

ФГБОУ ВО «ТУЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

*На правах рукописи*



**Кочергин Денис Сергеевич**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ БАЛОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ  
КОНСТРУКЦИЙ ИМПУЛЬСНОЙ НАГРУЗКОЙ В ВОДЕ**

Специальность 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

**Научный руководитель:**  
доктор технических наук,  
доцент Г.Т. Володин

Тула 2023

## Оглавление

Введение .....	3
ГЛАВА 1. Критерии гарантированного разрушения .....	25
1.1. Особенности взрывного нагружения, динамические свойства и взрывостойкость материалов.....	25
1.2. Разброс свойств материалов и надежность разрушения .....	29
1.3. Разрушение элементов конструкций. Типы разрушений.....	31
1.4. Расчёт по предельным состояниям. Критерии разрушения. ....	33
1.5. Учёт прочности опор.....	35
1.6. Потеря связей между балкой и опорами .....	38
Выводы по главе 1.....	43
ГЛАВА 2. Действие взрыва на балки в воде .....	44
2.1. Введение .....	44
2.2. Математическое моделирование поля взрыва в воде (внешняя задача) .....	44
2.3. Эффекты отражения ударной волны и возмущенного потока жидкости от поверхности преграды. Удельный импульс.....	49
2.4. Воздействие импульсной нагрузки взрыва на балку в воде. Режим хрупкого разрушения. ....	56
2.5. Разрушение упруго-вязких балок взрывом в воде (режим вязкого разрушения).....	64
Выводы по главе 2.....	79
ГЛАВА 3. Алгоритмы расчётов действия взрыва на балки в воде для случаев других закреплений.....	81
3.1. Консольное закрепление .....	85
3.2. Балка с защемленными концами .....	88
3.3. Балка с одним защемленным концом и другим свободно опертым .....	89
Выводы по главе 3.....	90
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	91
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	93

## Введение

**Актуальность темы исследования.** Балочные элементы для большинства конструкций определяют несущую способность этих конструкций. Поэтому часто для разрушения конструкции достаточно разрушить опорную либо несущую балку. Отсюда следует, что разрушение балок как элементов рассматриваемых конструкций приводит к утрате их несущей способности. Существуют разнообразные сооружения в воде, использующие балки в качестве несущих элементов. Следовательно, для решения проблемы по разрушению таких конструкций необходимо решить задачу о разрушении соответствующих балок, поддерживающих рассматриваемую конструкцию. Отсюда следует актуальность таких задач.

Укажем, например, на задачу утилизации конструкций в воде для улучшения судоходных условий при расчистке фарватера, облегчения работы навигационных систем, обеспечения беспрепятственного монтажа подводных нефте- и газопроводов и др.

Проблему нахождения условий гарантированного разрушения балок взрывом в воде можно условно представить в виде последовательного решения двух взаимосвязанных задач: внешней – о формировании взрывной нагрузки в воде, и внутренней – задачи о высокоскоростном деформировании балки импульсной нагрузкой. При этом важно найти массу заряда взрывчатого вещества (ВВ) заданного типа, при взрыве которого, на фиксированном расстоянии от балки, она гарантированно будет разрушена.

Задача о формировании импульсной нагрузки при взрыве в воде имеет существенные особенности, отличающие ее от задачи о взрыве зарядов в воздухе. Это во многом связано с влиянием на процесс взрыва среды, окружающей заряд. Задача о взрыве в той или иной инертной среде может стать определенной, когда известно уравнение состояния среды и известна дополнительная закономерность о поведении какого-либо параметра в возмущенной области, позволяющая сформулировать замыкающее уравнение в системе определяющих уравнений [72]. Необходимо, также, учитывать, что взрыв – очень быстрый процесс, а значит и

деформации, возникающие в результате действия взрывной нагрузки на конструкцию, протекают с большой скоростью. Опыт показывает, что сопротивление материалов быстро меняющимся деформациям существенно отличается от сопротивления деформациям, протекающим очень медленно, «статически». Обнаружены следующие основные явления:

1) Динамические модули упругости металлов и других твердых тел с кристаллической структурой очень мало отличаются от статических значений, т.е. при упругих деформациях в твердых телах влияние скорости деформации незначительно. В телах органических с высокомолекулярной структурой (резина, пластики, высокомолекулярные полимеры) и в затвердевших жидкостях (стекло, асфальт) влияние скорости деформации заметно и при достижении предела упругости.

2) С повышением скорости деформации предел упругости (текучести) возрастает, причём это возрастание особенно существенно в материалах с выраженной площадкой текучести (железо, малоуглеродистая сталь).

3) Временное сопротивление [1] при растяжении зависит от скорости деформации, увеличиваясь с ростом последней, причём при разрушении с большей скоростью величина остаточной деформации меньше, чем при разрушении в соответствующих условиях с малой скоростью деформации.

4) При практически мгновенном приложении напряжения, превышающего статический предел текучести, текучесть наступает не сразу, а по истечении некоторого промежутка времени, зависящего от величины напряжения и свойств материала («запаздывание текучести»).

5) При практически мгновенном приложении напряжения, превышающего статический предел прочности, разрушение наступает по истечении некоторого промежутка времени («длительная прочность») [40].

Вода, как и воздух, является однородной средой. Однако качественное описание ее термодинамических свойств оказывается более сложным, чем для воздуха. Многочисленные попытки получить уравнение состояния для воды, предпринятые разными исследователями, не привели к желаемым результатам.

Использование полуэмпирических уравнений Тэта, Бриджмена и Кузнецова затруднительно, так как аналитические выражения этих уравнений весьма сложны.

*Особенности взрыва в воде.* Первая особенность взрыва в воде является следствием более высокой плотности воды по сравнению с воздухом. При взрыве в воздухе начальная плотность продуктов взрыва (ПВ) примерно в 1000 раз больше плотности окружающей среды, а затем, по мере расширения области, занятой ПВ, очень быстро падает, асимптотически приближаясь к плотности окружающей среды. В отличие от этого, при взрыве в воде плотность ПВ уже в начале процесса примерно равна плотности окружающей среды, а по мере их расширения становится значительно меньше ее. В связи с этим область, занятая ПВ, и называемая газовым пузырьком, ведет себя в воде иначе, чем в воздухе. Её расширение идет значительно медленнее, поэтому параметры ПВ очень быстро выравниваются по пространственной координате [72].

С другой стороны, из-за большого различия плотностей ПВ и окружающей среды на газовый пузырь в воде действует значительная сила Архимеда. Поэтому, при изучении пульсаций газового пузыря в водной среде [112] нельзя пренебрегать ускорением силы тяжести, что обычно делают при исследовании взрыва в воздухе [72].

Вторая особенность взрыва в воде является следствием малой сжимаемости воды. Из уравнений динамических адиабат воды можно установить, что даже при давлениях, превышающих атмосферное в  $3 \cdot 10^4$  раз (что соответствует взрыву сферического заряда тротила на относительных расстояниях  $\frac{r}{r_0} = 2$ , где  $r_0$  – радиус заряда ВВ,  $r$  – расстояние до центра взрыва) плотность воды увеличивается не более, чем на 40% [72]. С использованием указанных особенностей взрыва в воде, многими исследователями решены различные задачи о формировании импульсной нагрузки от взрыва в воде (внешняя задача).

В общей постановке аналитическое решение задачи о взрыве в воде в настоящее время не получено из-за существенных математических трудностей.

Поэтому широкое распространение получили различные приближенные методы решения таких задач.

Основные направления, по которым находят приближенные решения, основаны на использовании упрощающих подходов. Наиболее простой из них заключается в пренебрежении сжимаемостью воды. В этом случае не имеет смысла использовать понятие ударной волны [48, 87], а лишь остается рассматривать движение жидкости (воды), вызванное пульсациями находящегося в ней газового пузыря, заполненного продуктами взрыва. В такой постановке задача была решена Лэмбом (1923 год) и более точно О.Е. Власовым (1945 год).

Отметим, что пренебрежение сжимаемостью среды и вытекающее отсюда исключение из рассмотрения ударной волны, существенно идеализирует схему по сравнению с действительной картиной взрыва в воде. Главной причиной, по которой необходимо учитывать сжимаемость воды, является то, что несжимаемая жидкость не позволяет правильно учесть рассеивание энергии [49].

Следующим шагом, приближающим исследование к действительному процессу взрыва в воде, является акустическое приближение, когда считается, что в любой точке потока параметры жидкости незначительно отличаются от параметров невозмущенной среды. Акустическое приближение позволяет уточнить методику расчёта параметров взрыва в воде.

Принципиально другим направлением по сравнению с тем, в котором пренебрегают сжимаемостью среды, является пренебрежение размерами заряда (рассматривается точечный взрыв). В этом случае можно пренебречь исследованием движения ПВ (газового пузыря), и задача сводится к установлению законов движения ударной волны. В такой постановке задача о взрыве в идеальном газе решена в 1944 году Л.И. Седовым [75] и независимо от него К.П. Станюковичем и Г. Тейлором.

В работе [80] решена задача о взрыве заряда ВВ в воде в акустическом приближении с учётом влияния пульсаций газового пузыря. Получена зависимость радиуса газового пузыря в функции времени и затем найдено выражение для скорости расширения газового пузыря, определен период его пульсации. Найдена

зависимость периода первой пульсации газового пузыря от веса заряда и глубины его погружения. Учёт сжимаемости среды в рассматриваемом исследовании выполнен в акустическом приближении. При этом приняты следующие допущения:

1) скорость звука во всех точках потока равна скорости звука в невозмущенной среде  $a_0$ ;

2) изменения плотности малы по сравнению с плотностью невозмущенной среды, т.е.  $\rho = \rho_0 + \rho'$  причём  $\frac{\rho'}{\rho_0} \ll 1$ ;

3) скорость потока  $w$  мала по сравнению со скоростью звука  $a_0$   $\left( \frac{w}{a_0} \ll 1 \right)$ .

В результате, получены соотношения для определения давления в любой точке воды от давления газов в газовом пузыре.

Кирхвудом и Бете был разработан приближенный метод расчёта распространения ударной волны в воде при подводном взрыве в безграничной среде, который позволяет находить численные значения параметров ударной волны для заданных расстояний и при определенных начальных условиях. Однако большое число сделанных допущений ставит под сомнение получаемые численные результаты. К недостаткам этого метода относится также сравнительная громоздкость вычислений и отсутствие закономерности, по которой можно было бы следить за изменением параметров ударной волны в зависимости от расстояния до центра взрыва.

В фундаментальном исследовании Н.Н. Кочиной и Н.С. Мельниковой [49] выполнен обзор теоретических оценок гидродинамических полей при взрыве в воде, исходя из гипотезы несжимаемой жидкости. При этом отмечено, что при взрыве в воде в ней возникают большие давления и воду нельзя считать несжимаемой. В этой работе предложен метод расчёта задачи о взрыве в воде сферического заряда ВВ конечного радиуса с учётом сжимаемости воды. Отмечено, что условия сохранения массы, количества движения и энергии во фронте ударной волны приводят к трём уравнениям для определения давления,

плотности и скорости потока за фронтом в зависимости от соответствующих значений перед фронтом и скорости движения фронта. К этим уравнениям необходимо присоединить еще уравнения состояния. Тогда из четырех, полученных таким образом уравнений, можно определить четыре величины – скорость, давление, плотность и температуру, выраженных через скорость фронта ударной волны. Последняя находится из условия, что граница газового пузыря представляет собой поверхность стационарного разрыва. Изучен закон распространения ударной волны в воде, найдены зависимости основных параметров движения – скорости, плотности, давления и температуры от времени, и расстояния рассматриваемой точки от центра взрыва.

В работе Ч.Л. Мейдера [100] выполнен расчёт взрыва в воде сферического заряда из тэтрила при инициировании в центре заряда и гидростатических давлениях в воде, меняющихся от 10 до 4600 бар. Применен численный метод SIN, развитый в лагранжевых переменных для одномерных течений сжимаемой жидкости. Полученные численные результаты расчёта согласуются с экспериментальными наблюдениями изменений со временем положения поверхностного раздела, давлений на ударной волне и координаты фронта волны с течением времени.

В работе [101] представлены результаты экспериментального и теоретического исследования течения сжимаемой жидкости (воды), возникающего в результате взрыва сферического заряда ВВ 9404. Взрыв инициируется в центре сферы, а сама сфера частично погружена в воду. Гидродинамические расчёты с учётом сжимаемости были выполнены с помощью численного метода в эйлеровых координатах для многокомпонентных сред. Положения ударной волны в воде и границы раздела между продуктами детонации 9404 и водой, а также давление на ударной волне в воде, рассчитанные по двумерной схеме 2DE как функции времени, сравнивались с соответствующими результатами, рассчитанными по одномерной схеме SIN. Расчёты показали, что движение водной среды, возмущенной взрывом, определяется импульсом и количеством движения,



переданным воде за то время, пока УВ пройдёт в воде расстояние от трёх до пяти радиусов заряда.

В работе [62] представлены результаты численного моделирования процессов, сопровождающих локальное энерговыделение в жидкости вблизи свободной поверхности. Разработанная математическая модель описывает распространение волн сжатия и разрежения в жидкости, их взаимодействие со свободной поверхностью и распространение в газе. Для описания течения, в каждой из рассматриваемых сред авторами использованы уравнения Эйлера с условиями сшивки на свободной поверхности. Замыкание модели производится с помощью уравнений состояния обеих сред: для газа – уравнение состояния идеального газа, для жидкости (воды) – баротропное уравнение Тэта. Авторы работы достигли намеченной цели – полученные в исследовании результаты позволяют сделать вывод об адекватности алгоритма математического моделирования локального энерговыделения в воде вблизи свободной поверхности, что подтверждается обилием графиков комплекса математических программ.

Выполнен анализ структуры течения, инициированного подводным взрывом вблизи свободной поверхности, а также дано сравнение результатов численного моделирования взрыва с экспериментальными данными. Отмечено, что полученная методика исследования процесса взрыва в воде адекватно описывает рассматриваемые явления.

