i[k_{2s}^x x + k_{2s}^z (z - h)]\}, \quad s=1,2, \quad (2.1)$$

где k_{js}^x, k_{js}^z ($j, s=1,2$) – проекции волнового вектора $\mathbf{k}_{js}$ на оси x и z соответственно. При этом с учетом закона Снеллиуса $k_{12}^x = k_{21}^x = k_{22}^x = k_{11}^x$.

Волновые поля в плоском слое описываются системой уравнений (1.2) – (1.4) в прямоугольных координатах, где неизвестные проекции вектора смещения и приращение температуры ищутся с учетом закона Снеллиуса в виде

$$u_x = U_1(z) \exp(ik_{11}^x x), \quad u_z = U_2(z) \exp(ik_{11}^x x), \quad T = U_3(z) \exp(ik_{11}^x x). \quad (2.2)$$

С использованием граничных условий (1.6) на верхней и нижней поверхностях слоя, получены выражения для неизвестных коэффициентов потенциальных функций (2.1)

$$V_s = V_s(U_2(-h), U_3(-h)), W_s = W_s(U_2(h), U_3(h)) \quad (2.3)$$

и краевая задача для системы трех линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка

$$AU'' + BU' + CU = 0, (AU' + E_1U)|_{z=-h} = D, (AU' + E_2U)|_{z=h} = 0, \quad (2.4)$$

где $U = (U_1, U_2, U_3)^T$; A, B, C, E_1, E_2 – матрицы; D – вектор-столбец. Штрихом обозначена производная по z .

Из выражений (2.3) следует, что волновые поля в жидкостях могут быть определены лишь после нахождения поля смещений и температурного поля в слое, для чего необходимо решить краевую задачу (2.4). Краевая задача решена методом сплайн-коллокации с использованием аппарата кубических B -сплайнов.

Рассчитаны угловая и частотная зависимости интенсивности отражения звука $I = |V_1/A_i|^2$ для плоских слоев в воде. Рассматривались слои из материалов на основе металла (алюминий) или полимера (поливинилбутираль). С целью сравнения расчеты проводились для однородных термоупругих, неоднородных термоупругих и неоднородных упругих слоев. При этом рассматривались разные виды

неоднородности, в которых физико-механические характеристики материала слоев описывались линейными и квадратичными функциями.

Анализ построенных зависимостей показал, что неоднородность и термоупругость плоского слоя влияют на отражение звука, причем степень этого влияния существенно зависит от физико-механических характеристик материала слоя. Так, для слоя из металла влияние термоупругости на величину I слабее, чем для слоя из полимерного материала. Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 2.2.

В разделе 2.2 решена задача о рассеянии плоской звуковой волны неоднородным термоупругим цилиндрическим слоем. Слой имеет внешний радиус r_1 и внутренний r_2 (рис. 2.3). Цилиндрическая система координат r, φ, z выбрана так, что ось z совпадает с осью вращения цилиндрического слоя. Физико-механические характеристики материала слоя – непрерывные функции радиальной координаты r . Окружающее слой пространство ($j=1$) и полость слоя ($j=2$) заполнены теплопроводными жидкостями.

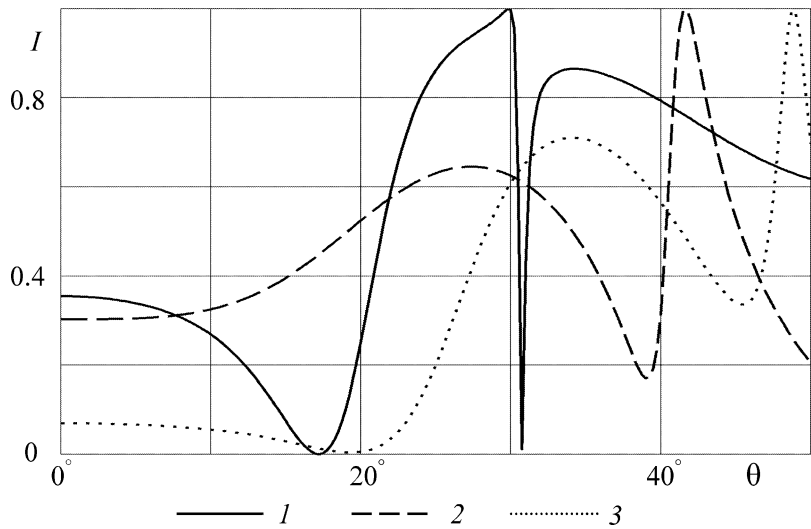


Рис. 2.2. Зависимость интенсивности звукоотражения от угла падения волны для плоского слоя из полимерного материала: 1 — однородный термоупругий слой, 2 (3) — неоднородный термоупругий (упругий) слой

Из внешнего пространства на цилиндрический слой наклонно падает плоская звуковая волна. Ее волновой вектор $\mathbf{k}_{11}$ лежит в плоскости $\varphi=0, \pi$, образуя угол θ с осью z .

Определяются волновые поля в цилиндрическом слое и жидкостях.

Волновые поля снаружи и в полости цилиндрического слоя описываются уравнениями Гельмгольца (1.1). Потенциалы скоростей Ψ_{js} возбужденных звуковых

($s=1$) и тепловых ($s=2$) волн снаружи ($j=1$) (в полости ($j=2$)) цилиндрического слоя записываются с учетом условий излучения на бесконечности (условий ограниченности) и закона Снеллиуса:

$$\Psi_{1s} = g \sum_{n=0}^{\infty} V_{sn} H_n(k_{1s}^r r) \cos n\varphi, \quad \Psi_{2s} = g \sum_{n=0}^{\infty} W_{sn} J_n(k_{2s}^r r) \cos n\varphi, \quad s=1,2, \quad (2.5)$$

где $g = \exp(ik_{11}^z z)$, k_{11}^z – проекция вектора $\mathbf{k}_{11}$ на ось z ; $H_n(x)$ и $J_n(x)$ – цилиндрические функции Ганкеля первого рода порядка n и Бесселя соответственно; k_{1s}^r , k_{2s}^r ($s=1,2$) – проекции волновых векторов на ось r .

Волновые поля в цилиндрическом слое описываются системой уравнений (1.2) – (1.4) в цилиндрических координатах, где неизвестные компоненты вектора смещения и приращение температуры представляются с учетом закона Снеллиуса следующими рядами Фурье:

$$(u_r, u_z, T) = g \sum_{n=0}^{\infty} (U_{1n}(r), U_{3n}(r), U_{4n}(r)) \cos n\varphi, \quad u_\varphi = g \sum_{n=0}^{\infty} U_{2n}(r) \sin n\varphi. \quad (2.6)$$

С использованием граничных условий (1.6) на внешней и внутренней поверхностях цилиндрического слоя, для каждого индекса $n=0,1,2,\dots$ получены выражения для неизвестных коэффициентов в рядах (2.5)

$$V_{sn} = V_{sn}(U_{1n}(r_1), U_{4n}(r_1)), \quad W_{sn} = W_{sn}(U_{1n}(r_2), U_{4n}(r_2)), \quad s=1,2 \quad (2.7)$$

и краевая задача для системы четырех линейных ОДУ второго порядка

$$\begin{aligned} A_n \mathbf{U}_n'' + B_n \mathbf{U}_n' + C_n \mathbf{U}_n &= 0, \quad \mathbf{U}_n = (U_{1n}, U_{2n}, U_{3n}, U_{4n})^T, \\ (A_n \mathbf{U}_n' + E_{1n} \mathbf{U}_n)|_{r=r_1} &= \mathbf{D}_n, \quad (A_n \mathbf{U}_n' + E_{2n} \mathbf{U}_n)|_{r=r_2} = 0, \end{aligned} \quad (2.8)$$

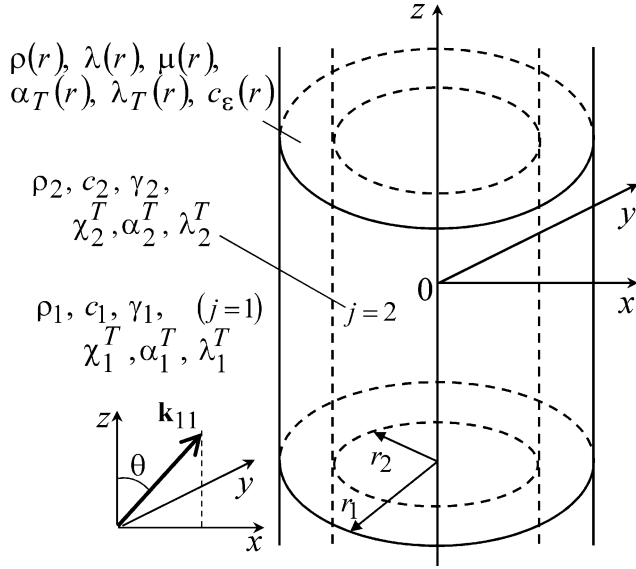


Рис. 2.3. Схема задачи

где A_n , B_n , C_n , E_{1n} , E_{2n} и $\mathbf{D}_n$ – матрицы и вектор-столбец с зависящими от индекса n элементами. Штрихом обозначена производная по r . Краевая задача решена методом сплайн-коллокации.

Для дальней зоны акустического поля рассчитаны зависимость амплитуды обратного рассеяния звука от волнового размера цилиндрического слоя ϖ ($\varpi = |k_{11}|r_1$), а также полярная диаграмма направленности амплитуды рассеянной звуковой волны при различных значениях ϖ . Рассматривался случай падения звуковой волны на цилиндрический слой перпендикулярно его оси вращения. Ввиду симметрии рассеянного акустического поля диаграмма строилась для полярного угла в секторе $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$. Расчеты проводились для разных видов неоднородности цилиндрического слоя при $r_1/r_2 = 1.1$.

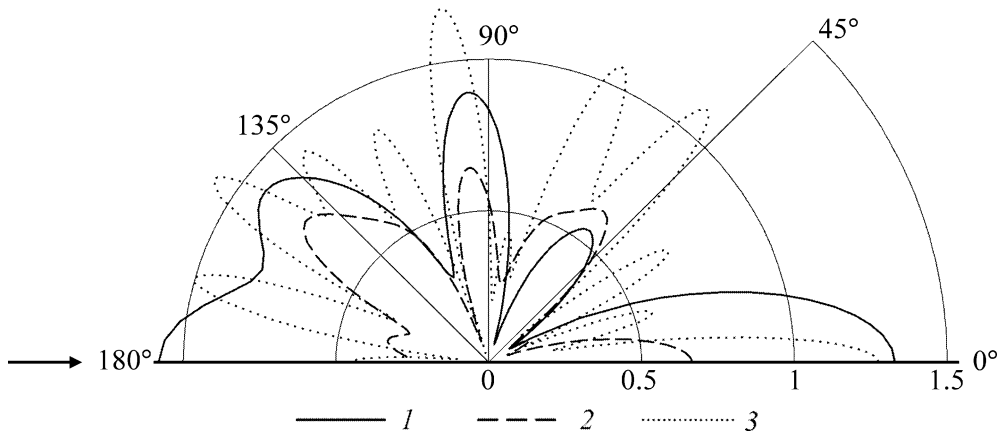


Рис. 2.4. Полярная диаграмма направленности амплитуды рассеяния звука для цилиндрического слоя из металла, рассчитанная вблизи резонансной частоты (обозначения кривых даны на рис. 2.2). Стрелка – направление падения волны

Результаты расчетов показали существенное влияние на рассеяние звука неоднородности и термоупругости цилиндрического слоя, изготовленного как на основе полимера, так и на основе металла. При этом влияние термоупругости слоя из металла заметно проявляется вблизи резонансных частот. Пример результатов расчетов для слоя из металла приведен на рис. 2.4.

В разделе 2.3 решена задача о рассеянии плоской звуковой волны неоднородным термоупругим сферическим слоем. Слой имеет внешний радиус r_1 и внутренний – r_2 (рис. 2.5). Сферическая система координат r , θ , φ выбрана так, что ее начало совпадает с центром сферического слоя. Физико-механические характеристики материала слоя являются непрерывными функциями радиальной координаты r .

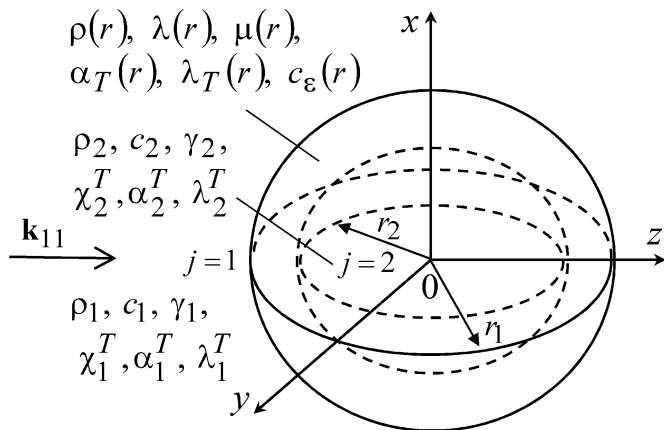


Рис. 2.5. Схема задачи

Окружающее слой пространство ($j=1$) и полость слоя ($j=2$) заполнены теплопроводными жидкостями. Из внешнего пространства на сферический слой в направлении $\theta=0$ падает плоская звуковая волна с волновым вектором $\mathbf{k}_{11}$.

Определяются волновые поля в сферическом слое и жидкостях.

Рассматривается осесимметричная задача. Падающее и возбужденные волновые поля не зависят от координаты φ .

Волновые поля снаружи и в полости сферического слоя описываются уравнениями Гельмгольца (1.1). Потенциалы скоростей Ψ_{js} возбужденных звуковых ($s=1$) и тепловых ($s=2$) волн снаружи ($j=1$) (в полости ($j=2$)) сферического слоя удовлетворяют условиям излучения на бесконечности (условиям ограниченности):

$$\Psi_{1s} = \sum_{n=0}^{\infty} V_{sn} h_n(k_{1s}r) P_n(\cos\theta), \quad \Psi_{2s} = \sum_{n=0}^{\infty} W_{sn} j_n(k_{2s}r) P_n(\cos\theta), \quad s=1,2, \quad (2.9)$$

где $h_n(x)$ и $j_n(x)$ – сферические функции Ганкеля первого рода порядка n и Бесселя соответственно; $P_n(x)$ – многочлен Лежандра степени n ; k_{1s} , k_{2s} ($s=1,2$) – волновые числа.