В работе [77] описаны основные явления при подводном взрыве и их воздействия на военно-морскую технику. Показано, что характер распространения возмущения зависит от физических и химических свойств ВВ.

В работе [38] рассматривается математическая модель импульса подводной ударной волны, который наблюдается на выходе датчика давления, построенная на основании натуральных экспериментов и численно-аналитических исследований. Авторами представлен сравнительный анализ самых разных численных методов нелинейного оценивания параметров этой модели. При проведении натуральных испытаний получена осциллограмма избыточного давления. Одновременно с

этим, она является формой численного метода для оценки энергии импульса ударной волны. В ходе подготовки к эксперименту авторы пришли к выводу, что в связи с использованием современных металлизированных взрывчатых веществ форма сигнала дополнительно искажается за счёт растягивания фронта при догорании компонентов взрывчатого вещества, а значит, необходимы поиск наилучшей формы математической модели, которая будет аппроксимировать результаты эксперимента, а также помехоустойчивая оценка её параметров. Проведенное численно-аналитическое исследование для различных математических моделей, описывающих спад давления на промежутке времени, в котором отсутствует влияние инерционности датчика давления на выходной сигнал, показало, что наиболее адекватной результатам эксперимента является дробно-рациональная трёхпараметрическая нелинейная зависимость вида

$$y(t) = \frac{c_0}{1 + c_1 t + c_2 t^2}. \quad (1)$$

В исследовании рассматривается три алгоритма среднеквадратичного оценивания параметров нелинейной модели.

Характерной чертой первого алгоритма является линеаризация регрессионной модели, построенной на основе нелинейной функциональной зависимости. Такой подход позволил авторам свести задачу нелинейного оценивания к задаче линейного прикладного регрессионного анализа, решение которой, в свою очередь, сводится к простому решению системы линейных алгебраических уравнений. Второй алгоритм среднеквадратичного оценивания параметров модели (1), в конечном виде представляется в виде регрессионной модели вида

$$P_\lambda^{-1} b = P_\lambda^{-1} F \lambda + \varepsilon,$$

где  $P_\lambda^{-1}$  – диагональная матрица вида

$$P_\lambda^{-1} = \text{diag} \left[ 1, \frac{1}{1 - \lambda_2 - \lambda_3}, \frac{1}{1 - 2\lambda_2 - 4\lambda_3}, \dots, \frac{1}{1 - (N-1)\lambda_2 - (N-1)^2 \lambda_3} \right].$$

Отмечено, что во втором алгоритме, как и в первом, также не гарантируется точный минимум остаточной суммы квадратов из-за аппроксимации нелинейной

модели линейной регрессионной моделью, что позволило существенно упростить построение нормальной системы линейных алгебраических уравнений в методе наименьших квадратов.

Третий алгоритм предложен авторами для устранения недостатков первых двух алгоритмов для среднеквадратичного оценивания параметров модели. В его основе лежит построение нормальной системы уравнений в методе наименьших квадратов, решение которой обеспечивает достижение точного минимума остаточной суммы квадратов. Табличный материал, представленный в работе, доказывает точность третьего алгоритма. Видно, что при его использовании оценки параметров модели (1) имеют наименьшую погрешность. В работе отмечается, что время вычисления оценок при помощи третьего алгоритма из-за итерационной процедуры их уточнения, относительно двух других алгоритмов, велико. Алгоритм один наоборот, обладает наибольшим быстродействием, однако среднеквадратичные оценки параметров модели, вычисленные на его основе, имеют достаточно высокую погрешность. Оптимальным авторы работы считают второй алгоритм вычислений, т.к. он обладает как быстродействием, так и достаточной точностью вычисления среднеквадратичных оценок.

На основе результатов данных натурального эксперимента авторами была построена математическая модель датчика давления в форме линейного дифференциального оператора второго порядка с переменными коэффициентами, а также модель в виде импульсной характеристики.

В завершение работы авторами представлен обширный графический материал, посвященный апробации разработанных численных методов математического моделирования импульса подводной ударной волны при обработке результатов эксперимента при взрыве 500 грамм пластита, которые вместе с результатами численно-аналитических исследований подтверждают достоверность и эффективность представленных в исследовании алгоритмов вычислений и методов нелинейного оценивания.

При проектировании и эксплуатации различных подводных объектов, кораблей, станций и прочих плавательных средств часто требуется проведение

количественных оценок воздействия на них подводного взрыва заряда ВВ. С целью решения такой задачи представляется важным проведение модельных экспериментов, что требует обоснованной теоретически и апробированной экспериментально методики их проведения. В работе [30] представлен один из вариантов методики моделирования воздействия подводной ударной волны (ПУВ) по максимальному давлению и по импульсу ПУВ, предложен подход к их применению при использовании зарядов малой мощности. В ходе экспериментальных исследований в АО «ГРЦ Макеева» были проведены три серии экспериментов, целью которых было решение следующих задач:

- определение тротилового эквивалента модельного заряда при моделировании по импульсу и давлению на фронте ПУВ;
- экспериментальные модельные исследования импульса давления ПУВ в заданной точке;
- экспериментальные модельные исследования давления на фронте ПУВ в заданной точке.

Авторами работы [30] предложены две основные методики моделирования по двум важнейшим параметрам ПУВ: максимальному давлению и импульсу. Выполненная экспериментальная проверка свидетельствует о корректности предложенного подхода к проведению модельных экспериментов.

В фундаментальном труде [83], в разделе «Экспериментальное изучение подводного взрыва», отмечено, что подробнее всего изучен взрыв заряда тротила (с характеристиками  $\rho = 1,6 \text{ г/см}^3$ ,  $D = 7000 \text{ м/с}$ ,  $Q = 1060 \text{ ккал/кг}$ ) который часто используется в качестве эквивалента для бризантных ВВ. Экспериментальные исследования взрыва в воде обычно ограничиваются изучением пульсаций газового пузыря, параметров на ударном фронте и эпюр давления в волне. Движение газовой полости изучается с помощью высокоскоростной кино- и фотосъемки, которые дают возможность получать закон расширения пузыря, его максимальный радиус, время достижения этого радиуса, всплытие и др. [83]. Отмечено, что анализ экспериментальных данных показывает, что избыточное давление на ударном фронте при взрыве заряда в воде описывается функцией

$$\Delta P_2 = A \left( \frac{r_0}{r} \right)^2,$$

где  $\Delta P_2$  – избыточное давление на ударном фронте при взрыве заряда,  $r_0$  – радиус заряда,  $r$  – расстояние до центра взрыва,  $A$  – константа, значения которой для сферической ударной волны приведены для тэна и тротила. Для приближенной оценки давления во фронте волны при взрыве заряда из другого ВВ значение коэффициента  $A$  может быть вычислено, исходя из принципа энергетического подобия [83]. Особо следует отметить в работе [83] раздел «Теоретическое изучение движения ударных волн при взрыве в воде», где указано, что решения для несжимаемой жидкости не может описать распространение ударной волны в воде. Для этого необходимо вводить модель среды, обладающей сжимаемостью. Кроме того, даже пульсации пузыря оно хорошо описывает только в соответствующем диапазоне ( $r_0 > 0, 4r_{\max}$ ). Это связано с тем, что несжимаемая жидкость не позволяет учесть энергию, излучаемую в ударную волну и последующие волны сжатия [83].

В этой работе отмечено также, что для более полных и точных сведений о движении газового пузыря можно использовать теорию, развитую Герингом, для давлений, не превышающих  $1000 \text{ кг/см}^2$ . Вследствие большой динамической жесткости воды процессы подводного взрыва быстро стремятся к акустической стадии. Именно поэтому для описания полей подводного взрыва часто пользуются акустическим приближением, полагая для плотности и давления соответственно

$$\rho = \rho_0 + \rho', \quad P = P_0 + P',$$

где,  $\rho' \ll \rho_0$ ,  $\rho_0$  и  $P_0$  – плотность и давление в невозмущенной среде.

Однако, в силу спецификации ударных волн и фактора нелинейности, заложенного в самом их существовании, акустическое приближение далеко не всегда в состоянии дать даже качественно правильное описание явлений [83].

По мере удаления от центра взрыва, на параметры подводной ударной волны все меньшее влияние оказывает движение газового пузыря, тем самым становится возможным изучение распространения ударных волн как некоторого физического процесса, независимо от условий его возникновения [3, 84].

Асимптотические законы затухания волн в воде могут быть исследованы с помощью теории коротких волн. Главные предпосылки теории коротких волн сводятся к возможности представления переменных, входящих в эти уравнения в виде сумм, в каждой из которых одно слагаемое равно единице, а другое  $\delta$  является малым по сравнению с единицей. Таким образом, изучаются также движения, для которых характерны изменения гидродинамических элементов в относительно узкой области, прилегающей к ударному фронту. Отношение длины такой области к расстоянию от центра взрыва имеет порядок  $\delta$ , поэтому предположение о малости  $\delta$  есть предположение о короткости волн [83].

Одной из самых сложных проблем подводного взрыва является изучение его начальной стадии, поскольку она характеризуется существенной нелинейностью протекающих процессов [84]. Решение нелинейных задач представляет собой значительные трудности и для их решения часто используют численные методы. Примером может служить численный метод характеристик, применение которого привело к открытию явления вторичной ударной волны [83].

В работе [85] приведены результаты экспериментального исследования параметров ударной волны и продуктов взрыва в ближней зоне взрывов в воздухе и в воде при широком изменении теплоты взрыва и плотности заряжания ВВ. Обнаружено влияние этих характеристик на действие взрыва в ближней зоне. Показано, что это влияние можно охарактеризовать всего одним параметром – объемной концентрацией энергии в источнике – при его изменении происходит существенное перераспределение энергии между продуктами взрыва и ударной волной. Этот факт может влиять на бризантность и нарушать энергетическое подобие взрывов. Экспериментально доказано, что при взрыве в воде продукты взрыва расширяются со значительно меньшей скоростью, чем скорость фронта ударной волны, и это приводит к нарушению энергетического подобия.

В работе [88] представлены результаты испытаний действия взрывов в воде на масштабные макеты многопреградных конструкций, изготовленных из стали. В качестве заполнителя использовалась вода или же двухфазная газожидкостная

среда пузырьковой структуры. Все испытания опытных конструкций проводились во взрывной камере ФГУП «Крыловский государственный научный центр».

Предложены и обоснованы эмпирические зависимости, определяющие параметры деформирования главной преграды и размеры разрушения наружной обшивки и разделительной преграды. Показано, что применение в составе таких конструкций двухфазной жидкостной среды можно, в условиях контактного подводного взрыва, существенно уменьшить размеры разрушений отдельных преград, а значит повысить взрывостойкость всей конструкции в целом.

Отметим, что взрывостойкость опытных конструкций оценивалась не только исходя из характера и размера разрушений наружной обшивки и отдельных преград, учитывались также характер и величина остаточных прогибов и относительных деформаций главной преграды. Также показано, что основными факторами, определяющими максимальный прогиб главной преграды, являются расположение этой преграды относительно наружной обшивки и её толщина.

В работе [88] также проведено исследование особенностей деформирования и разрушения многопреградных металлических конструкций и образцов полимерных композиционных материалов (ПКМ) и подкрепленных оболочек при воздействии подводного взрыва с учётом гидростатического давления. Показано, что именно вторая пульсация пузыря, образовавшегося в результате подводного взрыва заряда, оказывает определяющее влияние на характер и параметры деформирования цилиндрической оболочки, подкрепленной круговыми ребрами жесткости, в условиях совместного действия на оболочку близкого подводного взрыва и большого гидростатического давления (5-7 МПа). Дополнительно в исследовании выявлено влияние основных конструктивных параметров на взрывостойкость многопреградных конструкций. Установлены эмпирические зависимости, определяющие размер разрушения (пробоины) наружной обшивки и разделительной преграды. Приведено обоснование зависимости для оценки предельной массы заряда для главной преграды многопреградных систем.

В практике строительного проектирования принято приводить нестационарные нагрузки к эквивалентным статическим нагрузкам. Для расчёта

эффектов динамического воздействия [35] на строительные конструкции используются разные методики [28].

Влияние скорости деформации на сопротивление материала детально пока изучено слабо. Упругая деформация типично твердых тел не сопровождается существенными необратимыми нарушениями в кристаллической структуре металла: происходит изменение расстояния между элементарными частицами с соответствующим изменением силовых полей взаимодействия, относительное расположение частиц в основном сохраняется. Поэтому влияние скорости деформации оказывается не очень существенным. В высокомолекулярных соединениях, например в высоких полимерах типа резины с молекулами в виде длинных цепочек, переход от хаотического расположения молекул с максимальной энтропией к более упорядоченному расположению с пониженным значением энтропии требует более или менее длительного промежутка времени. При очень большой скорости деформации существенным оказывается взаимодействие между атомами каждой цепочки и взаимодействие по линиям локальных связей между молекулами, тогда как составляющая деформации за счёт изменения энтропии ввиду более или менее значительных времен релаксации оказывается менее существенной [40].

Пластические деформации сопровождаются необратимыми нарушениями структуры. Это – или перемещение неправильностей структуры (дислокаций), или перемещение частиц за счёт термодиффузии, или какой-нибудь процесс, связанный со значительным перемещением частиц друг относительно друга, с перестройкой взаимного расположения частиц в значительном объеме, которое требует некоторого промежутка времени. При большой скорости деформации протекание этих процессов не поспевает за деформацией, которая поэтому протекает в значительной мере вследствие упругого изменения расстояния между частицами, тогда как при малой скорости деформация шла бы в основном за счёт указанных необратимых изменений.

Из попыток детального объяснения влияния скорости деформации стоит привести выдвинутое объяснение запаздывания текучести в мягкой стали.



Пластическая деформация, согласно этой теории, связывается с движением свободных, несвязанных дислокаций (нарушений кристаллической структуры). Чтобы дислокации начали двигаться, надо приложить извне некоторое напряжение, равное пределу текучести. Но в углеродистых сталях каждая дислокация окружена облаком атомов углерода, которое препятствует перемещению дислокаций. Поэтому требуется ещё некоторое добавочное внешнее напряжение, чтобы освободить дислокации от облаков углерода. Этим объясняют наличие у мягких сталей и железа верхнего и нижнего предела текучести. Верхний предел текучести – это то напряжение, которое необходимо для начала процесса текучести (на освобождение дислокаций, по излагаемой теории), а нижний предел текучести – это то напряжение, которое достаточно для поддержания начавшегося процесса текучести (по излагаемой теории, на движение освободившихся дислокаций). При мгновенном приложении напряжения, превышающего верхний предел текучести, начнется процесс освобождения дислокаций. Если это напряжение снять до того, как процесс освобождения закончится, то никаких остаточных деформаций обнаружено не будет. Если же это напряжение некоторое время поддерживать, то начнется пластическая деформация материала [40].

В работе [45] рассмотрена методология оценки коэффициента динамичности при ударных нагрузках и отмечены особенности, связанные с определением коэффициента динамичности при импульсных нагрузках. Найдены недостатки метода по определению коэффициента динамичности для импульсных нагрузок. В теоретических расчётах подробно описано решение основного уравнения, описывающего движение конструкции в стадии упругих деформаций. Это позволило привести критерии, при выполнении которых коэффициент динамичности определяется только импульсом ударной нагрузки и не зависит от её формы.

Отметим, что взрывное воздействие – нестационарный, во многом случайный, процесс, который зависит от множества факторов. В исследовании [57] предложена вероятностная модель взрывного воздействия, в которой проанализирована зависимость взрывного воздействия от различных параметров.

В работе [88] отмечено, что к настоящему времени хорошо изучены процессы формирования и параметры поражающих факторов (ударная волна, вторичные пульсации газового пузыря) при взрыве в воде. Воздействие взрыва качественно принято характеризовать как контактное, близкое неконтактное и неконтактное (удаленное неконтактное). В условиях воздействия удаленного неконтактного взрыва обычно выполняют анализ параметров движения (сотрясений) конструкций. Это необходимо для определения нагрузок, действующих на сооружения [9, 10, 25]. Известно [33, 34, 39, 71], что наибольшую опасность при действии взрыва на элементы конструкций представляют контактные или близкие неконтактные подводные взрывы. Исследования последствий таких взрывов, применительно к однопреградным конструкциям, изготовленных из металлических или полимерных композиционных материалов представлены, например, в работах [29, 60, 84, 85, 104].

В работе [29] показано, что определяющее влияние на характер и параметры деформирования элемента конструкции в виде цилиндрической оболочки, подкрепленной круговыми ребрами жесткости, в условиях совместного действия на оболочку близкого подводного взрыва и большого гидростатического давления (5-7 МПа) оказывает вторая пульсация газового пузыря. Отмечено, что в условиях близкого неконтактного взрыва динамика пластического деформирования может определяться действием не только ударной волны, но и пульсацией газового пузыря. При этом влияние пульсации пузыря зависит от величины гидростатического давления, обуславливающего параметры пульсаций пузыря (максимальное давление, импульс, период пульсации, радиус пузыря) и характер его взаимодействия с объектом.

Основополагающее значение при анализе возможных последствий близких неконтактных подводных взрывов для конструкций имеют экспериментальные исследования. При этом широко используются взрывные камеры [42]. Наряду с экспериментом в исследованиях воздействия близких подводных взрывов существенное значение имеет компьютерное моделирование процессов деформирования поражающих факторов взрыва (внешняя задача) и

деформирования конструкций. Необходимость компьютерных моделей обусловлена существенными ограничениями возможностей получения экспериментальных данных о процессе деформирования конструкций при взрывных испытаниях. Например, в условиях близкого взрыва практически отсутствует возможность регистрации деформаций на лицевой поверхности образца, а в центре образца такая возможность отсутствует даже на тыльной поверхности. Верифицированные относительно эксперимента компьютерные модели обеспечивают более детальный анализ особенностей нагружения и деформирования конструкций применительно к условиям испытаний [29].

Особую роль в изучении взрывов в воде и его воздействий на элементы конструкций играют фундаментальные теоретические исследования, основанные на фундаментальных законах гидродинамики, физики взрыва, термодинамики и механики деформируемого твердого тела и гипотезах, основанных на наблюдениях и регистрации соответствующих параметров в экспериментальных натуральных испытаниях. Такие аналитические исследования позволяют прогнозировать последствия действия подводного взрыва на элементы конструкций, определять условия их гарантированной стойкости или гарантированного разрушения в соответствии с принятым критерием разрушения или гарантированной взрывостойкости. Кроме того, такие исследования дают возможность изучить влияние различных факторов действующей взрывной нагрузки на параметры деформирования конструкции, влияние свойств и величины заряда ВВ на характер и масштабы разрушений, расположения заряда в ближней зоне действия взрыва относительно конструкции.

**Цель и задачи работы.** Целью работы является нахождение условий гарантированного разрушения балочной конструкции взрывом неконтактных зарядов конденсированных ВВ в воде. Это означает, что требуется найти минимальную массу заряда ВВ, при взрыве которого балка будет гарантированно разрушена или утратит свою несущую способность. Считается, что заряд находится на фиксированном удалении от балки, тип и свойства заряда известны, известны также характеристики материала балки и вид её закрепления на

идеальных (не разрушаемых взрывом) опорах. В дальнейшем проводится анализ прочности опор. Для достижения указанных целей сформулированы и решены следующие задачи:

1. Найти закон распределения по пролёту балки удельного импульса, созданного взрывом неконтактного заряда ВВ. Заряд может располагаться в любой точке над балкой.

2. Найти координаты сечений и максимальные прогибы в них в соответствующие моменты времени колебаний балки при воздействии взрыва.

3. Рассмотреть режимы хрупкого и упруго-вязкого разрушения, для которых принять соответствующие критерии разрушения.

4. На основе принятых критериев для каждого режима определить условия гарантированного разрушения, т.е. найти минимальную массу (минимальный радиус, в случае сферического заряда) ВВ, взрыв которого гарантирует разрушение балки или потерю ее несущей способности.

5. Разработать алгоритмы расчётов на случаи других закреплений балки в воде, отличных от рассматриваемого подробно случая свободного опирания концов балки на идеальные опоры.

6. Выполнить анализ прочности опор при действии на них взрывной нагрузки.

**Объектом исследования являются** балочные конструкции, находящиеся под воздействием импульсной нагрузки, созданной взрывом неконтактного заряда конденсированного ВВ в воде.

**Предметом исследования является** напряженно-деформированное состояние балочной конструкции, под действием взрывной нагрузки в воде.

#### **Научная новизна.**

1. В решении внешней задачи:

а) найдена формула распределения удельного импульса по пролёту балки, которая позволяет учитывать эффекты отражения возмущенного потока от балки и произвольное расположение заряда над балкой. Для нахождения максимального

давления торможения использованы соответствующие экспериментальные данные.

2. В решении внутренней задачи (задача о деформировании балки):

а) для материала балки в режиме хрупкого и вязкого разрушения влияние скорости нагружения учитывается введением коэффициента динамичности;

б) учтены статистические характеристики образцов балок при помощи введения коэффициента однородности на гарантированное разрушение;

в) рассматриваемая начально-краевая задача решена аналитически с применением метода разделения переменных и функции влияния Грина в самом общем случае, позволяющем рассматривать разнообразные виды закрепления концов балки на опорах.

3. Проведен анализ прочности опор. Установлено, что балочная конструкция, расположенная на более прочных опорах, может легче разрушиться по сравнению с менее прочными опорами при прочих равных условиях.

4. В режиме упруго-вязкого разрушения скоростной характер действующей импульсной нагрузки учитывается введением в полученное определяющее уравнение коэффициента вязкости, характеризующего материал балки.

5. Сопротивление воды движению колеблющейся балки учитывается введением присоединенной массы воды.

6. Для случая свободного опирания концов балки на идеальные опоры реализован критерий потери несущей способности балки вследствие соскакивания ее концов с опор.

### **Теоретическая и практическая значимость работы.**

1. Показана возможность аналитического решения поставленной задачи классическим методом разделения переменных в наиболее общем виде – с применением функции влияния Грина.

2. Реализован алгоритм Т.М. Саламахина по применению экспериментальных данных во внешней задаче нахождения давления торможения на фронте ударной волны при её действии на балку.

3. Найдена аналитическая зависимость (закон распределения по пролёту балки) удельного импульса взрывной нагрузки. В отличие от принимаемых законов импульсного воздействия над серединой балки, заряд может находиться в любой точке над балкой, при этом учитываются эффекты отражения ударной волны от поверхности балки.

4. Введенный коэффициент однородности на гарантированное разрушение позволяет учитывать статистические характеристики материала балочных конструкций.

5. Введенные коэффициенты вязкости и динамичности позволяют учитывать влияние скорости деформации на процесс разрушения рассматриваемых конструкций взрывом в воде.

Результаты проведенных исследований и разработанные алгоритмы можно применять при проектировании несущих элементов конструкций для подводных сооружений, способных противостоять взрыву в воде; при определении условий технологического размещения подводных коммуникаций; для устранения массивных подводных преград, которые создают определенные проблемы для навигации и автоматического пилотирования судов, и образованы в результате аварий или в процессе частичного демонтажа станций и платформ, частично погруженных в воду и другие задачи.

**Методы исследования.** При выполнении диссертационной работы использовались классические законы механики, метод разделения переменных с использованием функции влияния Грина, классические критерии разрушения материалов динамической (импульсной) нагрузкой в режимах предельных состояний, включая случай потери связей между балкой и опорами.

**Положения, выносимые на защиту:**

– постановка и решение задачи о формировании импульсной нагрузки, распределенной по пролёту балки, при взрыве неконтактного заряда ВВ;

– постановка задачи о разрушении свободно опертой балочной конструкции под воздействием импульсной нагрузки в воде и её решение (упругий режим деформирования);

– постановка задачи о разрушении упруго-вязких балок взрывом в воде и её решение;

– учёт прочности опор;

– алгоритмы расчётов действия взрыва на балки в воде для случаев других закреплений.

**Степень достоверности результатов.** Достоверность результатов, приводимых в диссертации, базируется на использовании фундаментальных законов механики деформируемого твердого тела, на использовании экспериментальных данных взрывных процессов, известных теоретических зависимостей, гипотез и методов решения, а также строгостью применяемого математического аппарата.

**Апробация работы.** Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на XIV, XV, XVI, XVII Региональной магистерской научной конференции (Россия, Тула, 2019, 2020, 2021, 2022), 4-й Международной научной конференции студентов и молодых учёных, посвященной 55-летию ЮЗГУ «МОЛОДЕЖЬ И СИСТЕМНАЯ МОДЕРНИЗАЦИЯ СТРАНЫ» (Россия, Курск, Юго-Западный государственный университет, 21-22 мая 2019 года), Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (Россия, Воронеж, 7-9 декабря, 2020 г.); на конкурсе премий Правительства Тульской области молодым ученым в 2021 году; на семинарах д.ф.-м.н., проф. А.А. Маркина кафедры Вычислительной механики и математики Тульского государственного университета.

**Публикации автора по теме исследований.** Основные научные результаты диссертационных исследований опубликованы в 19 печатных работах, из которых 17 – в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, 1 статья – в издании, входящем в международную реферативную базу данных Scopus.

**Личный вклад автора.** Постановка задач и выбор методов решения осуществлялись совместно с научным руководителем. Теоретические и практические исследования, обзор научной литературы, разработка алгоритмов

решения задач, а также многочисленные расчёты выполнены автором самостоятельно.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы, состоящего из 112 источников, из которых 13 – зарубежных авторов. Работа изложена на 102 страницах машинного текста, включая список литературы, содержит 19 рисунков и 1 таблицу.

**Аннотация диссертационной работы по главам.**

*Первая глава* представляет собой анализ публикаций по теме, а также критериев гарантированного разрушения и состоит из пяти разделов. Раздел 1.1 посвящен особенностям взрывного нагружения, а также динамическим свойствам и взрывостойкости элементов конструкций; раздел 1.2 – статистическому анализу свойств материалов и надежности разрушения; раздел 1.3 – разрушению элементов конструкций и типам разрушений, раздел 1.4 – расчету по предельным состояниям и критериям разрушения, раздел 1.5 – учёту прочности опор, раздел 1.6 – критерию потери связей между балкой и опорами.

*Во второй главе* представлена общая постановка и решения задач о разрушении балочных элементов конструкций взрывом в воде с учётом эффектов отражения ударной волны и возмущенного потока жидкости от поверхности преграды. Рассмотрен случай разрушения свободно опертой балки, разрушение хрупких чугунных и упруго-вязких стальных балок взрывом в воде.

*В третьей главе* приведены алгоритмы расчётов действия взрыва на балки в воде для различных случаев закрепления, а именно: консольное закрепление (раздел 3.1), балка с защемленными концами (раздел 3.2), балка с одним защемленным концом и другим свободно опертым (раздел 3.3).

**Благодарности.** Автор благодарен научному руководителю Г.Т. Володину за ценные консультации и советы при подготовке публикаций и настоящей диссертации; заведующему кафедрой вычислительной механики и математики В.В. Глаголеву и профессору кафедры ВММ доктору физико-математических наук А.А. Маркину за ценные замечания и советы.



## ГЛАВА 1. Критерии гарантированного разрушения

### 1.1. Особенности взрывного нагружения, динамические свойства и взрывостойкость материалов

Взрывные нагрузки характеризуются весьма малой продолжительностью нарастания. Она настолько мала, что ее в инженерных расчётах не представляется возможным учесть, поэтому обычно принимают, что в каждом сечении элемента она прикладывается мгновенно в момент подхода к нему фронта ударной волны.

Продолжительность спада нагрузки на несколько порядков больше продолжительности ее нарастания. В целом общая продолжительность действия взрывной нагрузки, особенно при контактных взрывах, мала. При такой незначительной продолжительности действия взрывной нагрузки ее максимальная интенсивность и характер её изменения во времени не имеют существенного значения. Более существенной характеристикой взрывной нагрузки оказывается не ее максимальная интенсивность, а интегральная величина – импульс или удельный импульс.