Волновые поля в сферическом слое описываются системой уравнений (1.2) – (1.4) в сферических координатах, где неизвестные компоненты вектора смещения и приращение температуры представляются в виде разложений по многочленам Лежандра:

$$(u_r, u_\theta, T) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(U_{1n}(r), U_{2n}(r) \frac{d}{d\theta}, U_{3n}(r) \right) P_n(\cos\theta). \quad (2.10)$$

С использованием граничных условий (1.6) на внешней и внутренней поверхностях сферического слоя, для каждого индекса $n=0,1,2,\dots$ получены выражения для неизвестных коэффициентов в рядах (2.9)

$$V_{sn} = V_{sn}(U_{1n}(r_1), U_{3n}(r_1)), \quad W_{sn} = W_{sn}(U_{1n}(r_2), U_{3n}(r_2)), \quad s=1,2 \quad (2.11)$$

и краевая задача вида (2.8) для системы трех линейных ОДУ второго порядка с неизвестными $\mathbf{U}_n = (U_{1n}, U_{2n}, U_{3n})^T$.

Для дальнейшей зоны акустического поля рассчитаны зависимость амплитуды обратного рассеяния звука от волнового размера сферического слоя π и полярная диаграмма амплитуды рассеяния звука. В расчетах рассматривались сферические слои при $r_1/r_2=1.1$ на основе металла или полимера с разными видами неоднородности. Результаты расчетов показали, что степень влияния на рассеяние звука неоднородности и термоупругости материала сферического слоя такая же, как и в случае цилиндрического слоя, рассмотренном в разделе 2.2.

Постановки задач в **разделе 2.4** отличаются от постановок задач в разделах 2.2, 2.3 геометрией падающей на тело волны. В **2.4.1** решена задача о рассеянии радиально-слоистым термоупругим цилиндрическим слоем звуковой волны, излучаемой бесконечно длинным цилиндрическим источником m -го порядка.

Ось источника расположена параллельно оси вращения цилиндра и имеет координаты (r_i, φ_i) (рис. 2.6). Вводится связанная с источником дополнительная цилиндрическая система координат, в которой точка наблюдения M вне тела имеет координаты R, Φ, z . Полярные оси ox и OX основной (r, φ, z) и дополнительной систем координат одинаково ориентированы. С использованием

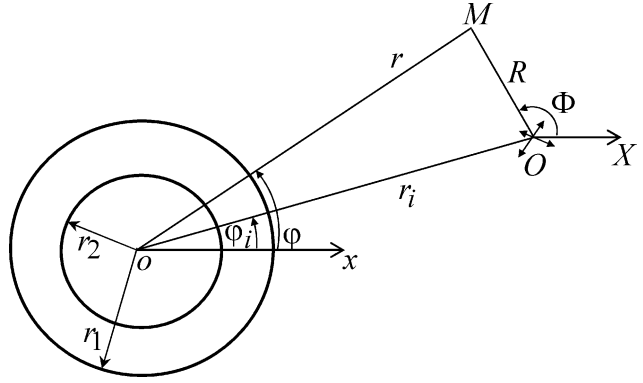


Рис. 2.6. Геометрия задачи

теоремы сложения для цилиндрических функций, потенциал падающего поля записывается в основной системе координат.

Определяются волновые поля в цилиндрическом слое и жидкостях.

Рассматривается двумерная задача. Падающее и возбужденные волновые поля не зависят от координаты z .

Потенциалы Ψ_{js} возбужденных звуковых ($s=1$) и тепловых ($s=2$) волн снаружи ($j=1$) и в полости ($j=2$) цилиндрического слоя ищутся в виде

$$(\Psi_{1s}, \Psi_{2s}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (V_{sn} H_n(k_{1s} r), W_{sn} J_n(k_{2s} r)) \exp[in(\varphi - \varphi_i)], \quad s=1,2. \quad (2.12)$$

Компоненты вектора смещения и изменение температуры в цилиндрическом слое представляются следующими рядами Фурье:

$$(u_r, u_\varphi, T) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (U_{1n}(r), U_{2n}(r), U_{3n}(r)) \exp[in(\varphi - \varphi_i)]. \quad (2.13)$$

Получены выражения вида (2.11) для неизвестных коэффициентов в рядах (2.12) и краевая задача вида (2.8) для системы трех линейных ОДУ второго порядка с неизвестными $\mathbf{U}_n = (U_{1n}, U_{2n}, U_{3n})^T$.

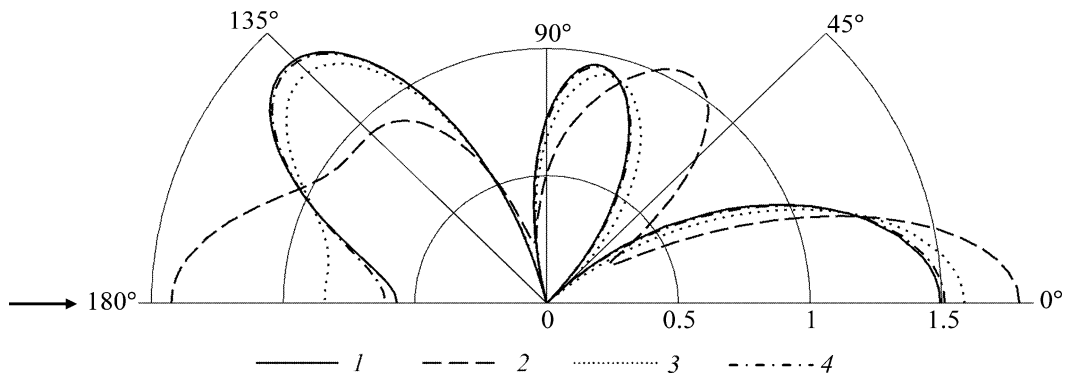


Рис. 2.7. Полярная диаграмма направленности амплитуды рассеянной звуковой волны для неоднородного термоупругого цилиндрического слоя: 1 – случай падения плоской волны, 2–4 – случай падения цилиндрической волны при разном удалении источника от рассеивателя (2 – $r_i = 1.2 r_1$, 3 – $r_i = 3.6 r_1$, 4 – $r_i = 20 r_1$). Стрелка – направление падения волны

Для цилиндрического слоя из полимерного материала построена полярная диаграмма направленности амплитуды рассеяния звука в дальней зоне поля.

Диаграмма строилась при различных значениях волнового размера тела ϖ и различном расстоянии от тела до цилиндрического источника нулевого порядка (линейного источника), расположенного в направлении $\varphi_i = \pi$.

Анализ диаграммы направленности показал, что помимо неоднородности и термоупругости цилиндрического слоя, на рассеяние звука существенно влияет и геометрия падающего поля (рис. 2.7). Видно, что с приближением источника к рассеивателю форма диаграммы направленности в случае падения цилиндрической волны значительно отличается от формы диаграммы в случае падения плоской волны.

В 2.4.2 решена задача о рассеянии радиально-слоистым термоупругим сферическим слоем звуковой волны, излучаемой точечным источником, расположенным в точке с координатами $r = r_i$, $\theta = \pi$ (рис. 2.8). Решение этой задачи получено из приведенного в разделе 2.3 решения задачи для случая падения плоской волны.

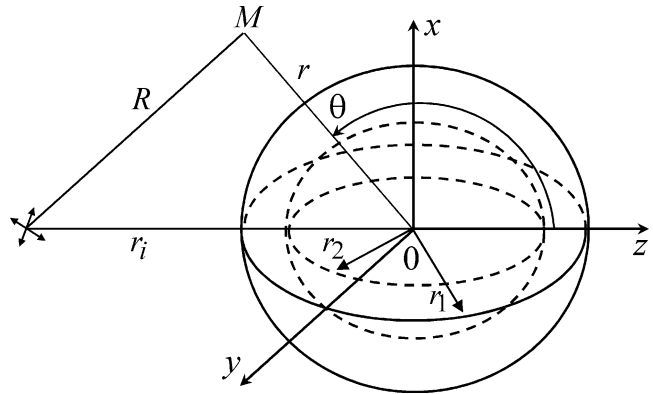


Рис. 2.8. Геометрия задачи

Для сферического слоя из полимерного материала рассчитана полярная диаграмма направленности амплитуды рассеяния звука в дальней зоне поля при тех же значениях параметров ϖ и r_i , что и в 2.4.1. Результаты расчетов показали, что характер влияния удаленности точечного источника звуковых волн от сферического слоя, а также степень влияния неоднородности и термоупругости материала этого слоя на рассеяние звука такие же, как и в случае цилиндрического слоя и линейного источника.

В 2.4.3 решена задача о рассеянии радиально-слоистым термоупругим сферическим слоем звуковой волны, излучаемой линейным источником. Определяются волновые поля в сферическом слое и жидкостях.

Для решения задачи вводятся в рассмотрение сферическая r , θ , φ и цилиндрическая $\hat{r}$, φ , z системы координат, начала которых совмещены с центром тела (рис. 2.9). При этом линейный источник параллелен оси z и имеет цилиндрические координаты $(\hat{r}_0, \varphi_0)$. С использованием теоремы сложения

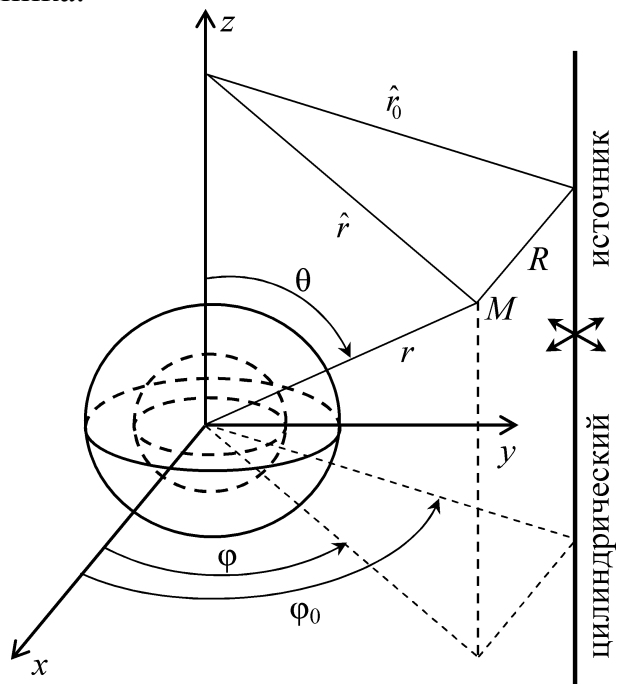


Рис. 2.9. Геометрия задачи

для цилиндрических функций, потенциал падающего поля записывается в цилиндрической системе координат и зависит только от $\hat{r}$ и φ .

Хотя падающее поле двумерно, возбужденные волновые поля являются трехмерными.

Потенциалы скоростей Ψ_{js} возбужденных звуковых ($s=1$) и тепловых ($s=2$) волн снаружи ($j=1$) и в полости ($j=2$) сферического слоя имеют вид

$$(\Psi_{1s}, \Psi_{2s}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (V_{smn} h_n(k_{1s} r), W_{smn} j_n(k_{2s} r)) P_n^m(\cos \theta) \cos m(\varphi - \varphi_0), \quad (2.14)$$

где $P_n^m(x)$ - присоединенный многочлен Лежандра степени n порядка m .

Волновые поля в сферическом слое описываются системой уравнений (1.2) – (1.4) в сферических координатах. Для упрощения этой системы уравнений вводятся две новые неизвестные функции u_2 , u_3 , связанные с угловыми компонентами вектора смещения соотношениями:

$$u_\theta = \frac{\partial u_2}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u_3}{\partial \varphi}, \quad u_\varphi = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u_2}{\partial \varphi} - \frac{\partial u_3}{\partial \theta}. \quad (2.15)$$

Радиальная компонента вектора смещения, функции u_2 , u_3 и изменение температуры в слое представляются в виде следующих разложений:

$$\begin{aligned} (u_r, u_2, T) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (U_{1mn}(r), U_{2mn}(r), U_{4mn}(r)) P_n^m(\cos \theta) \cos m(\varphi - \varphi_0), \\ u_3 &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n U_{3mn}(r) P_n^m(\cos \theta) \sin m(\varphi - \varphi_0). \end{aligned} \quad (2.16)$$

После подстановки выражений (2.14) – (2.16) в уравнения (1.2) – (1.4) и граничные условия (1.6), для каждой пары индексов m, n получены выражения для неизвестных коэффициентов в рядах (2.14) и краевая задача для системы четырех линейных ОДУ второго порядка с неизвестными $U_{kmn}(r)$ ($k=1,3,2,4$). При этом функция $U_{3mn}(r)$ не связана с функциями $U_{1mn}(r)$, $U_{2mn}(r)$, $U_{4mn}(r)$ не только в уравнениях системы, но и в краевых условиях. Анализ этой краевой задачи показал, что $U_{3mn}(r) \equiv 0$ и, следовательно, $u_3(r, \theta, \varphi) \equiv 0$. Кроме того, что можно ввести новые функции такие, что $U_{kmn}(r) = \gamma_{mn} U_{kn}(r)$ ($k=1,2,4$; γ_{mn} – постоянный множитель), позволяющие перейти от решения краевой задачи, записанной для каждой пары индексов m, n , к решению краевой задачи, записанной только для индекса n . Эта последняя краевая задача имеет вид (2.8) и включает систему трех линейных ОДУ второго порядка с неизвестными $\mathbf{U}_n = (U_{1n}, U_{2n}, U_{4n})^T$.

Для сферического слоя из полимерного материала рассчитаны зависимости амплитуды рассеяния звука $|F(\varpi, \theta, \varphi)|$ от волнового размера слоя ϖ при углах $\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi$ и от полярного угла θ в плоскости $\varphi = 0, \pi$ при разных значениях ϖ . При этом координаты линейного источника были равны $\hat{r}_0 = 1.2r_1$, $\varphi_0 = \pi$.