Кратковременный импульсный характер взрывной нагрузки приводит к тому, что элемент нагружается не одновременно во всех сечениях, а по нему распространяется локальное возмущение, пространственная протяженность которого сопоставима с размерами поперечного сечения элемента. Таким образом, в элементе взрывной нагрузкой одновременно охвачена лишь небольшая локальная область, которая перемещается от сечения к сечению с некоторой скоростью, большей или равной скорости распространения звука в материале. Эта особенность взрывной нагрузки приводит к тому, что весь процесс нагружения элемента такой нагрузкой следует относить к переходному режиму [33].

При выходе фронта ударной волны на свободную поверхность материал элемента из сжатого состояния, в котором он находится в ударной волне, за короткое время переходит в растянутое состояние по мере того, как по нему от сечения к сечению распространяется волна разрежения. Такой переход приводит к изменению не только прочности, но и несущей способности материала. Это

особенно существенно для таких материалов, которые обладают низкой несущей способностью к растяжению. Местные разрушения в элементах конструкций в основном являются следствием таких деформаций [70, 92].

Если размеры элемента достаточно велики, а нагрузка носит кратковременный характер, то видимых повреждений в элементе может и не наблюдаться. Однако, из-за того, что по элементу проходит ударная волна, интенсивность которой во много раз превышает предел прочности материала, в нем могут возникать микроразрушения, которые снижают его первоначальные прочностные характеристики. Такой элемент может не выдержать повторной взрывной нагрузки, хотя интенсивность будет не выше интенсивности первого нагружения.

При взрывном нагружении элемента существенную роль играет его форма поперечного сечения. Это связано с тем, что при прочих равных условиях элементы более обтекаемой формы воспринимают меньшие усилия сопротивления действующей нагрузки [81].

Отмеченные особенности взрывных нагрузок имеют существенные отличия от нагрузок при машинных испытаниях элементов конструкций на прочность.

В самом деле, при машинных испытаниях нагрузка к испытываемому образцу прикладывается постепенно, так что время нарастания нагрузки измеряется единицами и десятками секунд. При таком режиме в образце к концу каждой фазы нагружения успевают затухнуть волновые процессы, так как для одного пробега упругой волны по образцу, длина которого, например, не превышает 1 метр, требуется не более 0,2 мс. Из-за малых деформаций образца и сравнительно большего времени нарастания нагрузки мало и ускорение. Поэтому, такое нагружение значительно ближе к статическому режиму, чем к динамическому, т.е. носит явно выраженный квазистатический характер. По этой причине результаты машинных испытаний используют в качестве опорных для установления прочности материалов по отношению к статическим нагрузкам.

Взрывная нагрузка прикладывается к элементу практически мгновенно [14, 15, 16] и распространяется по нему в виде упругой волны со скоростью, большей

или равной скорости распространения звука, то есть она имеет резко выраженный динамический характер. Поэтому по отношению к взрывным нагрузкам материал ведет себя иначе, чем при квазистатическом машинном режиме нагружения.

Кроме обычных квазистатических машинных испытаний образцы часто подвергаются ударному нагружению, которое, по характеру приложения нагрузки во многом схоже с взрывным нагружением. Следует заметить, однако, что не существует прямых способов переноса данных ударных испытаний образцов на условия взрывного нагружения. Это объясняется не только несовершенством методики ударных испытаний, но и тем, что эти режимы существенно различаются между собой. При взрывном нагружении масса нагружаемого элемента практически не меняется, при ударном – к элементу не только прикладывается нагрузка, но и к нему присоединяется масса ударяющего элемента, которая обычно соизмерима с массой нагружаемого элемента, а в установках, на которых проводятся ударные испытания, она во много раз превышает массу испытываемого образца. А так как в обоих случаях нагружения четко выражен динамический характер нагрузки, то такое присоединение массы оказывается весьма существенным, так как сила инерции, которая должна учитываться, пропорциональна массе участвующих в деформации тел [70].

Отметим динамические свойства металлов, которые являются поликристаллическими системами. Для них, пока внешняя нагрузка не превосходит некоторой величины, поликристаллическая решетка сохраняется, и вследствие этого сохраняется линейная зависимость между нагрузкой и деформацией (Рис. 1.1, участок 0-1 на диаграмме  $\sigma - \varepsilon$ ). Если внешняя нагрузка превосходит некоторый предел, то поликристаллическая решетка вследствие скольжения и механического двойникования перестраивается, и материал начинает вести себя так, что на диаграмме  $\sigma - \varepsilon$  формируется площадка текучести (Рис. 1.1.1), участок диаграммы 2-3. Поведение материала за точкой 3 (Рис. 1.1.1) можно описать простейшей механической моделью лишь приближенно и только на восходящей ветви кривой (до точки 4). На участке 3-4 наступает стадия упрочнения материала. До точки 4, соответствующей условной величине,

называемой пределом прочности  $\sigma_*$ , напряжения растут с ростом деформаций. При дальнейшем деформировании начинается местное течение материала, образование шейки и разрушение образца.

Описанная диаграмма  $\sigma - \varepsilon$  характерна для мягких сталей и бронзы. Для большинства других металлов четкой границы между упругой и неупругой зоной, а также выраженной площадки текучести не наблюдается. У таких металлов поликристаллическая решетка несовершенна и это несовершенство тем больше, чем меньше кристаллы. В такой решетке остаточные деформации возникают даже при ее незначительном нагружении и поэтому диаграмма растяжения таких материалов на всём её протяжении криволинейна и обращена выпуклостью вверх.

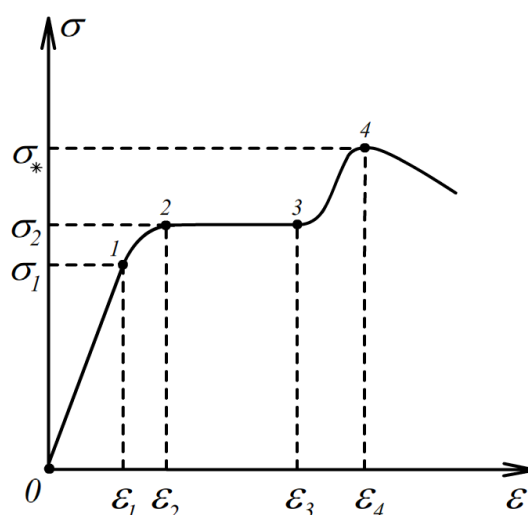


Рисунок 1.1.1 – Зависимость  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$  для мягкой стали

Так как для таких материалов диаграмма не имеет упругого участка и площадки текучести, то для них вводят условный предел упругости и условный предел текучести, условившись понимать под этими величинами напряжения, которые достигаются при фиксированных (условных) относительных деформациях. Исследование поведения механических моделей при увеличении скорости приложения нагрузки [70] показывает, что диаграмма  $\sigma - \varepsilon$  всеми своими точками поднимается вверх.

Эксперименты подтверждают эту особенность. При статическом нагружении перестройка кристаллической решетки успевает следовать за деформацией. При высокоскоростном динамическом нагружении она отстает от деформации, которая, как показывают рентгенографические исследования, происходит при значительно меньших искажениях кристаллической решетки. По этой причине, для получения одинаковых деформаций при динамическом нагружении требуется приложить большее усилие, чем при статическом нагружении. Поэтому для всех металлов динамическая диаграмма  $\sigma - \varepsilon$  всеми своими точками лежит выше статической диаграммы, при этом с увеличением скорости приложения нагрузки удаление динамической диаграммы от статической становится больше.

Некоторые металлы наряду с повышением предела прочности при динамической нагрузке разрушаются при более высоких значениях относительной деформации.

## **1.2. Разброс свойств материалов и надежность разрушения**

В предыдущем исследовании показано, как изменяются прочностные характеристики одного и того же образца при переходе от статических нагрузок к динамическим, в этом числе и к взрывным нагрузкам разной интенсивности.

Для разных образцов, изготовленных из одного и того же материала, по отношению даже к статическим нагрузкам наблюдается статический разброс свойств, вызванный неоднородностью структуры материала. Эта особенность строительных материалов учитывается в расчётах сооружений на гарантированную прочность. Известно, что все строительные материалы из-за неоднородности их структуры обладают статистической изменчивостью прочностных характеристик. Такая изменчивость тем больше, чем менее однороден материал. Для металлов, структура которых сравнительно однородна, изменчивость свойств от образца к образцу сравнительно невелика [7, 11, 40].

Для бетона [26, 91], каменной кладки и деревянных конструкций, структура которых обладает большой неоднородностью, изменчивость свойств значительно больше [32, 50, 91]. В строительном деле при расчёте сооружений на прочность

исходят из предпосылки, что в элементах конструкции, при нормальной эксплуатации сооружения, напряжения не должны превышать минимально возможного значения прочностной характеристики [28, 51, 67, 78].

Изменчивость свойств бетона в условиях воздействия взрывной нагрузки продемонстрирована в работе [32]. Авторами рассмотрены отличительные особенности работы бетона [64] в условиях статического и динамического воздействия, приведён критерий прочности и диаграмма деформирования. Приведены важные для построения корректных математических моделей особенности моделирования свойств материала, подверженному взрывному воздействию – особые материальные константы [2, 4]. Полученные авторами соотношения позволяют рассчитать несущую способность бетонных конструкций.

Наряду с расчётными характеристиками строительными нормами вводятся нормативные характеристики [25, 79]. При контрольных испытаниях, проводимых на ограниченном количестве образцов, ни для одного из них предел текучести не может быть ниже нормативного предела текучести, так как в противном случае вся партия будет забракована. Однако в партии, контрольные образцы которой успешно выдержали эти испытания, могут оказаться отдельные детали, у которых предел текучести ниже нормативного. В строительном деле именно эти детали с минимально возможным значением предела текучести принимаются в качестве ответственных за всю партию, а их прочностные характеристики вводятся как расчетные для всей партии. При таком подходе обеспечивается высокая надежность того, что конструкция при воздействии на нее расчетных нагрузок в пределах установленного срока службы будет оставаться работоспособной [68, 69].

Отношение расчетной характеристики  $R_{\min}$  к нормативной  $R_0$  является коэффициентом однородности

$$K_0 = \frac{R_{\min}}{R_0}. \quad (1.2.1)$$

В расчётах на гарантированное разрушение необходимо исходить из того, что в результате силового воздействия на элемент напряжение в нем должно быть не ниже максимально встречающейся величины прочностной характеристики для

данного материала [70, 27, 37]. По аналогии с коэффициентом однородности  $K_0$  вводят коэффициент однородности на гарантированное разрушение  $K_{0*}$ :

$$K_{0*} = \frac{R_{\max}}{R_0}.$$

Следовательно, если коэффициент однородности  $K_0$  является коэффициентом запаса на возможное, по различным причинам, снижение прочности материала по сравнению с его нормативным сопротивлением, то коэффициент однородности на гарантированное разрушение  $K_0$  является коэффициентом запаса на возможное отклонение прочности выше нормативной. Заметим, что если коэффициент однородности по своему численному значению во всех случаях должен быть меньше единицы, то коэффициент однородности на гарантированное разрушение должен быть больше единицы.

В работе [70] академиком Саламахиным Т.М. получена аналитическая зависимость, связывающая указанные коэффициенты однородности для различных конструктивных материалов в виде

$$K_{0*} = 2(1 + \delta) - K_0. \quad (1.2.2)$$

Для соотношения (1.2.2) значения безразмерного [74] параметра  $\delta$  приведены в соответствующей таблице работы [70]. Коэффициент однородности  $K_0$  обычно для соответствующих материалов приводится в соответствующих нормах. Чтобы найти коэффициент однородности на гарантированное разрушение  $K_{0*}$ , следует воспользоваться найденным по таблицам норм  $K_0$ , а затем формулой (1.2.2).

### 1.3. Разрушение элементов конструкций. Типы разрушений

Под действием взрыва в элементе конструкции могут возникать различные остаточные деформации: сжатие, сдвиг, растяжение. Разрушение элементов с нарушением их сплошной структуры происходит в основном при растяжении, а иногда и вследствие деформации сдвига. Чаще всего разрушение элемента возникает как результат комбинированной деформации, когда в элементе

конструкции в различных локальных областях возбуждаются сжатие и сдвиг, за которыми следует растяжение. В каждой из этих областей независимо может начаться локальное разрушение материала, которое при достаточной интенсивности нагрузки может привести к разрушению элемента с его разделением на части. Если интенсивность нагрузки недостаточна, в элементе конструкции могут возникнуть микротрещины, сдвиговые перемещения, а также местные уплотнения и остаточные деформации различного характера без видимого нарушения макроструктуры материала.

В зависимости от свойств материала могут наблюдаться хрупкое и вязкое разрушения. При хрупком разрушении материал разрывается на части без заметной предшествующей пластической деформации. Вязкое разрушение сопровождается значительной пластической деформацией и скольжением друг по другу двух областей материала [70].

Хрупкое разрушение в основном является следствием растягивающей деформации материала. Оно распространяется по направлению, перпендикулярному к направлению приложения растягивающего напряжения. Вязкое разрушение распространяется по направлению максимальных пластических деформаций [71]. Хрупкое разрушение, возникнув раз, распространяется с большой скоростью и незначительным расходом подводимой извне энергии, так как для преодоления сил связи между атомами по обе стороны трещины обычно бывает достаточно той энергии, которую накопил материал в предшествующей упругой деформации и которая теперь освобождается и совершает работу разрушения [70].

В противоположность этому, вязкое разрушение для своего развития требует непрерывного подвода энергии извне, так как для пластического деформирования материала требуется значительно больше энергии [70, 82], чем может накопить материал на стадии упругого деформирования. Поэтому трещина после своего возникновения не может развиваться самопроизвольно, как это имеет место при хрупком разрушении. Её эволюция целиком зависит от внешних условий нагружения элемента, то есть, в конечном счёте, от скорости подвода энергии



извне. По этой причине скорость вязкого разрушения значительно ниже скорости хрупкого разрушения и существенно зависит от условий нагружения.