Расчеты проводились для двух видов неоднородности сферического слоя. Анализ результатов расчетов показал существенное различие в характеристиках рассеяния звука, обусловленное как разными видами неоднородности, так и термоупругостью материала слоя. Пример результатов расчетов дан на рис. 2.10.

В разделе 2.5 решены задачи дифракции плоской звуковой волны на однородной

термоупругой пластине произвольной толщины с неоднородным термоупругим покрытием. В 2.5.1 рассматривается пластина с покрытием в виде непрерывно-неоднородного плоского слоя. Полагается, что пластина имеет толщину H , покрытие – толщину h (рис. 2.11). Полупространства, с которыми граничит пластина с покрытием, заполнены теплопроводными жидкостями. Физико-механические характеристики материала покрытия – непрерывные функции координаты z . Из верхнего полупространства ($r=2$) на поверхность покрытия наклонно падает плоская звуковая волна. Ее волновой вектор $\mathbf{k}_{21}$ лежит в плоскости xz , составляя угол θ с осью z .

Определяются отраженная от пластины с покрытием и прошедшая через нее звуковые волны.

В рассматриваемой двумерной задаче падающее и возбужденные волновые поля не зависят от координаты y .

Потенциалы скоростей Ψ_{rs} возбужденных звуковых ($s=1$) и тепловых ($s=2$) волн в нижнем ($r=1$) и верхнем ($r=2$) полупространствах ищутся в виде

$$\Psi_{1s} = W_s \exp[i(k_{1s}^x x + k_{1s}^z z)], \quad \Psi_{2s} = V_s \exp[i(k_{2s}^x x - k_{2s}^z (z + H + h))], \quad s=1,2, \quad (2.17)$$

где k_{rs}^x, k_{rs}^z ($r, s=1,2$) – проекции волнового вектора $\mathbf{k}_{rs}$ на оси x и z соответственно. Согласно закону Снеллиуса $k_{11}^x = k_{12}^x = k_{22}^x = k_{21}^x$.

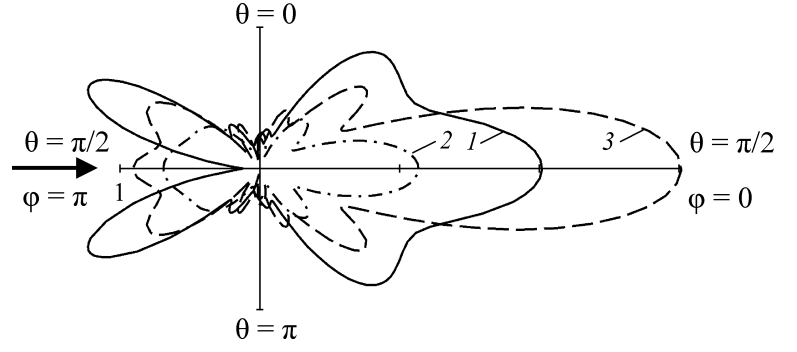


Рис. 2.10. Полярная диаграмма направленности амплитуды рассеяния звука для сферического слоя из полимерного материала: 1 (2) – термоупругий слой с неоднородностью первого (второго) вида, 3 – упругий слой с неоднородностью первого вида

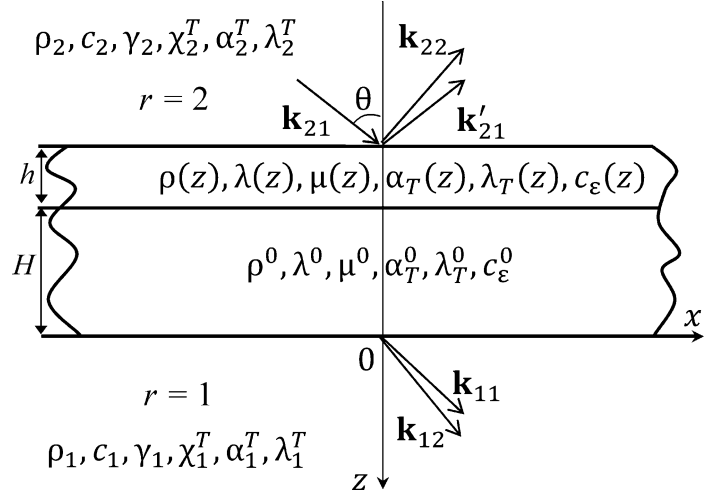


Рис. 2.11. Схема задачи

Волновые поля в неоднородном термоупругом покрытии описываются системой уравнений (1.2) – (1.4), где неизвестные проекции вектора смещения и приращение температуры ищутся с учетом закона Снеллиуса в виде

$$u_x = U_1(z) \exp(ik_{21}^x x), \quad u_z = U_2(z) \exp(ik_{21}^x x), \quad T = U_3(z) \exp(ik_{21}^x x).$$

Распространение волн в однородной термоупругой пластине описывается уравнениями Гельмгольца (1.5). Так как рассматриваемая дифракционная задача является двумерной, то $\Phi_3 = \Phi_3(x, z) \mathbf{e}_y$ ($\mathbf{e}_y$ – орт оси y) и векторное уравнение (1.5) сводится к скалярному уравнению Гельмгольца. Решения уравнений (1.5) ищутся в виде

$$\Phi_j = A_{j1} \exp[i(\kappa_{jx} x + \kappa_{jz} z)] + A_{j2} \exp[i(\kappa_{jx} x - \kappa_{jz} z)], \quad j = 1, 2, 3, \quad (2.18)$$

где κ_{jx}, κ_{jz} ($j = 1, 2, 3$) – проекции волнового вектора $\mathbf{\kappa}_j$ на оси x и z соответственно. Здесь $\mathbf{\kappa}_j$ ($j = 1, 2$) и $\mathbf{\kappa}_3$ – волновые векторы продольных термоупругих и поперечных упругих волн соответственно. Согласно закону Снеллиуса $\kappa_{1x} = \kappa_{2x} = \kappa_{3x} = k_{21}^x$.

На соприкасающихся с жидкостями поверхностях термоупругого плоского тела выполняются граничные условия (1.6), а на поверхности, разделяющей пластину и покрытие, – граничные условия (1.7).

С использованием всех граничных условий получены выражения для коэффициентов отражения и прохождения звуковой волны

$$V_1 = V_1(U_2(z), U_3(z))|_{z=-(H+h)}, \quad W_1 = W_1(U_1(z), U_2(z), U_3(z))|_{z=-H}$$

и краевая задача для системы трех линейных ОДУ второго порядка вида (2.4), где в краевых условиях границы $z = -h$ и $z = h$ заменяются границами $z = -(H + h)$ и $z = -H$ соответственно.

Рассчитаны угловая и частотная зависимости интенсивности отражения звука I для находящейся в воде алюминиевой пластины с полимерным покрытием. При этом толщина покрытия составляла 10% от толщины пластины. Расчеты проводились для термоупругой пластины с неоднородным термоупругим покрытием при разных видах его неоднородности. С целью сравнения угло-

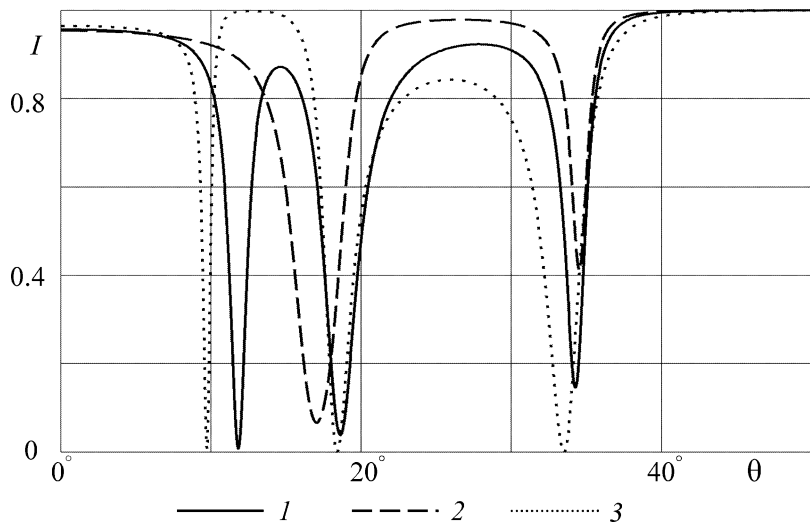


Рис. 2.12. Угловая зависимость интенсивности звукоотражения: 1 (2) – термоупругая пластина с однородным (неоднородным) термоупругим покрытием, 3 – термоупругая пластина без покрытия

вая и частотная зависимости величины I рассчитывались также для термоупругой пластины с однородным термоупругим покрытием и без него.

Анализ построенных зависимостей показал возможность изменения звукоотражающих свойств термоупругого плоского тела за счет неоднородности его покрытия. В частности из рис. 2.12 следует, что не только наличие или отсутствие покрытия у пластины, но и неоднородность самого покрытия может существенно влиять на отражение звука.

В 2.5.2 рассматривается случай дискретно-слоистого покрытия термоупругой пластины. Решение дифракционной задачи для этого случая следует из приведенного далее решения задачи о прохождении звука через систему однородных термоупругих плоских слоев.

Рассматривается граничащая с теплопроводными жидкостями многослойная система, состоящая из N ($N \geq 2$) однородных термоупругих плоских слоев (рис. 2.13). Каждый слой в системе имеет свои материальные константы и толщину. Система прямоугольных координат x, y, z выбрана так, что ось x лежит на границе раздела первого слоя и жидкости, ось z направлена вниз по нормали к поверхностям слоев. Из верхнего полупространства ($r = 2$) на границу раздела N -го слоя и жидкости падает плоская звуковая волна. Ее волновой вектор $\mathbf{k}_{21}$ лежит в плоскости xz , составляя угол θ с осью z .

Определяется прошедшая через многослойную систему звуковая волна.

Рассматривается двумерная задача. Падающее и возбужденные волновые поля не зависят от координаты y .

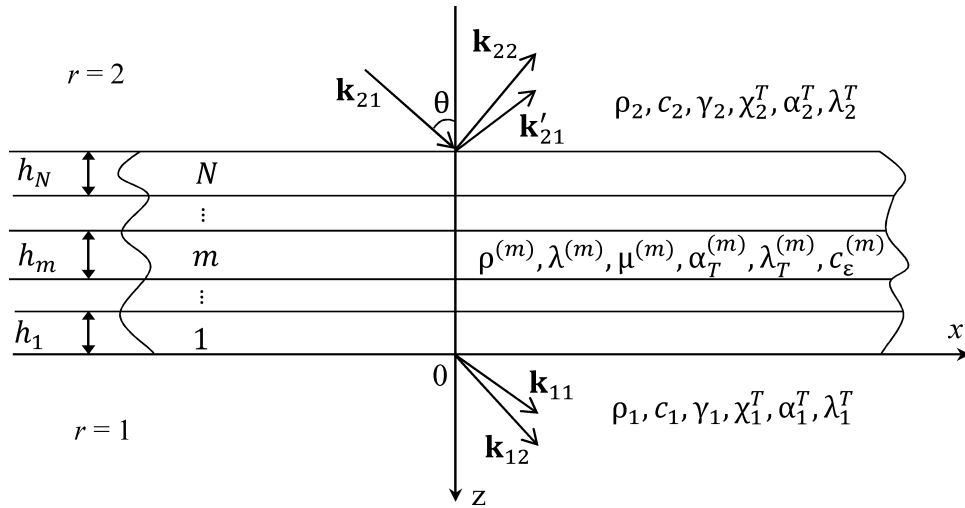


Рис. 2.13. Схема задачи

Потенциалы скоростей Ψ_{rs} возбужденных звуковых ($s=1$) и тепловых ($s=2$) волн в нижнем ($r=1$) и верхнем ($r=2$) полупространствах ищутся в виде аналогичном (2.17):

$$\Psi_{1s} = W_s \exp[i(k_{1s}^x x + k_{1s}^z z)], \quad \Psi_{2s} = V_s \exp[i(k_{2s}^x x - k_{2s}^z (z + H_N))], \quad s=1,2,$$

где $H_N = \sum_{j=1}^N h_j$ — толщина многослойной системы.

Для описания распространения волн в многослойной системе записываются уравнения Гельмгольца (1.5) для каждого слоя этой системы. Решения этих уравнений ищутся в виде (2.18), где амплитуды волн и проекции волновых векторов на координатные оси зависят от индекса m ($m = 1, 2, \dots, N$).

На соприкасающихся с жидкостями поверхностях первого и N -го термоупругих слоев выполняются граничные условия (1.6), а на поверхностях, разделяющих термоупругие слои, – граничные условия (1.7).

Рассматриваемая задача решена матричным методом, основывающимся на использовании рекуррентных формул, связывающих смещения, напряжения и температуры в соседних слоях. В результате получена система пяти линейных алгебраических уравнений, куда входят, в частности, неизвестные амплитуды отраженной и прошедшей звуковых волн.

Из полученного решения дифракционной задачи для многослойной системы вытекает решение задачи дифракции плоской звуковой волны на однородной термоупругой пластине с дискретно-слоистым термоупругим покрытием, если в качестве пластины рассматривать первый слой многослойной системы, а в качестве покрытия – остальные $N - 1$ слоев.

Проведен вычислительный эксперимент по реализации непрерывно-слоистого термоупругого покрытия пластины с помощью дискретно-слоистого покрытия. С математической точки зрения такая реализация эквивалентна аппроксимации непрерывных функций, описывающих физико-механические характеристики материала покрытия, кусочно-постоянными функциями.