Таким образом, существуют материалы, которые разрушаются хрупко, без заметной предшествующей пластической деформации, и материалы, для которых характерно вязкое разрушение со значительной пластической деформацией.

Количественно различие между хрупкими и вязкими материалами обычно характеризуют долей остаточной деформации в общей деформации материала после его разрушения. Если она мала, материал считают хрупким, если она значительна – вязким.

В строительном деле, как известно, для материалов, не имеющих явно выражений площадки текучести, вводится условный предел текучести [27, 44], за которой принимается такое напряжение, при котором остаточная деформация достигает 0,2%.

#### **1.4. Расчёт по предельным состояниям. Критерии разрушения.**

Как известно [5, 52], под предельным понимают такое состояние конструкции, при котором её дальнейшая нормальная эксплуатация является невозможной. Различают три вида предельных состояний:

а) по несущей способности (прочности и устойчивости конструкций, усталости материала), при достижении которого конструкция теряет способность сопротивляться внешним воздействиям или получает такие остаточные деформации, которые не допускают возможности дальнейшей её эксплуатации;

б) по развитию чрезмерных деформаций от статических или динамических нагрузок, при достижении которого в конструкции, сохраняющей прочность и устойчивость [63], появляются деформации или колебания, исключающие возможность дальнейшей её эксплуатации;

в) по образованию или раскрытию трещин, при достижении которого трещины в конструкции, сохраняющей прочность и устойчивость, появляются и раскрываются до такой величины, при которой дальнейшая эксплуатация

становится невозможной вследствие потери требуемой эксплуатационной характеристики конструкции.

Целью расчёта по методу предельного состояния является получение гарантии, что за время эксплуатации сооружения не наступит ни одно из недопустимых предельных состояний для конструкций в целом и отдельных её элементов [5]. Возможность достижения того или иного предельного состояния конструкции зависит от многих факторов, из которых важнейшими являются:

- а) внешние нагрузки и другие воздействия;
- б) качество и механические свойства материалов, из которых изготовлена конструкция;
- в) общие условия работы конструкции в окружающей среде и т.п.

В случае расчёта конструкции (элемента конструкции) на гарантированное разрушение по методу предельных состояний следует определить вид предельного состояния и вид разрушения элемента конструкции при соответствующем воздействии внешней нагрузки.

Под гарантированным разрушением в данном исследовании понимаем разделение элемента конструкции (балки) на фрагменты или возникновение таких прогибов, которые приводят к потере несущей способности конструкции. В случае свободно опертых балок большие прогибы могут привести к соскальзыванию концов балки с опор, при жестком закреплении концов балки они могут быть вырваны их опор, а балка разделена на фрагменты.

Метод расчёта должен быть основан на анализе процесса перехода рассматриваемой конструкции (элемента конструкции) в предельное состояние с учётом факторов, оказывающих влияние на её несущую способность. Рассмотрим влияние качества и механических свойств материалов, из которых изготовлена конструкция.

Опыт показывает, что механические свойства строительных материалов, например прочность, характеризуются определенной изменчивостью, рассеиванием показательной прочности. Для естественных материалов такая изменчивость определяется условиями их образования. Можно получить

правильное представление об изменчивости показателей прочности естественных строительных материалов на основе кривых распределения, отражающих результаты статистической обработки многочисленных испытаний [12, 55].

Изменчивость показателей прочности искусственных строительных материалов обуславливается причинами, связанными с человеческим фактором. Действительно, существенное влияние на изменчивость имеют особенности технологических процессов изготовления строительных материалов и особенно сырья, идущего на их изготовление. Очевидно, что в данных условиях технологического процесса и при наличии данного сырья получают строительные материалы, характеризуемые определенной изменчивостью их механических свойств, например, прочности.

В режиме хрупкого разрушения используется классический критерий по достижению максимальных нормальных (изгибных) напряжений, превышающих предел прочности хрупкого материала. При этом, высокоскоростной характер действующей нагрузки учитывается введением коэффициента динамичности, а статистический разброс материала – введением коэффициента однородности на гарантированное разрушение.

### **1.5. Учёт прочности опор**

В предыдущих исследованиях предполагалось, что опоры, на которые опирается балка, весьма прочны и не разрушаемы взрывом [71, 102]. Снимем ограничение идеальности опор, вводя некоторые условия для реальных опор, учитывающих их податливость при взрыве [70]. Рассмотрим частный случай симметрично распределенного по пролету балки импульса (Рис. 1.5.1)

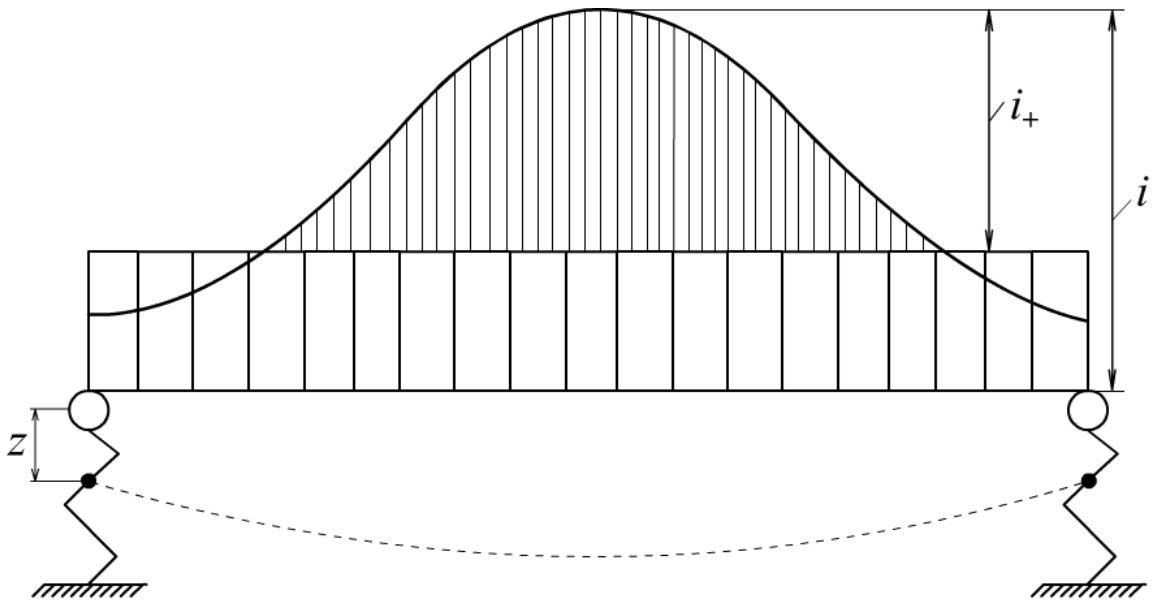


Рисунок 1.5.1 – Случай симметрично распределенного импульса

Пусть балка покоится на податливых опорах, которые допускают некоторые перемещения балки  $z_{0*}$ , после чего, если сила достаточна, разрушаются и в дальнейшем не препятствуют перемещению балки. Допустим, что реакция опор выражается некоторой зависимостью

$$R_{0*} = \psi(z). \quad (1.5.1)$$

Следуя работе [70], полную работу, затрачиваемую для перемещения концов балки на опорах на величину  $z_{0*}$ , определим как работу разрушения опор  $A_{0*}$ :

$$A_{0*} = \int_0^{z_{0*}} \psi(z) dz. \quad (1.5.2)$$

Рассматриваемая балка в каждом своем сечении деформируется по определенному закону и вместе с тем ещё перемещается относительно опор как единое целое. В рассматриваемом частном случае симметричной импульсной нагрузки с одинаковым закреплением концов балки на конструктивно одинаковых опорах, концы балки будут двигаться вниз поступательно и одинаково (без вращения балки вокруг её центра тяжести) согласно уравнению движения

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + \psi(z) = 0, \quad (1.5.3)$$

где  $M$  – масса балки,  $z$  – смещение опор,  $R_{0*} = \psi(z)$  – реакция опор.

Найдём первый интеграл уравнения (1.5.3). Обозначим

$$V = \frac{dz}{dt}, \quad (1.5.4)$$

тогда

$$\frac{d^2z}{dt^2} = V \frac{dV}{dz}. \quad (1.5.5)$$

Подстановка (1.5.5) приводит уравнение (1.5.3) к виду

$$MV \frac{dV}{dz} + \psi(z) = 0.$$

Разделяя переменные и интегрируя полученное уравнение, получим:

$$\frac{1}{2}M \left[ \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 - V_0^2 \right] + A_{0*} = 0, \quad (1.5.6)$$

или

$$V = \frac{dz}{dt} = V_0 \sqrt{1 - \frac{2A_{0*}}{MV_0^2}}. \quad (1.5.7)$$

Учитывая, что к балке прикладывается импульс мгновенно, из начальных условий получим

$$V_0 = \frac{I}{M}, \quad (1.5.8)$$

где  $I$  – импульс, действующий на балку в течение времени  $\tau$ :

$$I = \int_0^l i_*(x) dx. \quad (1.5.9)$$

Следовательно, после разрушения опор балка будет двигаться как единое целое со скоростью

$$V = \frac{dz}{dt} = \frac{I}{M} \sqrt{1 - \frac{2MA_{0*}}{I^2}}. \quad (1.5.10)$$

Дополнительные напряжения от взрыва будут возникать только в сечениях балки, где скорость частиц превышает скорость балки. В этих сечениях за расчётное значение интенсивности импульса следует принять интенсивность, действующую в сечении, за вычетом части количества движения, расходуемого на движение балки как единого целого, т.е.

$$i_{1*} = i_* - m_1 \frac{dz}{dt} = i_* - m_1 \frac{I}{m_1 l} \sqrt{1 - \frac{2m_1 l A_{0*}}{I^2}}, \quad (1.5.11)$$

или

$$i_{1*} = i_* - \frac{I}{l} \sqrt{1 - \frac{2m_1 l A_{0*}}{I^2}}, \quad (1.5.12)$$

где  $m_1$  – погонная масса балки. Следовательно, в общем случае вместо  $i_*$  надо использовать  $i_{1*}$  – расчётную интенсивность импульса. Отметим некоторые частные случаи опор.

1) Опоры способны полностью поглотить всю кинетическую энергию, полученную балкой в результате взрыва. В этом случае работа разрушения опор должна превосходить или быть равной кинетической энергии балки, то есть

$$A_{0*} = \frac{MV_0^2}{2} = \frac{I^2}{2m_1 l}. \quad (1.5.13)$$

Подставляя это значение в формулу (1.5.12), получим

$$i_{1*} = i_*, \quad (1.5.14)$$

то есть, как и в случае неразрушаемых опор.

2) Пусть теперь опоры очень слабы, так, что их работой разрушения можно пренебречь. В этом случае, полагая,  $A_{0*} = 0$  получим

$$i_{1*} = i_* - \frac{I}{l}, \quad (1.5.15)$$

то есть расчётная интенсивность импульса равна разности действующей в сечении интенсивности импульса и средней интенсивности количества движения балки. Эти случаи показывают, что чем прочнее опоры, тем лучше условия для разрушения балок взрывом неконтактных зарядов [70, 71].

## 1.6. Потеря связей между балкой и опорами

Вязкие материалы отличаются от хрупких тем, что разрушение их наступает только после того, как произойдут значительные пластические деформации. Типичным вязким материалом является малоуглеродистая сталь. Зависимость деформаций от напряжений для вязких материалов выражается линейным законом

только на начальном участке. За пределом пропорциональности, удлинения стали растут быстрее напряжений, при этом, кроме упругих появляются и небольшие пластические деформации [93]. Далее, наступает резко выраженный предел текучести, после которого значительные деформации возникают без увеличения напряжения. С переходом за площадку текучести сталь снова приобретает свойство воспринимать возрастающие напряжения, наступает стадия упрочнения материала. При достижении некоторого предела, возникает местное течение стали, образование шейки и разрушение материала.

Так как величины относительных деформаций, при которых происходит разрушение стали и других вязких материалов, значительны (например, для ст.3 они составляют 18-25%), то разрушаемость материала не может быть охарактеризована величиной напряжения. Её принято характеризовать удельной работой разрушения  $A_*$ , которую необходимо затратить для разрушения единицы объема материала [70].

Характер разрушения того или иного элемента из вязкого материала зависит от условий его работы в конструкции. Наиболее распространенным случаем работы элементов на действие взрыва является работа их в качестве балок, то есть элементов, работающих на поперечный изгиб.

В изгибаемых элементах под действием значительных усилий в наиболее напряженных местах развиваются значительные деформации [2, 7, 59]. Эпюра напряжений из треугольной, сначала, переходит в трапецеидальную, а затем в прямоугольную, при этом возникает пластический шарнир. Балка теряет способность воспринимать более значительную нагрузку, сильно деформируется, а концы её, если они не закреплены, могут сместиться с опор, что может привести к обрушению конструкции [15].

Следует отметить, что даже при значительных деформациях изгибаемых балок не происходит нарушение их целостности. Как показывают опыты, при изгибе стальной балки на 180 градусов напряжения в самых напряженных волокнах во многих случаях не достигают предела прочности материала [70]. Рассмотрим

пример воздействия взрывной нагрузки на свободно опертую по концам балку из вязкого материала.

При движении балки в момент времени  $t_*$ , соответствующий максимальному прогибу в эпицентре взрыва (в сечении балки под зарядом) для хрупкого материала возникает напряжение, превышающее предел текучести, а для вязкого материала возникает пластический шарнир, превращающий балку в механизм с вращающимися на опорах элементами балки, соединенными образовавшимся шарниром [15]. При этом имеет место величина  $\delta$ , соответствующая моменту образования пластического шарнира. В обоих случаях балка теряет свою несущую способность, а при определенной величине угла поворота в пластическом шарнире – соскакивает с опор, что усугубляет разрушение конструкции.

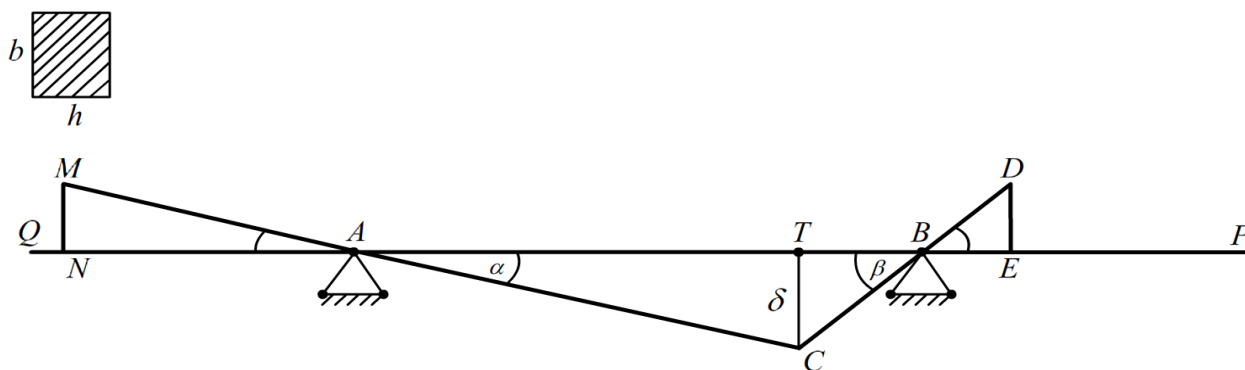


Рисунок 1.6.1 – Схема соскакивания с опор

На рисунке 1.6.1 изображена схема для нахождения связи между величиной прогиба  $\delta$  и геометрическими характеристиками балки в процессе её деформирования взрывом. Учтено надежное расположение балки на не смещающихся идеальных опорах, при этом концы балки  $\frac{l_1}{2}$  должны удовлетворять соотношению [15, 70]

$$\frac{l_1}{h} \geq \frac{4}{3},$$

где  $h$  – высота сечений балки. Обозначая  $l_1 = BP = QA$  и вводя элементарные геометрические соотношения между размерами балки при ее прогибе  $\delta$  в случае свободного расположения ее концов на опорах, получим систему уравнений:



$$\left. \begin{aligned}
 BC + BD + AC + AM &= l + \frac{8}{3} \cdot h \\
 AT + TB &= l \\
 BC &= \frac{\delta}{\sin \beta} \\
 BD &= \frac{DE}{\sin \beta} \\
 AC &= \frac{\delta}{\sin \alpha} \\
 AN &= \frac{MN}{\sin \alpha} \\
 AT &= \delta \cdot \operatorname{ctg} \alpha \\
 TB &= \delta \cdot \operatorname{ctg} \beta \\
 \frac{\delta}{MN} &= \frac{AC}{AM} \\
 \frac{\delta}{DE} &= \frac{CB}{BD}
 \end{aligned} \right\} \quad (1.6.1)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= BC; \quad x_2 = BD; \quad x_3 = AC; \quad x_4 = AM; \quad x_5 = AT; \\
 x_6 &= TB; \quad x_7 = DE; \quad x_8 = MN; \quad x_9 = \alpha; \quad x_{10} = \beta,
 \end{aligned}$$

и запишем систему (1.6.1) в канонической форме:

$$\left. \begin{aligned}
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= l + \frac{8}{3} \cdot h \\
 x_5 + x_6 &= l \\
 x_1 \cdot \sin(x_{10}) &= \delta \\
 x_2 - \frac{x_7}{\sin(x_{10})} &= 0 \\
 x_3 \cdot \sin(x_9) &= \delta \\
 x_4 - \frac{x_8}{\sin(x_9)} &= 0 \\
 x_5 \cdot \tan(x_9) &= \delta \\
 x_6 \cdot \tan(x_{10}) &= \delta \\
 \frac{x_3 \cdot x_8}{x_4} &= \delta \\
 \frac{x_7 \cdot x_1}{x_2} &= \delta
 \end{aligned} \right\} \quad (1.6.2)$$

Таким образом, зная величину прогиба  $\delta$ , который получается из решения соответствующих начально-краевых задач, можно найти величину отрезка  $x_2 = BD$ , при значении длины которого, равной и большей чем  $l_1$  балка гарантированно соскочит с опор.

Нелинейную систему уравнений решим с помощью прикладного математического пакета MathCAD методом Левенберга-Марквардта. Как и другие алгоритмы числовой минимизации, алгоритм Левенберга-Марквардта является итеративной процедурой. Чтобы найти решение задачи необходимо ввести начальное приближение в виде вектора  $\gamma$ :

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.2 \\ 1 \\ 0.5 \\ 1.6 \\ 0.4 \\ 0.25 \\ 0.25 \\ 0.5 \\ 0.7 \end{pmatrix}$$

Алгоритм сходится к глобальному минимуму только в том случае, если первоначальное предположение достаточно близко к окончательному решению. На каждом шаге итерации вектор начальных приближений  $\gamma$  заменяется вектором  $\gamma + \Delta\gamma$ , где  $\Delta\gamma$  – приращение, для оценки которого используется линейное приближение функции

$$f(\gamma + \Delta\gamma, x) - f(\gamma, x) \approx J\Delta\gamma,$$

где  $J$  – якобиан соответствующих функций приближения.

Алгоритм будет остановлен в том случае, если приращение  $\Delta\gamma$  в последующей итерации меньше заданного значения, либо если вектор невязок превышает определенный в среде MathCAD параметр TOL. Значение вектора  $\gamma$  на последней итерации считается искомым.

С использованием вышеуказанного метода получены следующие корни нелинейной системы уравнений

$$x_1 = 0.924, x_2 = 0.123, x_3 = 1.322, x_4 = 0.165, x_5 = 1.223, \\ x_6 = 0.777, x_7 = 0.067, x_8 = 0.062, x_9 = 0.388, x_{10} = 0.572.$$

и соответствующий им вектор невязок  $E$ :

$$E = (0.001; 0; 0; 0.0001; 0; 0.0018; 0; 0; 0; 0.003).$$

Таким образом, момент образования пластического шарнира, соответствующего достижению материалом балки в критическом сечении предела текучести, нарушает ее несущую способность. Превратившись в механизм, балка продолжает деформироваться с возможностью потери связей с опорами, то есть с возможным соскакиванием с опор.

### **Выводы по главе 1.**

1. Проведен анализ прочности опор. Установлено, что чем прочнее опоры, тем лучше условия для разрушения балок взрывом неконтактных зарядов.

2. Решена важная задача о возможном варианте разрушения упруго-вязких балок взрывом неконтактных зарядов ВВ в воде. Показано, что в некоторых случаях, при достижении предела текучести, балки из вязких материалов способны соскакивать с опор – происходит потеря связей между балкой и опорами.

## ГЛАВА 2. Действие взрыва на балки в воде

### 2.1. Введение

Рассматривается воздействие импульсной нагрузки, созданной взрывом заряда конденсированного ВВ в воде, на балку, находящуюся на некотором удалении от центра взрыва. Балка и заряд расположены на определенной глубине водоёма. Требуется определить условия гарантированного разрушения балки от воздействия такой нагрузки. Однопролётную балку с соответствующим закреплением ее концов, будем называть балочной конструкцией.

Под разрушением балочной конструкции, как указывалось выше, понимаем разделение балки на фрагменты, либо соскальзывание её с опор, нарушающее несущую способность этой конструкции. Условия гарантированного разрушения считается найденным если:

- при фиксированном расположении заряда ВВ относительно оси балки определена минимальная масса заряда фиксированного ВВ, взрыв которого гарантированно разрушит рассматриваемую балочную конструкцию;

- при фиксированной массе заряда фиксированного ВВ найдено такое расположение этого заряда относительно оси балки, что при его подрыве рассматриваемая балочная конструкция будет гарантированно разрушена.

Отметим особенности математического моделирования рассматриваемого физического процесса воздействия взрывной нагрузки на балку. Указанный процесс этого воздействия можно условно, как указывалось ранее, представить в виде последовательности происходящих явлений:

- а) формирование ударного импульса при взрыве в воде;
- б) его воздействие на конструкцию.

### 2.2. Математическое моделирование поля взрыва в воде (внешняя задача)

Для нахождения параметров на фронте ударной волны и их распределений по координате от поверхности заряда до поверхности газового пузыря в любой

момент времени при взрыве в воде, необходимо использовать законы сохранения массы, количества движения и энергии, а также знать уравнение состояния воды.

В фундаментальном исследовании взрыва в воде Кочиной Н.Н., Мельниковой Н.С. [49] с использованием экспериментальных данных и принципов статистической физики, найдено уравнение состояния воды для широкого диапазона температур и давлений, а также найдены формулы для внутренней энергии и адиабаты.

Не смотря на громоздкость полученных соотношений, авторам этого исследования удалось получить в наиболее полной форме численное решение задачи о взрыве в воде сферического заряда фиксированного радиуса. Найдены параметры на фронте ударной волны и их распределения в возмущенной области.

Для нахождения условий гарантированного разрушения преграды, при действии на нее взрывной волны в воде, достаточно найти параметры на её фронте, так как воздействие фронта волны является определяющим при разрушении, а следующий за фронтом возмущенный поток воды завершает процесс разрушения.

В данном диссертационном исследовании реализован алгоритм академика Т.М. Саламахина по нахождению параметров на фронте ударной волны с привлечением экспериментальных данных.

Как указывалось выше, основной задачей теории взрыва в безграничной жидкости является изучение неустановившегося движения жидкости между краевыми поверхностями – фронтом ударной волны и поверхностью газового пузыря, наполненного продуктами взрыва. Такое неустановившееся движение определяется следующей системой уравнений [72]

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{d\bar{U}}{dt} + grad p &= 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \bar{U}) &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

В эту систему входят три переменные: давление  $P$ , плотность  $\rho$  и скорость  $\bar{U}$ . Поэтому система не является замкнутой. Чтобы замкнуть ее, в некоторых исследованиях предполагается, что решение задачи можно получить, считая

жидкость несжимаемой, то есть, полагая  $\rho = const$ . Такое предположение было сделано в свое время Лэмбом, которому принадлежит первое теоретическое решение задачи о взрыве в воде.

Однако, предположение о несжимаемости среды, в которой распространяется ударная волна, не соответствует действительности. Из экспериментов следует, что при взрыве в воде заряда ВВ с возникновением при этом давления, превышающего атмосферное давление в 30000 раз, плотность воды увеличивается на 40%, следовательно, воду, окружающую заряд ВВ при взрыве, нельзя считать несжимаемой.

Кроме того, использование гипотезы о несжимаемости жидкости не дает возможности учитывать рассеивание энергии, которое при взрывах достаточно велико. Например, при взрыве в воде, в момент первой пульсации рассеивается около 60% начальной энергии, при воздушном взрыве – ещё большая часть, что не может не учитываться в расчётах [72].

Отметим, что гипотеза о несжимаемости исключает из рассмотрения ударные волны и, связанные с их существованием, локальные явления взрыва, а также конечные скорости распространения возмущений.

Ввиду отмеченных особенностей взрыва в воде гипотеза о несжимаемости жидкости неприменима для изучения процесса взрыва. И поэтому возникает необходимость в составлении дополнительных уравнений, замыкающих систему.

Таковыми уравнениями являются уравнение состояния и уравнение энергии, в которые входят, кроме указанных, ещё две искомые величины: абсолютная температура  $T$  и приток тепла  $\varepsilon_T$ . Но в большинстве случаев большие скорости взрывных процессов практически исключают возможность теплообмена с окружающей средой, приток тепла принимается равным 0 ( $\varepsilon_T = 0$ ) и тогда система становится замкнутой. В данной диссертации для нахождения условий гарантированного разрушения балочной конструкции в воде, как указывалось выше, достаточно найти давление торможения при воздействии фронта ударной волны на преграду (на балку), поскольку именно воздействие фронта ударной волны приводит к разрушению балки. Следующий за фронтом ударной волны

возмущенный поток жидкости усугубляет и завершает процесс разрушения [29, 87]. Следовательно, достаточно знать параметры на фронте ударной волны.

Следуя академику Т.М. Саламахину [72], с учётом особенностей взрыва в воде, отмеченных ранее, для нахождения зависимостей между параметрами на фронте ударной волны в воде необходимо использовать интегральные законы сохранения массы, импульса и энергии. Первые два из этих законов запишем в виде [72]

$$u_2 = \varepsilon D, \quad (2.2.1)$$

$$P_2 - P_{01} = \rho_{01} \varepsilon D^2, \quad (2.2.2)$$

где

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad (2.2.3)$$

а  $u_2, P_2, \rho_2$  – соответственно скорость частиц, давление, плотность на фронте ударной волны;  $P_{01}, \rho_{01}$  – соответственно давление, плотность воды на свободной поверхности,  $\rho_1$  – плотность воды на глубине  $H$ ,  $\varepsilon$  – относительная объемная деформация на фронте ударной волны,  $D$  – скорость фронта ударной волны.