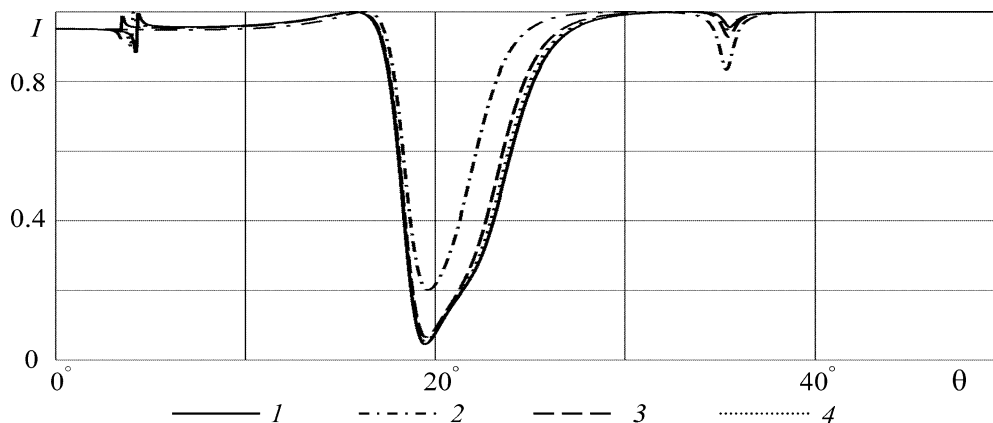


Рис. 2.14. Зависимость интенсивности звукоотражения от угла падения звуковой волны для термоупругой пластины с различными покрытиями:

1 — непрерывно-слоистое термоупругое покрытие, 2–4 — дискретно-слоистое покрытие из однородных термоупругих слоев (2 — $N_1 = 2$, 3 — $N_1 = 4$, 4 — $N_1 = 6$)

Были рассчитаны угловая и частотная зависимости интенсивности звукоотражения I для алюминиевой пластины с полимерным покрытием. При этом толщина покрытия составляла 10% от толщины пластины. В случае непрерывно-слоистого покрытия расчеты величины I выполнялись с использованием результатов, полученных в 2.5.1. Причем рассматривались разные виды неоднородности этого покрытия. В случае многослойного покрытия величина I рассчитывалась для одинаковых по толщине слоев. Было установлено, что с увеличением количества N_1 этих слоев, кривые как угловой, так и частотной

зависимостей интенсивности звукоотражения, рассчитанные для пластины с непрерывно- и дискретно-слоистым покрытиями, сближаются. Это свидетельствует о возможности моделирования непрерывно-слоистого термоупругого покрытия пластины покрытием, состоящим из однородных термоупругих плоских слоев. Пример результатов расчетов дан на рис. 2.14.

В разделе 2.6 решены задачи дифракции плоской звуковой волны на однородном термоупругом бесконечном круговом цилиндре с неоднородным термоупругим покрытием. В 2.6.1 рассматривается цилиндр радиусом r_0 с покрытием в виде коаксиального непрерывно-неоднородного цилиндрического слоя с внешним радиусом r_1 (рис. 2.15). Физико-механические характеристики материала покрытия – непрерывные функции радиальной координаты r цилиндрической системы координат

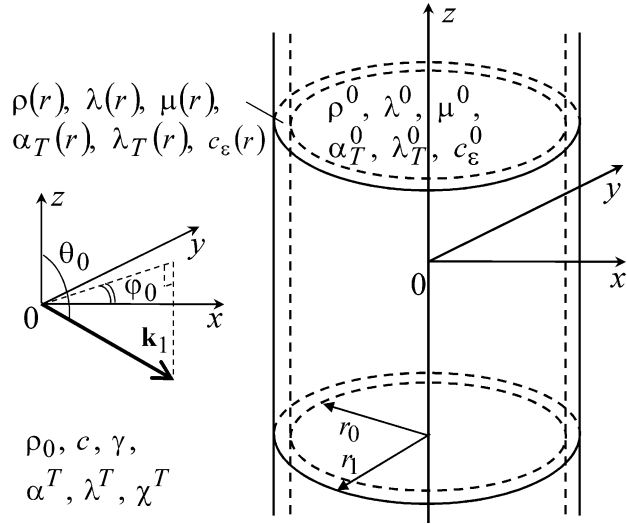


Рис. 2.15. Схема задачи

r, φ, z , ось z которой совпадает с осью вращения цилиндра. Окружающее цилиндрическое тело пространство заполнено теплопроводной жидкостью. Из внешнего пространства на тело падает плоская звуковая волна. Ее волновой вектор $\mathbf{k}_1$ имеет полярный θ_0 и азимутальный φ_0 углы падения.

Определяется рассеянная термоупругим цилиндром с покрытием звуковая волна.

Потенциалы скоростей рассеянной звуковой Ψ_1 и возбужденной тепловой Ψ_2 волн в жидкости ищутся с учетом условий излучения на бесконечности и закона Снеллиуса в виде:

$$\Psi_s = g \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{sn} H_n(k_{sr} r) \exp[in(\varphi - \varphi_0)], \quad s=1,2, \quad (2.19)$$

где $g = \exp(ik_{1z} z)$, k_{1r} , k_{1z} , k_{2r} – проекции волновых векторов звуковой и тепловой волн на координатные оси.

Волновые поля в покрытии описываются системой уравнений (1.2) – (1.4) в цилиндрических координатах, где неизвестные компоненты вектора смещения и приращение температуры представляются следующими рядами Фурье:

$$(u_r, u_\varphi, u_z, T) = g \sum_{n=-\infty}^{\infty} (U_{1n}(r), U_{2n}(r), U_{3n}(r), U_{4n}(r)) \exp[in(\varphi - \varphi_0)].$$

Волновые поля в однородном термоупругом цилиндре описываются уравнениями Гельмгольца (1.5). Подстановкой $\Phi_3 = \text{rot}(\Phi_{31} \mathbf{e}_z) + \kappa_3 \Phi_{32} \mathbf{e}_z$ ($\mathbf{e}_z$ – орт оси z) векторное уравнение (1.5) приводится к двум скалярным уравнениям

Гельмгольца для каждой из функций Φ_{31} , Φ_{32} . Функции Φ_q , Φ_{3q} ($q=1,2$) ищутся с учетом условия ограниченности в виде:

$$(\Phi_q, \Phi_{3q}) = g \sum_{n=-\infty}^{\infty} (W_{qn} J_n(\kappa_{qr} r), W_{2+q,n} J_n(\kappa_{3r} r)) \exp[in(\varphi - \varphi_0)], \quad q=1,2,$$

где κ_{qr} ($q=1,2$), κ_{3r} – проекции волновых векторов продольных термоупругих $\mathbf{\kappa}_q$ и поперечных упругих $\mathbf{\kappa}_3$ волн на ось r .

На внешней поверхности покрытия выполняются граничные условия (1.6), а на внутренней поверхности покрытия – граничные условия (1.7).

Для определения коэффициентов V_{sn} в потенциалах (2.19) получены выражение вида (2.7) и краевая задача вида (2.8), где в краевых условиях граница $r = r_2$ заменяется границей $r = r_0$.

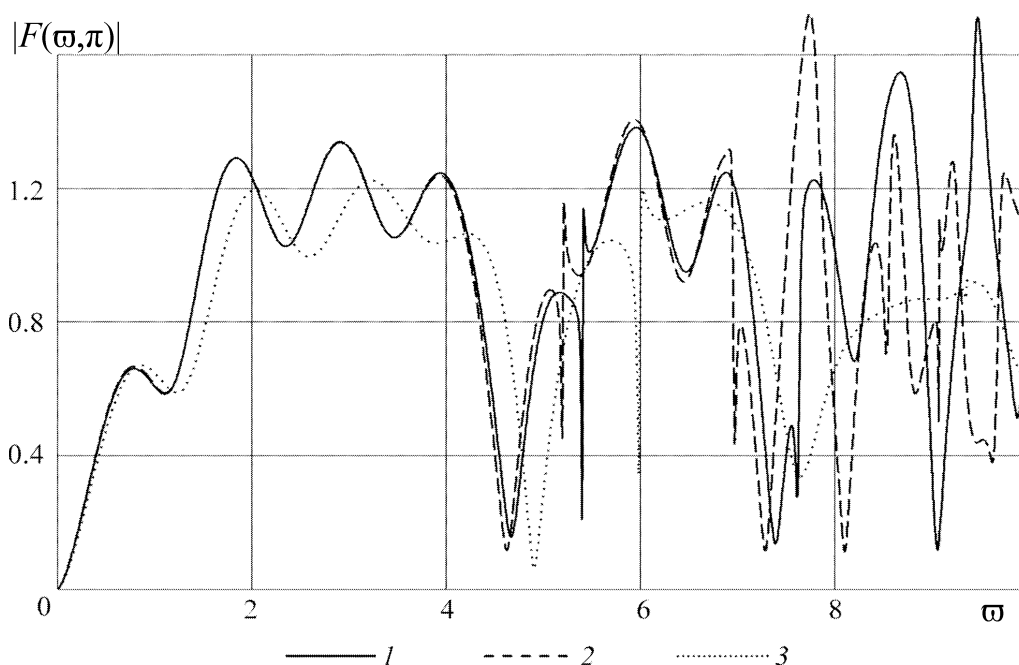


Рис. 2.16. Зависимость амплитуды обратного рассеяния звука от волнового размера цилиндра: 1 (2) — термоупругий цилиндр с однородным (неоднородным) термоупругим покрытием, 3 — термоупругий цилиндр без покрытия

Для дальнейшей зоны акустического поля рассчитаны зависимость амплитуды обратного рассеяния звука от волнового размера цилиндра ϖ ($\varpi = |k_1| r_0$), а также полярная диаграмма направленности амплитуды рассеянной звуковой волны при различных значениях ϖ . Расчеты проводились для акустической ситуации, когда плоская звуковая волна падает на находящийся в воде алюминиевый цилиндр с полимерным покрытием в направлении оси абсцисс ($\theta_0 = \pi/2, \varphi_0 = 0$). При этом толщина покрытия составляет 10% от радиуса цилиндра. При выполнении расчетов рассматривались разные виды неоднородности покрытия.

Результаты расчетов показали возможность изменения звукоотражающих свойств термоупругого цилиндрического тела за счет неоднородности его покрытия. В частности из рис. 2.16 следует, что не только наличие или отсутствие покрытия у цилиндра, но и неоднородность самого покрытия может суще-

ственно влиять на отражение звука. Последнее становится особенно заметным с увеличением волнового размера цилиндра.

Постановка задачи в 2.6.2 отличается от постановки задачи в 2.6.1 структурой неоднородности покрытия цилиндра. Рассматривается однородный термоупругий цилиндр радиусом $r^{(0)}$ с дискретно-слоистым покрытием из N коаксиальных однородных термоупругих цилиндрических слоев с внешними радиусами $r^{(1)} < r^{(2)} < \dots < r^{(N)}$ (рис. 2.17). Цилиндр и каждый слой в покрытии имеют свои материальные константы.

Потенциалы скоростей рассеянной звуковой и возбужденной тепловой волн в жидкости ищутся в виде (2.19).

Для описания распространения волн в рассматриваемом многослойном цилиндрическом теле записываются уравнения Гельмгольца (1.5) для каждого однородного элемента этого тела. Причем, подстановкой, аналогичной указанной в 2.6.1, векторное уравнение (1.5) расщепляется на два скалярных уравнения Гельмгольца. Таким образом, как для цилиндра ($m = 0$), так и для m -го ($m = 1, 2, \dots, N$) слоя в покрытии получено четыре скалярных уравнения Гельмгольца. Их решения ищутся в виде

$$\Phi_q^{(m)} = g \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[W_{q1,n}^{(m)} J_n(\kappa_{qr}^{(m)} r) + W_{q2,n}^{(m)} H_n(\kappa_{qr}^{(m)} r) \right] \exp[in(\varphi - \varphi_0)], \quad (2.20)$$

$$\Phi_{3q}^{(m)} = g \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[W_{2+q,1,n}^{(m)} J_n(\kappa_{3r}^{(m)} r) + W_{2+q,2,n}^{(m)} H_n(\kappa_{3r}^{(m)} r) \right] \exp[in(\varphi - \varphi_0)], \quad q = 1, 2,$$

где $\kappa_{qr}^{(m)}$ ($q = 1, 2$), $\kappa_{3r}^{(m)}$ – проекции волновых векторов продольных термоупругих $\kappa_q^{(m)}$ и поперечных упругих $\kappa_3^{(m)}$ волн на ось r . При этом с учетом условия ограниченности функций (2.20) при $m = 0$, выполняются равенства $W_{q2,n}^{(0)} = W_{2+q,2,n}^{(0)} = 0$.

На соприкасающейся с жидкостью поверхности рассматриваемого многослойного тела выполняются граничные условия (1.6), а на поверхностях, разделяющих однородные элементы этого тела, – граничные условия (1.7).

Решение данной задачи получено матричным методом и сведено к решению системы шести линейных алгебраических уравнений с неизвестными V_{1n} , V_{2n} , $W_{q1,n}^{(0)}$, $W_{2+q,1,n}^{(0)}$ ($q = 1, 2$).

Была показана возможность математического моделирования непрерывно-слоистого термоупругого покрытия цилиндра покрытием, состоящим из системы одинаковых по толщине однородных термоупругих цилиндрических слоев.

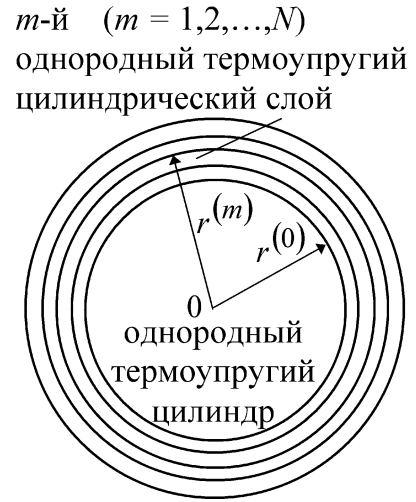


Рис. 2.17. Нормальное сечение цилиндра с дискретно-слоистым покрытием

Для этого рассчитывались зависимость амплитуды обратного рассеяния звука от волнового размера цилиндра и полярная диаграмма направленности амплитуды рассеянной звуковой волны в дальней зоне поля. Расчеты проводились для акустической ситуации, описанной в 2.6.1.