Уравнение, определяющее интегральный закон сохранения энергии, нельзя использовать, так как в это уравнение входит дополнительная неизвестная переменная – внутренняя энергия  $E_2$ , которая не определяется через давление и плотность. Вместо этого уравнения для воды можно использовать уравнения динамических адиабат [72], из которых следует дополнительное уравнение

$$\frac{\rho_2}{\rho_{01}} = \left( \frac{P_2 - P_{01}}{BP_{01}} + 1 \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (2.2.4)$$

Если ввести относительную объемную деформацию (2.2.3), то уравнение (2.2.4) примет вид:

$$\varepsilon = 1 - \left( \frac{P_2 - P_{01}}{BP_{01}} + 1 \right)^{-\frac{1}{n}}. \quad (2.2.5)$$

Отметим, что использование полуэмпирических уравнений Тэта, Бриджмана и Кузнецова для решения задач о взрыве в воде затруднительно из-за их

чрезвычайной громоздкости. Расчёты показывают [35, 47, 95], что при давлениях  $1 < \frac{P}{P_{01}} < 3 \cdot 10^4$  изменение энтропии воды несущественно. Поэтому в приближенных расчётах вместо сложного уравнения состояния допустимо пользоваться более простым уравнением адиабаты, получаемым из уравнения состояния в предположении отсутствия теплообмена между частицами жидкости. В уравнении (2.2.5) согласно экспериментальным данным

$$n = \begin{cases} 7,15, & \text{если } \frac{P_2 - P_{01}}{P_{01}} < 3 \cdot 10^4 \\ 6,29, & \text{если } \frac{P_2 - P_{01}}{P_{01}} \geq 3 \cdot 10^4 \end{cases}, \quad (2.2.6)$$

$$B = \begin{cases} 2945, & \text{если } \frac{P_2 - P_{01}}{P_{01}} < 3 \cdot 10^4 \\ 4115, & \text{если } \frac{P_2 - P_{01}}{P_{01}} \geq 3 \cdot 10^4 \end{cases}. \quad (2.2.7)$$

Объединение уравнений (2.2.1) – (2.2.3), (2.2.5) приводит к алгоритму

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= 1 - \left( \frac{P_2 - P_{01}}{BP_{01}} + 1 \right)^{-\frac{1}{n}} \\ D &= \sqrt{\frac{P_2 - P_1}{\varepsilon \rho_1}} \\ u_2 &= \varepsilon D \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{1}{1 - \varepsilon} \end{aligned} \right\}, \quad (2.2.8)$$

который позволяет вычислить параметры на фронте ударной волны по известному давлению на её фронте. Давление на фронте находится по экспериментальным зависимостям [72]:

$$\frac{P_2 - P_{01}}{P_{01}} = 14700 \left( \frac{r_0}{a} \right)^{1,13}, \quad (2.2.9)$$

справедливом для  $\frac{a}{r_0} > 10$ ,



$$\frac{P_2 - P_{01}}{P_{01}} = 37000 \left( \frac{r_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (2.2.10)$$

при  $6 < \frac{a}{r_0} < 12$ , где  $r_0$  – радиус заряда ВВ,  $a$  – расстояние от центра взрыва.

Следует также различать величины  $P_1$  и  $P_{01}$ , которые представляют собой:  $P_1$  – давление в жидкости в точке наблюдения на глубине  $H$ , а  $P_{01}$  – давление окружающей среды. Эти величины связаны между собой известным соотношением

$$P_1 = P_{01} + \rho_1 g H. \quad (2.2.11)$$

Аналогично вводимые величины  $\rho_{01}$  и  $\rho_1$  даже для значительных глубин, различаются слабо, поэтому можно положить  $\rho_1 \approx \rho_{01}$ . Таким образом, параметры на фронте ударной волны при подходе к преграде можно определить, используя алгоритм (2.2.8) – (2.2.10). При исследовании воздействий ударной волны на элементы конструкций необходимо учитывать импульсный кратковременный характер соответствующих динамических нагрузок, а также эффекты отражения ударной волны и возмущенного потока жидкости от поверхности преграды.

### **2.3. Эффекты отражения ударной волны и возмущенного потока жидкости от поверхности преграды. Удельный импульс**

Пусть к преграде в точке  $A$  под некоторым углом  $\alpha$  подходит параллельно-струйный или расходящийся поток возмущенной воды, образованный при взрыве в воде заряда конденсированного взрывчатого вещества (ВВ) сферической формы радиуса  $r_0$ . Преграда считается идеальной (недеформируемой) в момент воздействия на неё потока, а также неподвижной, так как за время действия нагрузки рассматриваемого вида элементы преграды не получают заметных смещений, а получают лишь начальные скорости. Деформирование преграды происходит после окончания действия нагрузки, во время свободных колебаний преграды [72]. Форма преграды не фиксируется. Набегающий на преграду поток считается состоящим из отдельных частиц [94, 96, 98], каждая из которых достигает преграды и вносит свой вклад в создаваемую потоком взрывную

нагрузку. Взаимодействие частиц с преградой считается неидеальным, коэффициент восстановления при ударе,  $0 < K < 1$ , необходимо найти.

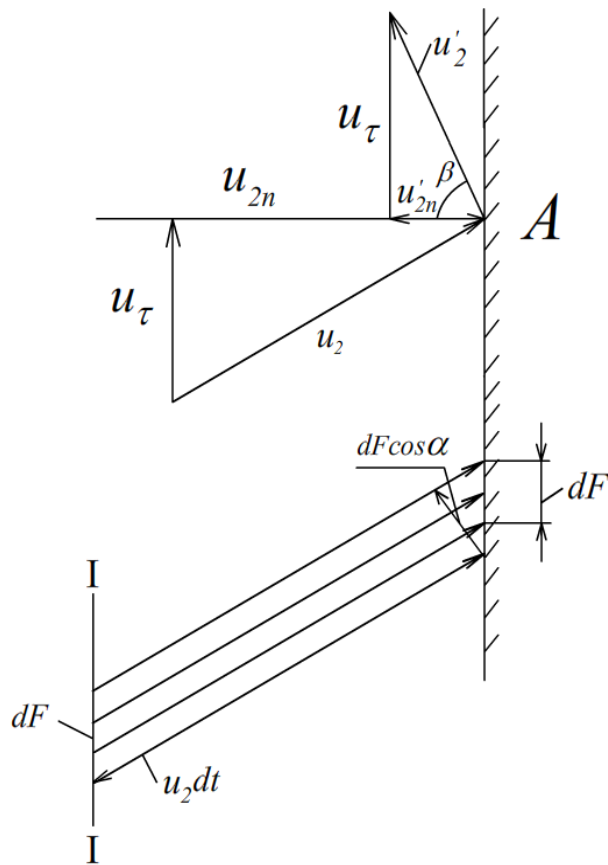


Рисунок 2.3.1 – Расчётная схема к определению давления на преграду

Чтобы найти давление, которое создаёт в этой точке возмущенный поток при его торможении, вырежем мысленно в окрестности точки  $A$  бесконечно малую площадку  $dF$  и рассмотрим действие на неё частиц потока [72].

На площадку падает бесконечно малая струйка возмущенной воды, площадь поперечного сечения которой  $dF \cdot \cos \alpha$  (Рис. 2.3.1). За бесконечно малый промежуток времени  $dt$  к площадке  $dF$  подойдет масса воды, заключенная в элементарной струйке между преградой и сечением  $I-I$ , удаленным от преграды на расстояние  $u_2 dt \cdot \cos \alpha$ . Эта масса определяется в виде

$$dm = \rho_2 dF \cdot u_2 dt \cdot \cos \alpha, \quad (2.3.1)$$

где  $\rho_2, u_2$  – соответственно плотность и скорость частиц среды на фронте падающей водной ударной волны.

При ударе элементарной струйки о преграду, частицы возмущенного потока этой струйки, теряя часть нормальной составляющей скорости, отражаются от преграды под некоторым углом  $\beta \neq \alpha$ . Обозначим нормальную составляющую скорости подходящего к преграде потока через  $u_{2n}$ , а нормальную составляющую скорости отраженного потока через  $u'_{2n}$ . Применим к элементарной струйке закон сохранения импульса. Согласно этому закону, импульс силы, действующей на преграду  $dF$ , равен изменению количества движения струйки

$$PdF \cdot dt = dm \cdot (u_{2n} - u'_{2n}). \quad (2.3.2)$$

Заменив элементарную массу  $dm$  её значением по формуле (2.3.1), получим

$$P = \rho_2 u_2 \cos \alpha (u_{2n} - u'_{2n}) = \rho_2 u_2 \cos \alpha u_{2n} \left( 1 - \frac{u'_{2n}}{u_{2n}} \right). \quad (2.3.3)$$

Отношение модуля нормальной составляющей скорости отраженного потока к модулю нормальной составляющей падающего потока есть коэффициент восстановления при ударе

$$K = \frac{|u'_{2n}|}{|u_{2n}|}. \quad (2.3.4)$$

Так как  $u_{2n}$  и  $u'_{2n}$  имеют противоположные направления, то

$$1 - \frac{u'_{2n}}{u_{2n}} = 1 + K. \quad (2.3.5)$$

Учитывая соотношение

$$u_{2n} = u_2 \cos \alpha, \quad (2.3.6)$$

формулу (2.3.3) запишем в виде

$$P = (1 + K) \rho_2 u_2^2 \cos^2 \alpha. \quad (2.3.7)$$

Для нахождения коэффициента восстановления  $K$  воспользуемся его свойствами. Величина  $K$  должна принадлежать интервалу ( $0 < K < 1$ ); эта величина является функцией угла падения:  $K = f(\alpha)$ , при этом с увеличением  $\alpha$

коэффициент  $K$  уменьшается, в пределе при  $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$  величина  $K \rightarrow 0$ , то есть

должно выполняться требование

$$\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(\alpha) = 0. \quad (2.3.8)$$

Указанным условиям удовлетворяет функция  $\cos^2 \alpha$ . Положим

$$K = \cos^2 \alpha. \quad (2.3.9)$$

С учётом (2.3.9) формула (2.3.7) примет вид

$$P = (1 + \cos^2 \alpha) \rho_2 u_2^2 \cos^2 \alpha. \quad (2.3.10)$$

Рассмотрим теперь влияние расположения заряда над преградой на величину давления  $P$  в формуле (2.3.10).

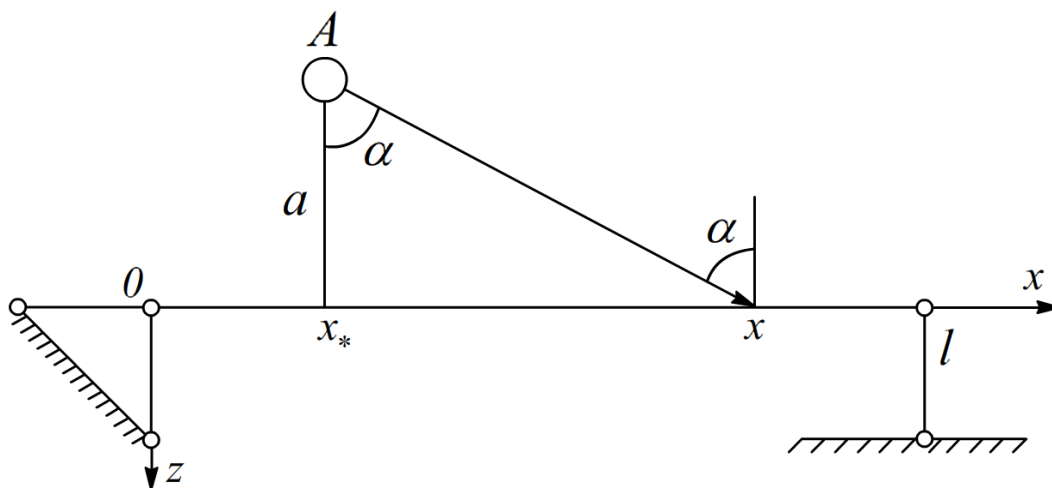


Рисунок 2.3.2 – Схема расположения заряда над преградой

Пусть заряд радиуса  $r_0$  расположен над преградой (балкой) в воде на расстоянии  $a$  от оси балки, точка  $x_*$  – эпицентр взрыва (Рис. 2.3.2).

Тогда

$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (x - x_*)^2}}. \quad (2.3.11)$$

В формуле (2.3.11) радиусом заряда  $r_0$  по сравнению с расстоянием  $a$  до балки можно пренебречь в силу малости. С учётом соотношения (2.3.11) формулу (2.3.10) можно записать в виде

$$P_m = \frac{a^2 [2a^2 + (x - x_*)^2] \rho_2 u_2^2}{[a^2 + (x - x_*)^2]^2}. \quad (2.3.12)$$

На больших расстояниях от центра взрыва давление скоростного напора в воде можно не учитывать, так как оно мало по сравнению с давлением в волне. В связи с этим взрывную нагрузку при взрыве в воде принято характеризовать только давлением на фронте отраженной ударной волны, законом убывания давления с течением времени и удельным импульсом фазы сжатия. Формула (2.3.12) определяет максимальное значение давления торможения возмущенного потока воды в момент его отражения от преграды. В большинстве исследований по взрыву в воде, следуя работе [72], принято определять изменение давления со временем в фиксированной точке пространства по формуле

$$\frac{P + P_2' - P_{01}}{P_{01}} = \frac{P_m + P_2' - P_{01}}{P_{01}} e^{-\frac{t}{\mathcal{G}}}, \quad (2.3.13)$$

где  $P_2'$  – давление отраженной ударной волны, а время  $t$  отсчитывается от момента прихода фронта ударной волны в данную точку, а величина  $\mathcal{G}$ , называемая постоянной времени, определяется для сферического заряда радиуса  $r_0$  соотношением [72]:

$$\frac{a_{01}\mathcal{G}}{r_0} = 1,4 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{0,24}, \quad (2.3.14)$$

где  $r$  – расстояние от центра взрыва до точки наблюдения,  $a_{01}$  – скорость звука в воде. Величина  $\mathcal{G}$  действительно постоянна, так как рассматривается для фиксированного расстояния  $r$ , где расположена преграда и величина  $r_0$ , входящая в формулу (2.3.14) тоже фиксирована, так как представляет собой радиус заряда. Названа  $\mathcal{G}$  так, поскольку она входит в экспоненту, зависящую от времени  $t$ . В соответствии с (2.3.13) удельный импульс фазы сжатия

$$i = \int_0^{\tau_+} (P + P_2' - P_{01}) dt = (P_m + P_2' - P_{01}) \int_0^{\tau_+} e^{-\frac{t}{\mathcal{G}}} dt = (P_m + P_2' - P_{01}) \mathcal{G} (1 - e^{-\frac{\tau_+}{\mathcal{G}}}), \quad (2.3.15)$$

где  $\tau_+$  – время действия фазы сжатия [72]. В неограниченной среде  $\frac{\tau_+}{\mathcal{G}} > 5$  [47, 70], поэтому

$$i = (P_m + P_2' - P_{01}) \mathcal{G}. \quad (2.3.16)$$

Запишем, согласно соотношению для  $\mathcal{Q}$  (2.3.14) выражение для удельного импульса (2.3.16) в виде

$$i = 1,4 \frac{r_0}{a_{01}} \left( \frac{a}{r_0} \right)^{0,24} \cdot \left( \eta \rho_2 u_2^2 + P_2' - P_{01} \right), \quad (2.3.17)$$

где

$$\eta = \frac{a^2 \left[ 2a^2 + (x - x_*)^2 \right]}{\left[ a^2 + (x - x_*)^2 \right]^2}. \quad (2.3.18)$$

Формула (2.3.17) показывает, что импульс, созданный взрывом неконтактного заряда ВВ в воде, это совокупность двух совместно протекающих в результате подводного взрыва процессов – движения фронта ударной волны и возмущенного потока жидкости. Это означает, что имеют место два различных показателя давления, а именно  $P_2'$  – давление на фронте отраженной ударной волны, непосредственно действующей на преграду (в данном исследовании на балку) и  $P_m$  – давление торможения отраженного от преграды возмущенного потока жидкости.