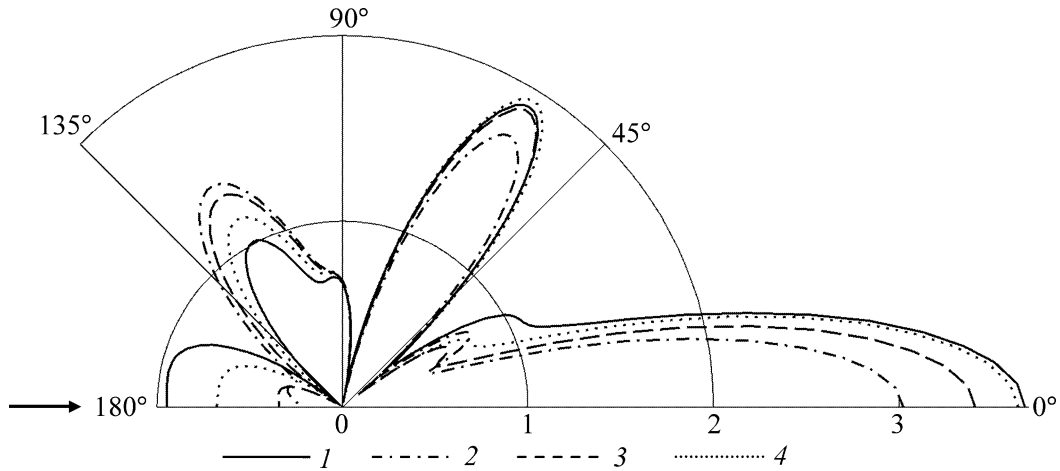


Рис. 2.18. Полярная диаграмма направленности амплитуды рассеянной звуковой волны для термоупругого цилиндра с покрытием из различных материалов: 1 — непрерывно-слоистый термоупругий материал, 2, 3, 4 — дискретно-слоистый материал с однородными термоупругими слоями (2 — $N = 3$, 3 — $N = 6$, 4 — $N = 9$). Стрелка — направление распространения падающей плоской волны

Было установлено, что с увеличением количества однородных слоев в дискретно-слоистом покрытии, кривые как частотной, так и угловой зависимостей амплитуды рассеяния звука, рассчитанные для термоупругого цилиндра с непрерывно- и дискретно-слоистым термоупругими покрытиями, сближаются. На рис. 2.18 дан пример результатов расчетов вблизи резонансной частоты.

В разделе 2.7 решены задачи дифракции плоской звуковой волны на однородном термоупругом шаре с неоднородным термоупругим покрытием. В 2.7.1 рассматривается шар радиусом r_0 с покрытием в виде непрерывно-неоднородного концентрического сферического слоя с внешним радиусом r_1 (рис. 2.19). Физико-механические характеристики материала покрытия — непрерывные

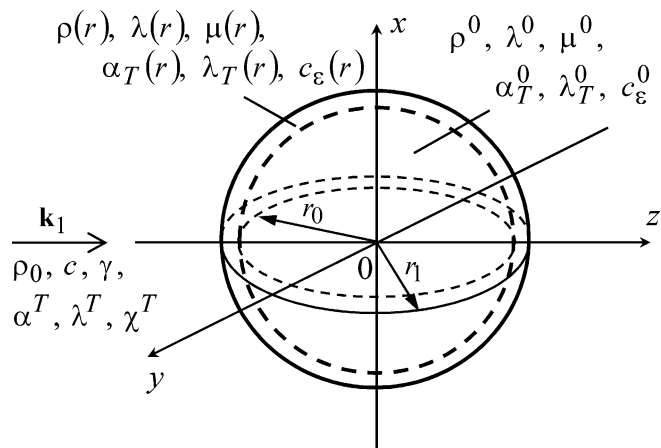


Рис. 2.19. Схема задачи

функции радиальной координаты r сферической системы координат r, θ, φ , начало которой совпадает с центром шара. Из окружающего сферическое тело пространства, заполненного теплопроводной жидкостью, на тело в направлении $\theta = 0$ падает плоская звуковая волна с волновым вектором $\mathbf{k}_1$.

Определяется рассеянная термоупругим шаром с покрытием звуковая волна.

В рассматриваемой осесимметричной задаче падающее и возбужденные волновые поля не зависят от координаты φ .

Потенциалы скоростей рассеянной звуковой Ψ_1 и возбужденной тепловой Ψ_2 волн в жидкости являются решениями уравнений Гельмгольца (1.1) и удовлетворяют условиям излучения на бесконечности:

$$\Psi_s = \sum_{n=0}^{\infty} V_{sn} h_n(k_s r) P_n(\cos \theta), \quad s=1,2. \quad (2.21)$$

Неизвестные компоненты вектора смещения и приращение температуры в покрытии представляются в виде рядов (2.10).

Волновые поля в однородном термоупругом шаре описываются уравнениями Гельмгольца (1.5). В силу осевой симметрии задачи единственной отличной от нуля составляющей векторного потенциала Φ_3 будет азимутальная составляющая, т.е. $\Phi_3 = \Phi_3(r, \theta) \mathbf{e}_\varphi$ ($\mathbf{e}_\varphi$ — единичный вектор оси φ). Тогда векторное уравнение Гельмгольца (1.5) сводится к скалярному уравнению. Функции Φ_q ($q=1,2,3$) ищутся с учетом условия ограниченности в виде:

$$(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(W_{1n} j_n(\kappa_1 r), W_{2n} j_n(\kappa_2 r), W_{3n} j_n(\kappa_3 r) \frac{d}{d\theta} \right) P_n(\cos \theta).$$

На внешней поверхности покрытия выполняются граничные условия (1.6), а на внутренней поверхности покрытия — граничные условия (1.7).

Для определения коэффициентов V_{sn} в потенциалах (2.21) получены выражение вида (2.11) и краевая задача вида (2.8) для системы трех линейных ОДУ второго порядка с неизвестными $\mathbf{U}_n = (U_{1n}, U_{2n}, U_{3n})^T$, где в краевых условиях граница $r = r_2$ заменяется границей $r = r_0$.

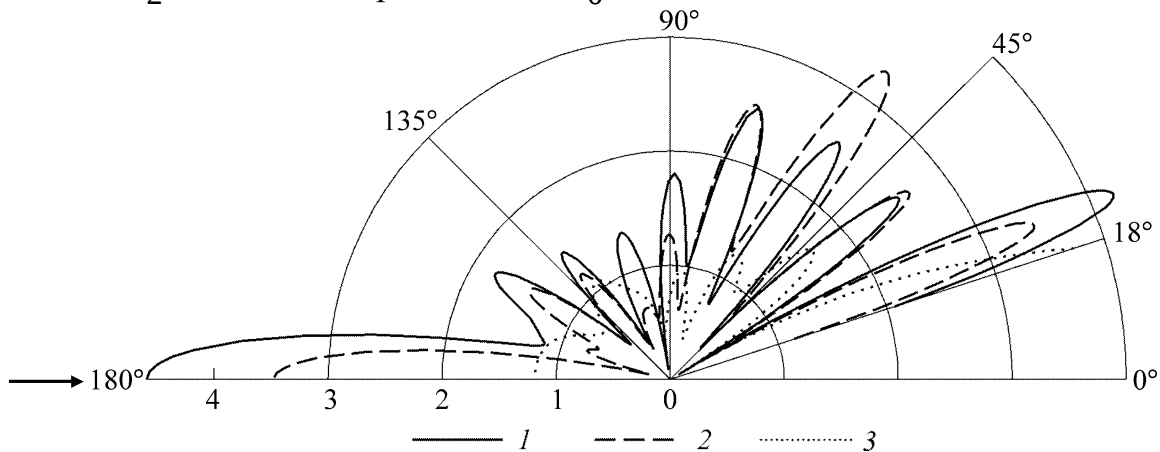


Рис. 2.20. Полярная диаграмма направленности амплитуды рассеянной звуковой волны: 1 (2) — термоупругий шар с однородным (неоднородным) термоупругим покрытием, 3 — термоупругий шар без покрытия. Стрелка — направление падения волны

Для дальней зоны акустического поля рассчитаны зависимость амплитуды обратного рассеяния звука от волнового размера шара ϖ , а также полярная диаграмма направленности амплитуды рассеянной звуковой волны при различных значениях ϖ . Расчеты проводились для алюминиевого шара с полимерным

покрытием в воде. При этом толщина покрытия составляла 10% от радиуса шара. При выполнении расчетов рассматривались разные виды неоднородности покрытия.

Результаты расчетов показали возможность изменения звукоотражающих свойств термоупругого сферического тела за счет неоднородности его покрытия. Обнаружены как общие, так и индивидуальные черты влияния покрытий шара и цилиндра на рассеяние звука. Пример результатов расчетов приведен на рис. 2.20.

Постановка задачи в 2.7.2 отличается от постановки задачи в 2.7.1 структурой неоднородности покрытия шара. Рассматривается однородный термоупругий шар с дискретно-слоистым покрытием из N концентрических однородных термоупругих сферических слоев (рис. 2.21). Шар и каждый слой в покрытии имеют свои материальные константы.

Потенциалы скоростей рассеянной звуковой и возбужденной тепловой волн в жидкости ищутся в виде (2.21).

Для описания распространения волн в многослойном сферическом теле записываются уравнения Гельмгольца (1.5) для каждого однородного элемента этого тела. Причем,

как и в 2.7.1, в силу осевой симметрии задачи векторное уравнение (1.5) сводится к одному скалярному уравнению. Таким образом, как для шара ($m = 0$), так и для m -го ($m = 1, 2, \dots, N$) слоя в покрытии получено три скалярных уравнения. Решения этих уравнений ищутся в виде

$$\begin{aligned} \Phi_q^{(m)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[W_{q1,n}^{(m)} j_n(\kappa_q^{(m)} r) + W_{q2,n}^{(m)} h_n(\kappa_q^{(m)} r) \right] P_n(\cos \theta), \quad q = 1, 2, \\ \Phi_3^{(m)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[W_{31,n}^{(m)} j_n(\kappa_3^{(m)} r) + W_{32,n}^{(m)} h_n(\kappa_3^{(m)} r) \right] \frac{d}{d\theta} P_n(\cos \theta), \end{aligned} \quad (2.22)$$

где $\kappa_q^{(m)}$ ($q = 1, 2$), $\kappa_3^{(m)}$ – волновые числа продольных термоупругих и поперечных упругих волн. При этом с учетом условия ограниченности функций (2.22) при $m = 0$, выполняются равенства $W_{12,n}^{(0)} = W_{22,n}^{(0)} = W_{32,n}^{(0)} = 0$.

На соприкасающейся с жидкостью поверхности рассматриваемого многослойного тела выполняются граничные условия (1.6), а на поверхностях, разделяющих однородные элементы этого тела, – граничные условия (1.7).

Решение рассматриваемой задачи получено матричным методом.

Была показана возможность математического моделирования непрерывно-слоистого термоупругого покрытия шара покрытием, состоящим из системы

m -й ($m = 1, 2, \dots, N$)
однородный термоупругий
сферический слой

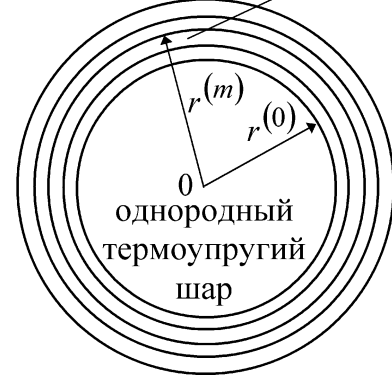


Рис. 2.21. Сечение шара с дискретно-слоистым покрытием диаметральным плоскостью

одинаковых по толщине однородных термоупругих сферических слоев. При этом моделирование осуществлялось по амплитуде рассеянной шаром с покрытием звуковой волны.

В разделе 2.8 решена задача о рассеянии однородным термоупругим цилиндром с радиально-слоистым термоупругим покрытием звуковых волн, излучаемых линейным источником в плоском волноводе. Рассматривается плоский волновод глубиной d , заполненный теплопроводной жидкостью. Одна граница волновода является либо абсолютно жесткой, либо акустически мягкой, а другая граница волновода близка к одной из таких идеальных границ.

В волновод помещен бесконечный однородный термоупругий цилиндр радиусом r_1 . Ось вращения цилиндра параллельна стенкам волновода и совпадает с осью z цилиндрической системы координат r, φ, z . Цилиндр имеет покрытие в виде коаксиального радиально-неоднородного термоупругого цилиндрического слоя с внешним радиусом r_2 .

Физико-механические характеристики материала покрытия – непрерывные функции радиальной координаты r . В прямоугольной декартовой системе координат x, y, z , связанной с цилиндрической системой координат, нижняя граница волновода определяется уравнением $y = -a$, верхняя граница – уравнением $y = b$. При этом $d = a + b$. Схема волноводной системы показана на рис. 2.22.

В волноводе находится бесконечно длинный линейный источник, параллельный оси z , который генерирует монохроматическую симметричную цилиндрическую звуковую волну с потенциалом скоростей $\Psi_0 = A H_0(k_1 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)$ (A – амплитуда волны, k_1 – волновое число звуковых волн). Положение источника определяется точкой M_0 , имеющей декартовы координаты (x_0, y_0) и цилиндрические координаты (r_0, φ_0) , M – точка наблюдения.

Определяется волновое поле в волноводе.

Потенциал скорости искомого поля Ψ ищется в виде суммы вклада от источника Ψ^0 и вклада от рассеивателя. В свою очередь вклад от рассеивателя разделяется на акустическую Ψ^1 и тепловую Ψ_2 составляющие, которые удовлетворяют уравнениям Гельмгольца (1.1) и условиям излучения на бесконечности. Таким образом $\Psi = \Psi^0 + \Psi^1 + \Psi_2$.

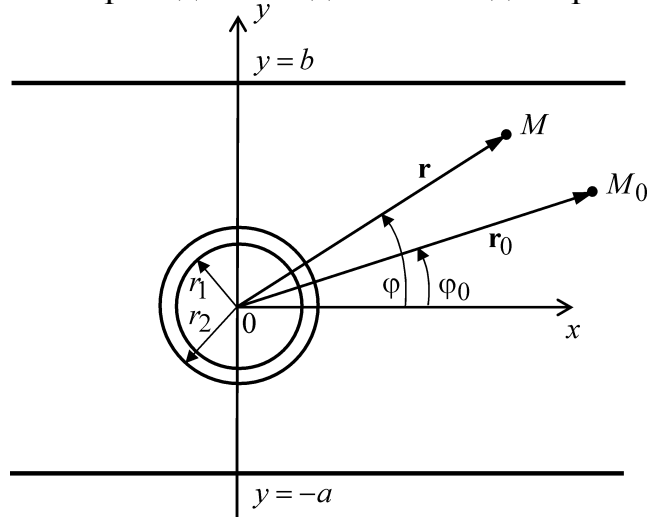


Рис. 2.22. Схема волноводной системы

При рассмотрении вклада от источника выражение для Ψ_0 записывается с использованием интегрального представления осесимметричной цилиндрической волны $H_0(k_1|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)$ в свободном пространстве:

$$\Psi_0 = A \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\eta_1} e^{i\xi(x-x_0)} e^{i\eta_1|y-y_0|} d\xi, \quad \eta_1 = \sqrt{k_1^2 - \xi^2}. \quad (2.23)$$

Выбор знака корня $\sqrt{k_1^2 - \xi^2}$ из условия $\text{Im}\eta \geq 0$ обеспечивает ограниченность Ψ_0 при $|y| \rightarrow \infty$.

Произведение экспонент в подынтегральном выражении (2.23) представляет собой плоскую волну, направление распространения которой задается горизонтальной ξ и вертикальной η компонентами волнового вектора звуковых волн $\mathbf{k}_1$. Отраженная от границы цилиндрическая волна может быть представлена в виде суперпозиции плоских волн, возникающих при отражении плоских волн, на которые раскладывается цилиндрическая волна.

При определении вклада от источника в искомое поле, учитывается многократное отражение плоских звуковых волн от границ волновода. Возникающими при таком отражении тепловыми волнами пренебрегаем, поскольку эти волны существенны лишь в тонких тепловых пограничных слоях у поверхностей границ волновода. Для учета всех возможных вариантов отражения плоских звуковых волн от стенок волновода потенциал Ψ^0 представляется в виде ряда

$$\Psi^0 = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{m=1}^4 \Psi_{jm}^0, \quad (2.24)$$

где $\Psi_{01}^0 = \Psi_0$, а остальные слагаемые в ряде (2.24) отвечают за разную кратность отражения плоских волн от стенок волновода и записываются на основе выражения (2.23).

В результате суммирования ряда (2.24) получено выражение, описывающее вклад от источника

$$\begin{aligned} \Psi^0(x, y) = A \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\eta_1} e^{i\xi(x-x_0)} \frac{1}{1 - V_a V_b e^{2i\eta_1(a+b)}} & \left[e^{i\eta_1|y-y_0|} + \right. \\ & \left. + V_a e^{i\eta_1(y+y_0+2a)} + V_b e^{-i\eta_1(y+y_0-2b)} + V_a V_b e^{-i\eta_1(|y-y_0|-2(a+b))} \right] d\xi, \end{aligned}$$

где V_a и V_b – коэффициенты отражения плоской волны от нижней и верхней границ волновода соответственно. При этом предполагается, что имеет место малое отличие $|V_a|$ или $|V_b|$ от единицы.

При определении акустической составляющей вклада от рассеивателя Ψ^1 не учитывается рассеяние телом волн, отраженных от границ волновода, а учитывается только рассеяние цилиндром волны, идущей непосредственно от источника. Такое допущение справедливо, когда стенки волновода отстоят от те-

ла на достаточно больших расстояниях, то есть когда a и b велики по сравнению с радиусом тела r_2 .

Потенциал Ψ^1 представляется в виде ряда, аналогичного ряду (2.24):

$$\Psi^1 = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{m=1}^4 \Psi_{jm}^1, \quad (2.25)$$

где $\Psi_{01}^1 = \Psi_1$ – потенциал скорости рассеянной звуковой волны, возникающей при дифракции цилиндрической волны на однородном термоупругом цилиндре с непрерывно-слоистым термоупругим покрытием в безграничном пространстве, заполненном теплопроводной жидкостью. Решение такой дифракционной задачи получено в настоящей работе аналогично решению, приведенному в 2.4.1, с той разницей, что в полости цилиндрического слоя вместо жидкой среды рассматривалась однородная термоупругая среда.

Тепловая составляющая вклада от рассеивателя Ψ_2 описывает возбужденную в безграничном пространстве тепловую волну с волновым числом k_2 .

Потенциалы Ψ_1 и Ψ_2 ищутся в виде аналогичном (2.12) при $j = 1$.

С использованием интегральной формы записи волновых цилиндрических функций через декартовы базисные решения уравнения Гельмгольца

$$H_n(k_s r) e^{in\varphi} = \frac{\gamma_n}{\pi k_s^n} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\eta_s} (\eta_s - i\xi)^n e^{\pm i\xi x} e^{i\eta_s |y|} d\xi, \quad s=1,2 \quad (\eta_2 = \sqrt{k_2^2 - \xi^2}),$$

(знак плюс у показателя экспоненты и $\gamma_n = 1$ соответствуют $y > 0$, а знак минус и $\gamma_n = (-1)^n$ соответствуют $y < 0$) для Ψ_1 и Ψ_2 получены выражения

$$\Psi_s(x, y) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n V_{sn} e^{-in\varphi_0} k_s^{-n} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\eta_s} (\eta_s - i\xi)^n e^{\pm i\xi x} e^{i\eta_s |y|} d\xi, \quad s=1,2. \quad (2.26)$$

Эти выражения справедливы для точек наблюдения, лежащих за пределами окружности радиуса r_2 . Как и в (2.23), произведение экспонент в подынтегральном выражении (2.26) представляет собой плоскую волну. Поэтому, как и отраженное от границ волновода первичное акустическое поле, рассеянная телом звуковая волна после отражения от плоских границ может быть представлена в виде суперпозиции плоских волн

При рассмотрении тех же вариантов отражения, что и в случае вклада от источника, из (2.25) получено выражение

$$\begin{aligned} \Psi^1(x, y) = & \frac{1}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n V_{1n} e^{-in\varphi_0} k_1^{-n} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\eta_1} (\eta_1 - i\xi)^n e^{\pm i\xi x} \frac{1}{1 - V_a V_b e^{2i\eta_1(a+b)}} \times \\ & \times \left[e^{i\eta_1 |y|} + V_a e^{i\eta_1(y+2a)} + V_b e^{-i\eta_1(y-2b)} + V_a V_b e^{-i\eta_1(|y|-2(a+b))} \right] d\xi. \end{aligned}$$

Были рассчитаны зависимость модуля потенциала полного поля в волноводе от волнового размера рассеивателя в разных точках наблюдения и

распределение модуля потенциала рассеянного поля по глубине волновода. При этом расчеты выполнялись для частного случая, когда волновод заполнен идеальной жидкостью, а помещенное в него тело представляет собой абсолютно жесткий цилиндр с непрерывно-слоистым упругим покрытием.

В расчетах полагалось, что волновод с абсолютно жесткой нижней границей $y = -3r_2$ и близкой к акустически мягкой верхней границей $y = 5r_2$ заполнен водой. Цилиндр имеет упругое покрытие из полимерного материала. Толщина покрытия составляет 20% от радиуса цилиндра. Источник звука расположен в точке с координатами $r_0 = 7r_2$ и $\varphi_0 = 5\pi/6$.

Рассматривались как однородное покрытие, так и покрытие неоднородное по плотности и модулям упругости.

Анализ рассчитанных зависимостей показал, как за счет непрерывно-слоистой неоднородности покрытия можно изменять звукоотражающие свойства цилиндрического тела в волноводе. Пример результатов расчетов дан на рис. 2.23.

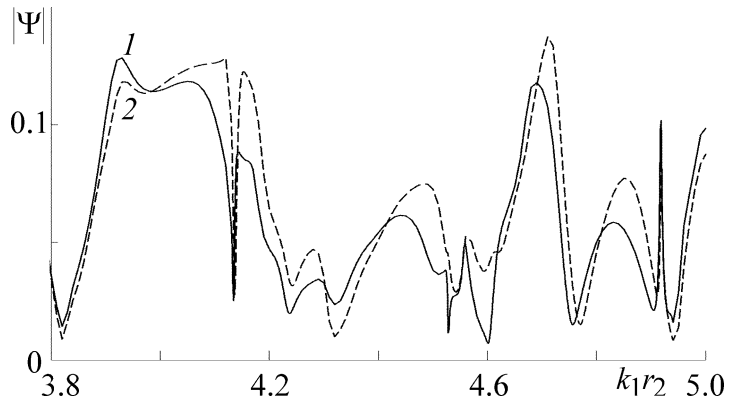


Рис. 2.23. Зависимость акустического поля $|\Psi|$ от волнового размера рассеивателя $k_1 r_2$: 1 (2) – цилиндр с неоднородным (однородным) покрытием.

В третьей главе решены обратные задачи дифракции звука на неоднородных термоупругих телах.

В разделе 3.1 предложен метод решения таких задач. Этот метод предполагает известным решение прямой задачи дифракции звука на неоднородном термоупругом теле. На основе этого решения, в обратной задаче требуется определить законы неоднородности материала термоупругого тела, обеспечивающие наименьшее рассеяние звука телом в заданном диапазоне частот при фиксированном угле наблюдения α , равном α_* , а также в заданном угловом секторе наблюдения $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$ при фиксированной частоте. При этом диапазон частот определяется интервалом изменения волнового размера тела $\varpi_1 \leq \varpi \leq \varpi_2$, а фиксированная частота – фиксированным значением волнового размера тела, равным ϖ_* .

Полагается, что все физико-механические характеристики материала тела, или часть из них, описываются многочленами второй степени с независимой переменной ξ и неизвестными коэффициентами $\eta^{(0)}, \eta^{(1)}, \eta^{(2)}$:

$$\eta(\xi) = \tilde{\eta} \bar{\eta}(\xi), \quad (3.1)$$

где

$$\bar{\eta}(\xi) = \eta^{(0)} + \eta^{(1)}\xi + \eta^{(2)}\xi^2, \quad a \leq \xi \leq b. \quad (3.2)$$

Здесь ξ – координата, по которой проявляется непрерывно-слоистая неоднородность материала; $\eta = \{\rho, \lambda, \mu, \alpha_T, \lambda_T, c_\varepsilon\}$; $\tilde{\eta}$ – характерная величина однородного материала. Другая часть (если она присутствует) физико-механических характеристик материала тела считаются известными.

Строятся функционалы I_1, I_2 вида

$$I_1[\rho, \lambda, \mu, \alpha_T, \lambda_T, c_\varepsilon] = \frac{1}{\varpi_2 - \varpi_1} \int_{\varpi_1}^{\varpi_2} I(\varpi, \alpha_*) d\varpi, \quad (3.3)$$

$$I_2[\rho, \lambda, \mu, \alpha_T, \lambda_T, c_\varepsilon] = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} I(\varpi_*, \alpha) d\alpha, \quad (3.4)$$

определенные на классе квадратичных функций (3.1) и выражающие осредненные значения интенсивности рассеяния звука $I(\varpi, \alpha)$ в заданных диапазоне частот и интервале углов наблюдения соответственно.

Для каждого функционала ищутся такие значения коэффициентов функций (3.2), при которых он достигает минимального значения.

Для минимизации функционалов (3.3), (3.4) вводятся ограничения

$$C_{1\eta} \leq \bar{\eta}(\xi) \leq C_{2\eta}, \quad (3.5)$$

где $C_{1\eta}, C_{2\eta}$ – некоторые положительные константы.

Геометрически каждое из неравенств (3.5) задает в прямоугольной системе координат с осью абсцисс ξ и осью ординат f бесконечное множество кривых $\bar{\eta}(\xi)$, лежащих в прямоугольной области $\Omega = \{(\xi, f) : a \leq \xi \leq b, C_{1\eta} \leq f \leq C_{2\eta}\}$, показанной на рис. 3.1.

В области Ω каждая парабола (3.2) определяется тремя точками $G_{0\eta}(a, f_{0\eta}), G_{1\eta}((a+b)/2, f_{1\eta}), G_{2\eta}(b, f_{2\eta})$, где $f_{q\eta} \in [C_{1\eta}, C_{2\eta}]$ ($q=0,1,2$). Подстановкой координат этих точек в выражение (3.2), получена система трех линейных алгебраических уравнений, решение которой имеет вид

$$\boldsymbol{\eta} = R^{-1} \mathbf{f}_\eta, \quad (3.6)$$

$$\text{где } \boldsymbol{\eta} = (\eta^{(0)}, \eta^{(1)}, \eta^{(2)})^T, \mathbf{f}_\eta = (f_{0\eta}, f_{1\eta}, f_{2\eta})^T, R = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & (a+b)/2 & (a+b)^2/4 \\ 1 & b & b^2 \end{pmatrix}.$$

Выбирая из отрезка $[C_{1\eta}, C_{2\eta}]$ значения для ординат $f_{0\eta}, f_{1\eta}, f_{2\eta}$ и вычисляя с помощью соотношений (3.6) значения коэффициентов

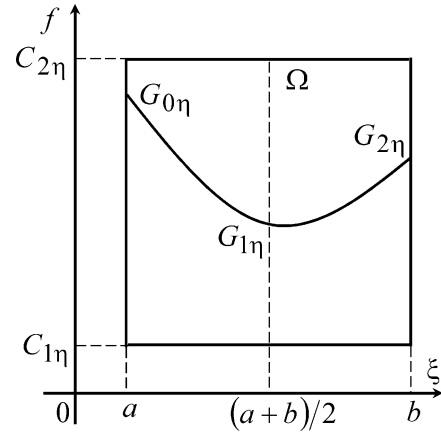


Рис. 3.1. Область Ω

$\eta^{(0)}, \eta^{(1)}, \eta^{(2)}$, можно получить квадратичные (линейные при $\eta^{(2)} = 0$) законы неоднородности материала тела. При этом, если абсцисса вершины параболы принадлежит отрезку $[a, b]$, то ордината этой вершины должна принадлежать отрезку $[C_{1\eta}, C_{2\eta}]$, т. е. требуется проверка совместного выполнения условий

$$a \leq -\eta^{(1)} / (2\eta^{(2)}) \leq b, \quad C_{1\eta} \leq \eta^{(0)} - \eta^{(1)2} / (4\eta^{(2)}) \leq C_{2\eta}. \quad (3.7)$$

Нахождение значений неизвестных коэффициентов функций (3.2), удовлетворяющих условиям (3.5) и минимизирующих функцию восемнадцати переменных

$$I_m(\rho^{(0)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}, \dots, c_\varepsilon^{(0)}, c_\varepsilon^{(1)}, c_\varepsilon^{(2)}) \rightarrow \min, \quad m = 1, 2 \quad (3.8)$$

осуществляется с помощью следующего алгоритма.

Для ординаты $f_{q\eta}$ точки $G_{q\eta}$ ($q = 0, 1, 2$) на отрезке $[C_{1\eta}, C_{2\eta}]$ вводится равномерная сетка

$$f_{q\eta}^{(l_{q\eta})} = C_{1\eta} + l_{q\eta} h_{q\eta}, \quad q = 0, 1, 2, \quad (3.9)$$

где $l_{q\eta} = 0, 1, \dots, n_{q\eta}$ – номер узла сетки, $h_{q\eta} = (C_{2\eta} - C_{1\eta}) / n_{q\eta}$ – шаг q -й сетки, $n_{q\eta}$ – количество равных частей, на которые разбит отрезок $[C_{1\eta}, C_{2\eta}]$. Таким образом, построены двумерные сетки в каждой из шести областей Ω , соответствующих неравенствам (3.5). На этих сетках с использованием соотношений (3.6) и условий (3.7) рассчитываются наборы значений коэффициентов функций (3.2).

Нахождение оптимального набора коэффициентов $\eta^{(0)}, \eta^{(1)}, \eta^{(2)}$ осуществляется с помощью процедуры поиска минимума функции (3.8). Эта вычислительная процедура построена на основе комбинации методов случайного поиска и покоординатного спуска и включает два этапа. При этом в качестве восемнадцати искомых координат выступают не сами коэффициенты $\eta^{(0)}, \eta^{(1)}, \eta^{(2)}$, а соответствующие им наборы величин $f_{0\eta}, f_{1\eta}, f_{2\eta}$, присутствующие в выражениях (3.6).

На первом этапе случайным образом выбирается начальная точка $\mathbf{f}$ – совокупность восемнадцати значений $f_{0\eta}, f_{1\eta}, f_{2\eta}$ из множества допустимых дискретных сочетаний на введенной многомерной сетке:

$$\mathbf{f} = (f_{0\rho}, f_{1\rho}, f_{2\rho}, \dots, f_{0c_\varepsilon}, f_{1c_\varepsilon}, f_{2c_\varepsilon}).$$

На втором этапе в случайном порядке выбирается одна из координат и выполняется поиск минимума функции I_m ($m = 1, 2$) при изменении значений этой координаты во всех возможных узлах с номерами $l_{q\eta}$. При этом значения семнадцати других координат не меняются. Процедура случайного выбора координат повторяется до тех пор, пока не будет осуществлен поиск по всем координатам. По окончании второго этапа получаем значение локального минимума

функции I_m и соответствующий набор координат $\mathbf{f}$, по которому с помощью формул (3.6) вычисляются искомые коэффициенты $\eta^{(0)}, \eta^{(1)}, \eta^{(2)}$.

Локальный минимум функции I_m и соответствующий ему набор материальных параметров зависят и от выбора начальной точки, и от порядка перебора координат при покоординатном спуске. Поэтому процедура поиска локального минимума повторяется M раз. В качестве конечного решения выбирается набор коэффициентов $\eta^{(0)}, \eta^{(1)}, \eta^{(2)}$, обеспечивающий наименьшее значение I_m среди локальных решений. Получаемое таким образом оптимальное решение является приближенным, точность которого зависит от выбора шага сетки $h_{q\eta}$ и числа M .

В разделе 3.2 решены обратные дифракционные задачи для непрерывно-слоистых термоупругих слоев плоской, цилиндрической и сферической формы. В 3.2.1 на основе полученного в разделе 2.1 решения прямой задачи определяются законы неоднородности материала термоупругого плоского слоя, обеспечивающие наименьшее отражение звука в заданном диапазоне частот при фиксированном угле падения волны $\theta = \theta_*$, а также в заданном интервале углов падения $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ при фиксированной частоте волны.

Для решения этой задачи используется метод, предложенный в разделе 3.1, где $\varpi = 2|k_{11}|h$, угол наблюдения α заменяется углом падения волны θ , координата ξ – координатой z , отрезок $[a, b]$ – отрезком $[-h, h]$.

Для плотности и модулей упругости термоупругого плоского слоя толщиной $2h = 0.005$ м были рассчитаны зависимости (3.1), обеспечивающие наименьшие значения величин I_1 и I_2 в интервалах $5 \leq \varpi \leq 15$ (при $\theta_* = 0^\circ$) и $0^\circ \leq \theta \leq 50^\circ$ (при $\varpi_* = 8.5$) соответственно. Рассматривался случай, когда плоская звуковая волна падает на граничащий с водой слой из материала на основе поливинилбутирала. В расчетах полагали, что $C_{1\rho} = C_{1\lambda} = C_{1\mu} = 0.5$, $C_{2\rho} = C_{2\lambda} = C_{2\mu} = 1.5$. При этом в трех областях Ω , соответствующих неравенствам (3.5), строились одинаковые двумерные сетки (3.9), причем сначала с шагами $h_{q\rho} = h_{q\lambda} = h_{q\mu} = 0.5$ ($q = 0, 1, 2$), а затем более густые – с шагами $h_{q\rho} = h_{q\lambda} = h_{q\mu} = 0.25$. Рассчитанные на этих сетках наборы коэффициентов $(\rho^{(0)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}), (\lambda^{(0)}, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}), (\mu^{(0)}, \mu^{(1)}, \mu^{(2)})$ определяют в каждой из трех областей Ω все допустимые функции $\bar{\rho}(z), \bar{\lambda}(z), \bar{\mu}(z)$ для механических параметров слоя $\rho(z), \lambda(z), \mu(z)$ (пример допустимых функций дан на рис. 3.2). Из этих параметров выбирались те, для которых значение I_m ($m = 1, 2$) минимально. При этом $M = 63$.

Результаты расчетов показали, что со сгущением сеток могут быть найдены законы неоднородности термоупругого плоского слоя, обеспечивающие все меньшие значения I_1, I_2 . Например, найденные на более мелкой сетке (рис. 3.2) оптимальные зависимости

$$\bar{\rho}(z)=1\pm 100z-4\cdot 10^4 z^2, \bar{\lambda}(z)=1\mp 100z-4\cdot 10^4 z^2, \bar{\mu}(z)=1\mp 50z-6\cdot 10^4 z^2,$$

позволяют на 40% уменьшить значение I_1 , рассчитанное на укрупненной сетке.

Из результатов расчетов также следует, что в исследуемом диапазоне частот при квадратичных законах неоднородности термоупругого плоского слоя таких, что теплофизические параметры постоянны, а плотность и модули упругости описываются функциями, симметрично распределенными относительно серединной плоскости слоя, последний неразличим по отраженному звуковому полю.

В 3.2.2 и 3.2.3 для термоупругих слоев цилиндрической и сферической формы соответственно определяются законы неоднородности, обеспечивающие наименьшее рассеяние звука.

Решения этих обратных задач, с использованием полученных в разделах 2.2 и 2.3 результатов, ищутся с помощью предложенного в разделе 3.1 метода, где угол α заменяется углом φ в случае цилиндрического тела и углом θ в случае сферического тела, координата ξ заменяется координатой r , а отрезок $[a, b]$ – отрезком $[r_2, r_1]$.

Были рассчитаны зависимости (3.1) для плотности и модулей упругости термоупругих цилиндрического и сферического слоев, минимизирующие величины I_1, I_2 . Расчеты выполнялись для граничащих с водой полимерных слоев при $r_1/r_2 = 1.1$. При расчетах рассматривались области Ω и допустимые функции $\bar{\rho}(r), \bar{\lambda}(r), \bar{\mu}(r)$ вида аналогичного изображенному на рис. 3.2. Результаты расчетов показали, что осредненная интенсивность рассеяния звука термоупругими слоями цилиндрической и сферической формы с найденными оптимальными законами неоднородности более чем на 60% меньше интенсивности рассеяния звука такими же телами из однородного материала.

В разделе 3.3 показана возможность математического моделирования непрерывно-слоистых покрытий термоупругих тел с требуемыми звукоотражающими свойствами. В 3.3.1 на основе полученного в 2.5.1 решения прямой задачи определяются законы неоднородности для термоупругого покрытия пластины, обеспечивающие наименьшее звукоотражение. При этом материальные константы самой пластины считаются известными. Для решения этой обратной задачи используется метод, описанный в разделе 3.1, где $\varpi = |k_{21}|H$ – волновой размер пластины, угол α заменяется углом падения волны θ , а физико-механические характеристики тела (3.1) отождествляются с соответствующими физико-механическими характеристиками покрытия. При этом в (3.1) переменная ξ , изменяющаяся на отрезке $[a, b]$, заменяется переменной $z \in [-(H + h), -H]$.

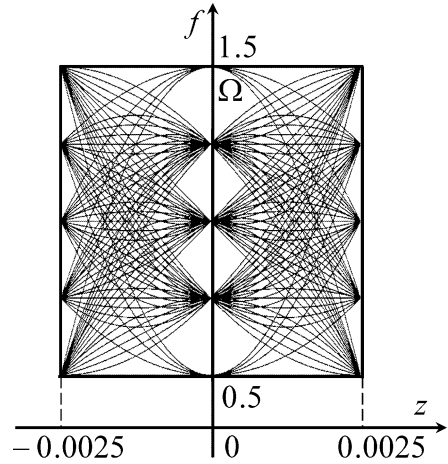


Рис. 3.2. Допустимые функции $\bar{\rho}(z), \bar{\lambda}(z), \bar{\mu}(z)$, рассчитанные при $h_{qp} = h_{q\lambda} = h_{q\mu} = 0.25$

В 3.3.2 и 3.3.3 для термоупругих покрытий цилиндра и шара соответственно определяются законы неоднородности, обеспечивающие наименьшее рассеяние звука. При этом материальные константы цилиндра и шара считаются известными. Решения этих обратных задач, с использованием полученных в 2.6.1 и 2.7.1 результатов, ищутся с помощью предложенного в разделе 3.1 метода, где $\varpi = |k_1|r_0$ – волновой размер цилиндра или шара без покрытия, угол α заменяется углом φ в случае цилиндра с покрытием и углом θ в случае шара с покрытием, физико-механические характеристики тела (3.1) отождествляются с соответствующими физико-механическими характеристиками покрытия. При этом в (3.1) переменная $\xi \in [a, b]$, заменяется переменной $r \in [r_0, r_1]$.

В 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3 были рассчитаны квадратичные зависимости для плотности и модулей упругости термоупругих покрытий соответственно пластины, цилиндра и шара, обеспечивающие наименьшие значения величин I_1, I_2 . Расчеты проводились для случая, когда плоская звуковая волна падает на находящееся в воде алюминиевое тело (пластину, цилиндр, шар) с покрытием из полимерного материала. При этом толщина покрытия пластины составляла 10% от толщины самой пластины, а толщина покрытия цилиндра, так же как и шара, составляла 10% от их радиусов. При расчетах рассматривались области Ω и допустимые функции для механических параметров покрытий вида аналогичного показанному на рис. 3.2.

Сравнение величин I_1, I_2 , рассчитанных для термоупругих тел с покрытиями и без них показало, что наличие у тела термоупругого покрытия с оптимальными законами неоднородности может привести к значительному снижению интенсивности звукоотражения. Расчеты показали, что у пластины наличие такого покрытия уменьшает значение величины I_1 (I_2) на 18% (40%) (см. рис. 3.3), у цилиндра – на 42% (26%), у шара – на 31% (52%).

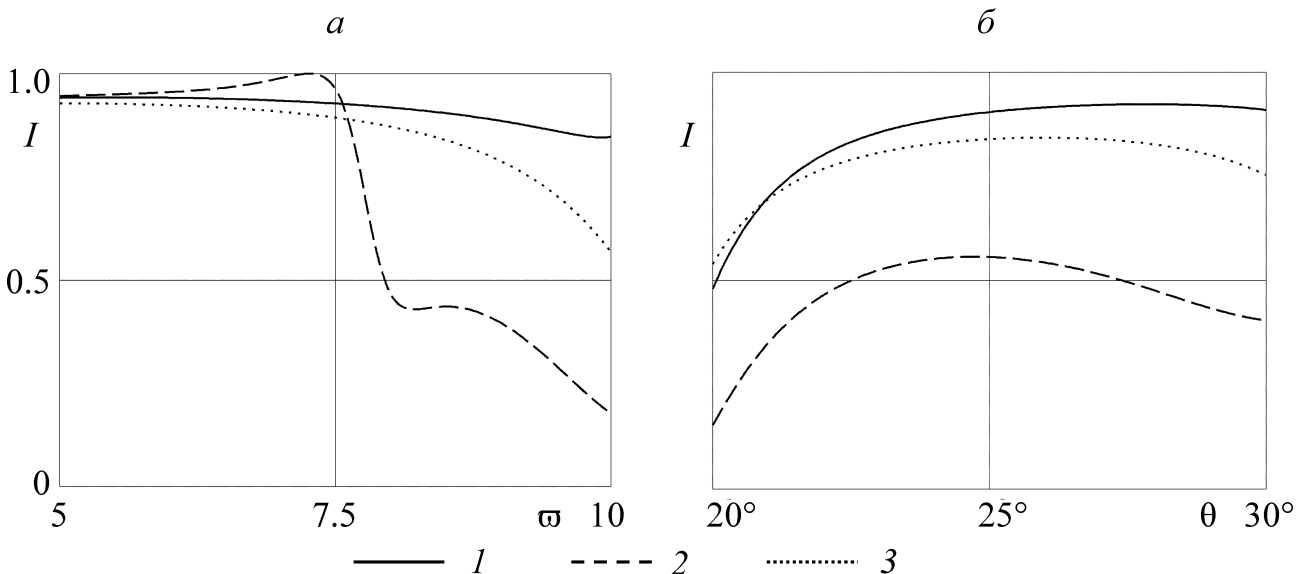


Рис. 3.3. Зависимость интенсивности звукоотражения I от волнового размера пластины ϖ (а) и угла падения волны θ (б): 1 — термоупругая пластина с однородным термоупругим покрытием, 2 — термоупругая пластина с неоднородным термоупругим покрытием с оптимальными звукоотражающими свойствами, 3 — термоупругая пластина без покрытия

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В диссертационной работе получила развитие теория дифракции звуковых волн. Получен ряд новых результатов, краткое содержание которых излагается ниже.

1. Построена математическая модель дифракции гармонических звуковых волн на неоднородных термоупругих телах, граничащих с теплопроводными жидкостями.

2. Предложен аналитико-численный метод решения прямых задач дифракции звука на неоднородных термоупругих телах. Метод заключается в аналитическом описании волновых полей во внешней области в виде разложений по базисным решениям уравнения Гельмгольца и в построении краевой задачи для системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений для определения волнового поля в неоднородном термоупругом теле.

3. Получены решения прямых задач о рассеянии гармонических звуковых волн (плоских, цилиндрических, сферических) непрерывно-неоднородными по толщине термоупругими слоями разной геометрической формы (плоской, цилиндрической, сферической). Выявлено существенное совместное влияние неоднородности и термоупругости материала тел на рассеяние звука. Обнаружены характерные черты этого влияния, которые являются следствием особенности рассматриваемых материалов. Показано, что характер дифракции цилиндрических и сферических волн отличается от характера дифракции плоской волны. Это отличие становится более выраженным при приближении источника к рассеивателю.

4. Решены прямые задачи дифракции плоских звуковых волн на однородных термоупругих телах (плоском слое, цилиндре, шаре) с непрерывно- или дискретно-слоистыми термоупругими покрытиями в безграничном пространстве и в плоском волноводе. Показана возможность изменения звукоотражающих свойств тел, как в свободном пространстве, так и вблизи плоских границ с помощью неоднородных покрытий. Осуществлено математическое моделирование непрерывно-слоистых термоупругих покрытий покрытиями, состоящими из системы однородных термоупругих слоев.

5. Предложен метод решения обратных дифракционных задач об определении законов неоднородности термоупругих тел с требуемыми звукоотражающими свойствами. Он заключается в построении и минимизации функционалов, выражающих осредненную интенсивность рассеянного звукового поля. Метод использует исключительно решения прямых дифракционных задач и не требует экспериментальных замеров акустических откликов.

6. Получены решения обратных дифракционных задач для непрерывно-слоистых термоупругих тел плоской, цилиндрической и сферической формы и для однородных термоупругих тел (пластины, цилиндра, шара) с непрерывно-слоистыми покрытиями. Для достижения требуемого звукоотражения тел в заданном диапазоне частот и угловом секторе осуществлено математическое моделирование неоднородных термоупругих покрытий. Найдены функциональ-

ные зависимости для физико-механических характеристик материала термоупругих слоев, обеспечивающие минимальное рассеяние звука.

Основные публикации по теме диссертации

Статьи в изданиях, индексируемых в системах WoS, Scopus

1. Ларин Н.В., Толоконников Л.А. Прохождение плоской звуковой волны через неоднородный термоупругий слой // Прикладная математика и механика. 2006. Т.70. Вып.4. С.650-659 = Larin N.V., Tolokonnikov L.A. The transmission of a plane acoustic wave through a non-uniform thermoelastic layer // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2006. Vol.70. №4. P.590-598.

2. Ларин Н.В., Толоконников Л.А. Дифракция плоской звуковой волны на неоднородном термоупругом цилиндрическом слое, граничащем с невязкими теплопроводными жидкостями // Прикладная математика и механика. 2009. Т.73. Вып.3. С.474-483 = Larin N.V., Tolokonnikov L.A. Diffraction of a plane acoustic wave by a non-uniform thermoelastic cylindrical layer bounded by inviscid heat-conducting fluids // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2009. Vol.73. №3. P.336-343.

3. Ларин Н.В., Толоконников Л.А. Рассеяние звука неоднородным термоупругим сферическим слоем // Прикладная математика и механика. 2010. Т.74. Вып.4. С.645-654 = Larin N.V., Tolokonnikov L.A. Scattering of sound by an inhomogeneous thermoelastic spherical layer // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2010. Vol.74. №4. P.460-466.

4. Ларин Н.В., Скобелцын С.А., Толоконников Л.А. Определение законов неоднородности плоского упругого слоя с заданными звукоотражающими свойствами // Акустический журнал. 2015. Т.61. №5. С.552-558 = Larin N.V., Skobel'tsyn S.A., Tolokonnikov L.A. Determination of the inhomogeneity laws for an elastic layer with preset sound-reflecting properties // Acoustical Physics. 2015. Vol.61. №5. P.504-510.

5. Ларин Н.В., Толоконников Л.А. Рассеяние плоской звуковой волны упругим цилиндром с дискретно-слоистым покрытием // Прикладная математика и механика. 2015. Т.79. Вып.2. С.242-250 = Larin N.V., Tolokonnikov L.A. The scattering of a plane sound wave by an elastic cylinder with a discrete-layered covering // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2015. Vol.79. №2. P.164-169.

6. Ларин Н.В., Скобелцын С.А., Толоконников Л.А. Моделирование неоднородного покрытия упругой пластины с оптимальными звукоотражающими свойствами // Прикладная математика и механика. 2016. Т.80. Вып.4. С.480-488 = Larin N.V., Skobel'tsyn S.A., Tolokonnikov L.A. Modelling the inhomogeneous coating of an elastic plate with optimum sound-reflecting properties // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2016. Vol.80. №4. P.339-344.

7. Толоконников Л.А., Ларин Н.В. Прохождение звука через термоупругий дискретно-неоднородный плоский слой, граничащий с теплопроводными жидкостями // Прикладная механика и техническая физика. 2017. Т.58. №1. С.108-116 = Tolokonnikov L.A., Larin N.V. Sound propagation through a discretely inhomogeneous thermoelastic plane layer adjacent to heat-conducting liquids // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2017. Vol.58. №1. P.95-102.

8. Толоконников Л.А., Ларин Н.В., Скобельцын С.А. Моделирование неоднородного покрытия упругого цилиндра с заданными звукоотражающими свойствами // Прикладная механика и техническая физика. 2017. Т.58. №4. С.189-199 = Tolokonnikov L.A, Larin N.V., Skobel'tsyn S.A. Modeling of an inhomogeneous coating of an elastic cylinder with given sound-reflecting properties // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2017. Vol.58. №4. P.733-742.

9. Толоконников Л.А., Ларин Н.В., Скобельцын С.А. Моделирование неоднородного покрытия упругого шара с требуемыми звукоотражающими свойствами // Математическое моделирование. 2017. Т.29. №11. С.89-98 = Tolokonnikov L.A, Larin N.V., Skobel'tsyn S.A. Modelling an inhomogeneous coating of an elastic sphere with the required sound reflecting properties // Mathematical Models and Computer Simulations. 2018. Vol.10. №3. P.333-340.

10. Ларин Н.В. Дифракция плоской звуковой волны на термоупругом шаре с дискретно-неоднородным покрытием // Прикладная механика и техническая физика. 2018. Т.59. №6. С.65-74 = Larin N.V. Diffraction of a plane sound wave on a thermoelastic sphere with a discretely inhomogeneous coating // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2018. Vol.59. №6. P.1015-1023.

11. Ларин Н.В., Толоконников Л.А. Рассеяние звука термоупругим шаром с непрерывно-неоднородным покрытием в теплопроводной жидкости // Математическое моделирование. 2019. Т.31. №5. С.20-38 = Larin N.V., Tolokonnikov L.A. Sound scattering by a thermoelastic ball with a continuously inhomogeneous coating in a heat-conducting fluid // Mathematical Models and Computer Simulations. 2019. Vol.11. №6. P.1007-1018.

12. Добровольский Н.Н., Ларин Н.В., Скобельцын С.А., Толоконников Л.А. О решениях обратных задач дифракции звуковых волн // Чебышевский сборник. 2019. Т.20. №3. С.220-245.

13. Толоконников Л.А., Ларин Н.В. Рассеяние цилиндром с неоднородным покрытием звуковых волн, излучаемых линейным источником, в плоском волноводе // Математическое моделирование. 2021. Т.33. №8. С.97-113 = Tolokonnikov L.A., Larin N.V. Scattering by a cylinder with an inhomogeneous coating of sound waves, emitted by a linear source in a plane waveguide // Mathematical Models and Computer Simulations. 2022. Vol.14. №2. P.250-260.

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

14. Ларин Н.В. Дифракция сферических звуковых волн на неоднородной термоупругой сферической оболочке // Известия ТулГУ. Серия Математика. Механика. Информатика. 2003. Т.9. №2. С.115-128.

15. Толоконников Л.А., Ларин Н.В. Моделирование дискретно-слоистого покрытия упругого цилиндра радиально-неоднородным слоем в задаче рассеяния звука // Известия ТулГУ. Естественные науки. 2014. Вып.2. С.194-202.

16. Ларин Н.В., Скобельцын С.А., Толоконников Л.А. Об определении линейных законов неоднородности цилиндрического упругого слоя, имеющего наименьшее отражение в заданном направлении при рассеянии звука // Известия ТулГУ. Естественные науки. 2014. Вып.4. С.54-62.

17. Ларин Н.В. Прохождение звука через однородный термоупругий плоский слой // Известия ТулГУ. Естественные науки. 2015. Вып.3. С.145-153.

18. Ларин Н.В. Рассеяние звука твердым цилиндром с неоднородным термоупругим покрытием // Известия ТулГУ. Естественные науки. 2015. Вып.3. С.154-164.

19. Ларин Н.В. Рассеяние плоской звуковой волны однородным термоупругим сплошным цилиндром // Известия ТулГУ. Технические науки. 2016. Вып.7. Ч.2. С.191-202.

20. Ларин Н.В. Рассеяние плоской звуковой волны однородным термоупругим шаром // Известия ТулГУ. Технические науки. 2016. Вып.7. Ч.2. С.221-230.

21. Ларин Н.В. Определение законов неоднородности покрытия термоупругой пластины, обеспечивающих наименьшее звукоотражение // Известия ТулГУ. Технические науки. 2016. Вып.11. Ч.2. С.216-234.

22. Ларин Н.В. Анализ резонансного рассеяния звука термоупругой пластиной // Известия ТулГУ. Технические науки. 2017. Вып.4. С.109-123.

23. Ларин Н.В. Дифракция плоской звуковой волны на термоупругом цилиндре с непрерывно-неоднородным покрытием // Известия ТулГУ. Технические науки. 2017. Вып.6. С.154-173.

24. Ларин Н.В. О влиянии непрерывно-неоднородного покрытия на звукоотражающие свойства термоупругого цилиндра // Известия ТулГУ. Технические науки. 2017. Вып.9. Ч.1. С.395-403.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ

25. Ларин Н.В. Программа расчета интенсивности звуковых волн, отраженных от непрерывно-слоистых термоупругих оболочек. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2019662933, 07.10.2019. 1с.

26. Ларин Н.В. Программа расчета коэффициента звукопроницаемости многослойной термоупругой пластины. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2019664126, 30.10.2019. 1с.

27. Ларин Н.В. Программа расчета амплитуды акустического поля, рассеянного термоупругим шаром с многослойным покрытием. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2019664127, 30.10.2019. 1с.

28. Ларин Н.В. Программа расчета коэффициента звукопроницаемости термоупругой пластины из функционально-градиентного материала. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2020663607, 29.10.2020. 1с.

29. Ларин Н.В. Программа расчета амплитуды акустического поля, рассеянного упругим цилиндром с многослойным покрытием. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2021668806, 19.11.2021. 1с.

Монографии

30. Толоконников Л.А., Ларин Н.В. Рассеяние звука неоднородными термоупругими телами. Тула: Изд-во ТулГУ, 2008. 232с.

31. Ларин Н.В. Дифракция звуковых волн на термоупругих телах с неоднородными покрытиями. Тула: Изд-во ТулГУ, 2019. 125с.

Статьи в других научных изданиях

32. Ларин Н.В. Дифракция плоской звуковой волны на термоупругом цилиндре с дискретно-неоднородным покрытием // Сборник трудов Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (Россия, Воронеж, ВГУ, 18-20 декабря 2017). Воронеж: Научно-исследовательские публикации, 2017. С.1133-1140.

33. Ларин Н.В. Дифракция цилиндрической звуковой волны на термоупругом цилиндре с непрерывно-неоднородным покрытием // Сборник трудов 8-й Всероссийской научной конференции с международным участием "Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред" им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского (Россия, Москва, ИПРИМ РАН, 18-19 декабря 2018). М.: ИПРИМ РАН, 2019. С.56-62.

34. Ларин Н.В. Дифракция цилиндрической звуковой волны на непрерывно-неоднородной термоупругой сферической оболочке // Механика композиционных материалов и конструкций. 2019. Т.24. №4. С.644-659.

35. Ларин Н.В. Дифракция звука на термоупругих телах с неоднородными покрытиями // Сборник трудов Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (Россия, Воронеж, ВГУ, 17-19 декабря 2018). Воронеж: Научно-исследовательские публикации, 2019. С.1175-1182.

36. Ларин Н.В. Математическое моделирование дифракции звука на неоднородных термоупругих телах // Сборник трудов 10-й Всероссийской научной конференции с международным участием "Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред" им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского (Россия, Москва, ИПРИМ РАН, 17-19 ноября 2020). М.: ООО «Силиция-Полиграф», 2020. С.155-164.

37. Ларин Н.В. О влиянии термоупругости тел неоднородной структуры на рассеяние звука // Сборник трудов 11-й Всероссийской научной конференции с международным участием "Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред" им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского (Россия, Москва, ИПРИМ РАН, 23-25 ноября 2021). М.: ООО «Сам Полиграфист», 2021. С.95-104.

38. Ларин Н.В. Определение законов неоднородности термоупругого цилиндрического слоя с заданными звукоотражающими свойствами // Сборник трудов Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (Россия, Воронеж, ВГУ, 13-15 декабря 2021). Воронеж: Научно-исследовательские публикации, 2022. С.1252-1258.