В работе Г.М. Ляхова «Основы динамики взрыва в грунтах и жидких средах» найдены условия, при которых волна отражения от границы сред является ударной. Это имеет место, когда скорость частиц в отраженной волне  $u_2$  меньше, а давление  $P_2'$  больше, чем, соответственно,  $u_1$  и  $P_1$  в падающей волне, то есть  $u_2 < u_1$ ,  $P_2' > P_1$ . В диссертации согласно принятому коэффициенту восстановления эти условия выполняются. Таким образом, отраженная волна является ударной с соответствующими значениями ее параметров на фронте.

Поскольку разрушающий конструкцию импульс формируется ударной волной отражения и отражением спутного (возмущенного) потока от преграды (элемента) или целой конструкции, то следует находить именно эти параметры.

В работах [80, 95] дана оценка нормального отражения плоской ударной волны от абсолютно жесткой стенки. В работе [80] отмечены особенности отражения сферических ударных волн от жесткой стенки. Показано, что на стенке

можно выделить две области: область в виде круга радиуса  $R_{zp}$ , внутри которой имеет место линейное отражение, и внешнюю область, в которой происходит нелинейное отражение. Величина  $R_{zp}$  является функцией расстояния  $a$  от центра взрыва до стенки.

В области линейного отражения сферичность фронта ударной волны не изменяет результатов, полученных для плоских волн, ввиду местного характера явления отражения. Поэтому известные зависимости для нормального и линейного отражения плоских ударных волн могут быть использованы в расчётах по нахождению давления отражения сферических волн.

В работе [80] на основе анализа опытных данных о распространении ударных волн в неподвижной воде были получены зависимости, связывающие скорость падающей на преграду ударной волны  $D$  со скоростью спутного потока  $w$ . Отмечены расчёты Зельдовича и Лейпунского [36], хорошо совпадающие с экспериментальными данными Шаля [89] и расчётами Кирквуда и Ричардсона [47], по которым указанная зависимость получается линейной.

Используя найденные зависимости, получены табличные данные в широком диапазоне давлений на фронте падающей ударной волны, по которым можно определить величину  $\psi = \frac{P_{отр}}{P_{\phi}}$  отношения давлений на фронте отраженной волны к фронту падающей волны. Также указаны найденные отношения плотностей

$$\xi = \frac{\rho_{отр}}{\rho_{\phi}}.$$

Таблица 1 Значения  $P_{отр}$  и  $\rho_{отр}$  при нормальном отражении ударной волны в воде

$P_{\phi}$ [МПа]	49.03	98.06	490.33	980.66	2451.66	4903.32	7845.3
$\frac{P_{отр}}{P_{\phi}}$	2.04	2.15	2.55	2.88	3.35	3.74	4.05
$\frac{\rho_{отр}}{\rho_{\phi}}$	1.02	1.04	1.1	1.13	1.17	1.19	1.21

Таким образом получен диапазон давлений отражения от преграды.

#### **2.4. Воздействие импульсной нагрузки взрыва на балку в воде. Режим хрупкого разрушения.**

*Физическая модель явления (основные допущения).*

Будем считать, что балка по всей длине имеет постоянное сечение, поперечные размеры балки невелики по сравнению с её длиной. Нагрузка прикладывается к балке мгновенно и действует, монотонно убывая, в течение времени  $\tau_+$ , которое в пределе можно считать стремящимся к нулю [18-24, 108-110].

Пренебрегаем по малости усилиями, возникающими в балке длиной  $l$  от её собственного веса, следовательно, можно считать, что до действия нагрузки ось балки прямолинейна, а сама балка находится в покое – начальные смещения всех её точек  $z=0$  и начальная скорость всех частиц  $z'_x = 0$ . Под действием внешней нагрузки частицы балки получают смещения и скорости, которые распределены по длине балки  $l$ , то есть являются функциями положения сечения  $x$  и времени  $t$  [71, 72].

*Математическая модель и решение задачи.*

Поместим начало координат на левом конце балки (Рис. 2.3.2), ось  $x$  направим вдоль неё, а ось  $z$  вниз по направлению действия нагрузки. В этих обозначениях ордината будет выражать собой прогиб балки в сечении, находящемся на расстоянии  $x$  от её левого конца в момент времени  $t$ , то есть  $z=z(x, t)$ .

В работе [20] получено уравнение движения балки в воде под действием внешней динамической нагрузки

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \beta^2 \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} = \frac{K_1 b}{m_* + m_1} P_2(x) \cdot f(t), \quad (2.4.1)$$



где  $P_2$  – давление на балку в момент приложения к ней нагрузки,  $b$  – ширина балки,  $K_1$  – коэффициент формы, учитывающий расположение балки по отношению к действующей на неё нагрузке [22],  $f(t)$  – функция, учитывающая спад давления со временем; эта функция на основе обработки данных многочисленных экспериментов может быть задана в виде [83]

$$f(t) = \left(1 - \frac{t}{\tau_+}\right)^n, \quad (2.4.2)$$

где  $n$  – параметр, значения которого расположены в интервале  $n \in (1;3)$  в зависимости от величины и вида взрывной нагрузки [22],

$$\beta = \sqrt{\frac{EJ}{m_* + m_1}}, \quad m_* = \rho_0 hb, \quad m_1 = \frac{\pi}{4} \rho_1 hb, \quad (2.4.3)$$

где  $E$  – модуль упругости материала балки,  $J$  – момент инерции сечения относительно нейтральной оси,  $m_*$  – погонная масса балки,  $m_1$  – погонная присоединенная масса воды (её введение учитывает сопротивление воды движению балки),  $\rho_0$  – плотность материала балки,  $\rho_1$  – плотность воды,  $h$  – высота балки.

Так как импульс действует кратковременно, то за время его действия частицы балки не успевают получить заметных смещений, а получают только начальные скорости [15]. Деформирование балки происходит после окончания действия нагрузки, во время ее свободных колебаний, уравнение которых имеет вид [72]

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \beta^2 \frac{\partial^4 z}{\partial x^2} = 0. \quad (2.4.4)$$

В случае свободного опирания балки на идеальные (не разрушаемые взрывом) опоры граничными условиями для уравнения (2.4.4) будут соответствовать условию отсутствия перемещений и изгибающих моментов на концах балки; эти условия соответственно примут вид

$$z(0, t) = z(l, t) = 0 \quad (2.4.5)$$

$$\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{x=l} = 0. \quad (2.4.6)$$

Начальные условия в соответствии с характером действующей нагрузки имеют вид

$$z(x,0) = 0, \quad \left. \frac{\partial z}{\partial t} \right|_{t=0} = \frac{i_*(x)}{m_* + m_1}, \quad (2.4.7)$$

где  $i_*(x) = K_1 b i$  – погонный импульс взрывной нагрузки, а  $K_1$  – коэффициент формы,  $b$  – ширина балки. Начально-краевая задача (2.4.4) - (2.4.7) решена в работе [19] и в размерных переменных  $x, z$  может быть записана в виде

$$z(x,t) = \frac{2l}{\pi^2 \beta \mu} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2} \cdot \sin j \frac{\pi x}{l} \sin \frac{j^2 \pi^2}{l^2} \beta t \int_0^l i_*(x) \sin \frac{j \pi x}{l} dx, \quad (2.4.8)$$

где  $\mu = m_* + m_1$ .

Обозначим

$$S_j = \int_0^l i_*(x) \sin \frac{j \pi x}{l} dx \quad (2.4.9)$$

В момент времени  $t_*$  для которого

$$\sin \frac{j^2 \pi^2}{l^2} \beta t_* = 1,$$

то есть для

$$t_* = \frac{l^2}{2 j^2 \pi \beta} \quad (2.4.10)$$

смещения  $z(x, t_*)$  будут максимальны [107]

$$z(x, t_*) = \frac{2l}{\pi^2 \mu \beta} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2} \cdot \sin j \frac{\pi x}{l} S_j. \quad (2.4.11)$$

Используя один из известных критериев разрушения (по достижению в критическом сечении максимальных нормальных напряжений, из которого следует достижение в этом сечении максимального изгибающего момента [21]), запишем условие гарантированного разрушения в виде

$$\frac{M_{\max}}{W \cdot \delta_{*n}} - K_{0*} \cdot \mu_3 \geq 0, \quad (2.4.12)$$

где  $W$  – осевой момент инерции сечения балки,  $\delta_{*n}$  – нормированный браковочный минимум материала балки,  $K_{0*}$  – коэффициент однородности на гарантированное

разрушение,  $\mu_3$  – коэффициент динамичности, определяемый с помощью известных диаграмм экспериментальных данных при импульсном (взрывном) нагружении [15, 22].

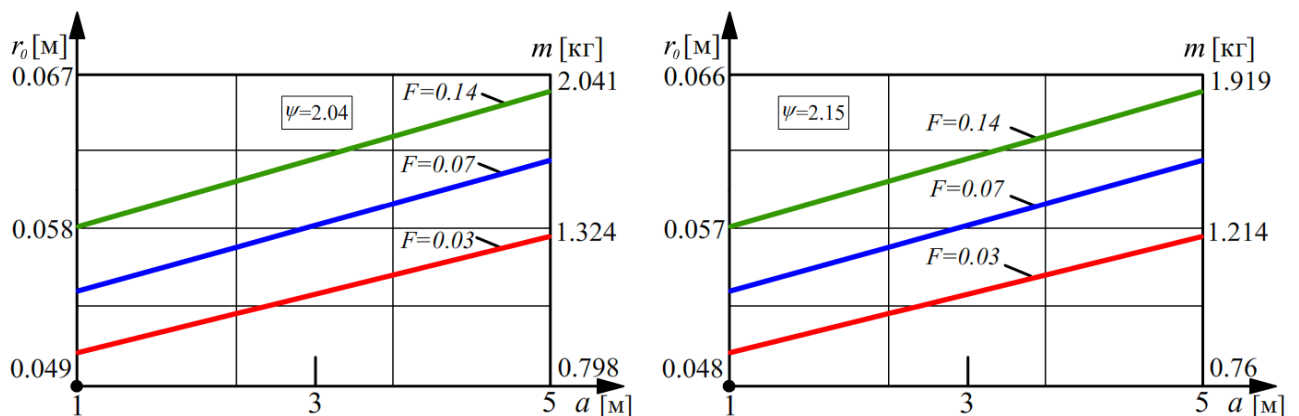
Неравенство (2.4.12) является трансцендентным относительно радиуса  $r_0$  сосредоточенного заряда ВВ. При этом предполагается, что заряд находится на фиксированном расстоянии до оси балки, которая имеет фиксированные геометрические и физические характеристики, а заряд соответствует фиксированному ВВ. Решение неравенства (2.4.12) определяет минимальное значение радиуса заряда  $r_0$ , взрыв которого приводит к гарантированному разрушению балки.

По найденным соотношениям можно предложить следующую схему вычислений (которая реализована в решении данной задачи):

1. Задать значение радиуса заряда ВВ  $r_0$ , проверить соотношение  $\frac{a}{r_0}$ .
2. Если  $\frac{a}{r_0} > 12$ , то следует использовать формулу (2.2.9), а если  $6 < \frac{a}{r_0} < 12$ , то формулу (2.2.10).
3. Далее, используя найденное с помощью п.1 и п.2 значение давления  $P_2$ , найти  $\rho_2$  и  $u_2$  по формуле (2.2.8). Таким образом, получаем значение удельного импульса  $i$ .
4. Фиксируем положение заряда над балкой при помощи  $x_*$ , находим значение параметра  $\eta$ .
5. При помощи найденного значения удельного импульса  $i$  находим значение погонного импульса  $i_*$ , а после находим значение  $S_j$  по формуле (2.4.9).
6. Используя формулу (2.4.11) находим  $z(x_*, t_*)$ .
7. Используя формулу  $M_{\max} = -EJ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  находим максимальный изгибающий момент и максимальный прогиб.

8. Подбираем такое значение  $r_0$ , чтобы левая часть неравенства (2.4.12) обращалась в нуль, либо достигала значений, близких к нулю с точностью  $\mu = 10^{-4}$ .

Примеры численных расчётов. В расчетах по нахождению радиуса  $r_0$  и массы заряда тротила приняты следующие входные данные: длина балки может быть равной  $l=2, 3 \dots 6$  [м], параметры сечения для всех длин одинаковы: - прямоугольник шириной  $b=0.15$  [м]; высотой  $h=0.20$  [м], но при необходимости могут варьироваться с любым шагом  $n$  [м], заряд ВВ расположен на расстоянии  $a$  [м] от балки с эпицентром в точке  $x_*$ ; глубина погружения  $H=100$  [м], модуль упругости материала балки  $E=1.7 \cdot 10^{11}$  [Па], коэффициент динамичности, определяемый с помощью известных диаграмм экспериментальных данных при импульсном (взрывном) нагружении  $\mu_3=1.8$ , коэффициент однородности на гарантированное разрушение  $K_{0*}=1.685$ , плотность материала балки (серый чугун марки СЧ40, ГОСТ 1412-85)  $\rho_0=7100$  [кг/м<sup>3</sup>], нормированный браковочный минимум  $\delta_{*n}=1.2 \cdot 10^8$  [Па], плотность воды  $\rho_1=1000$  [кг/м<sup>3</sup>], скорость звука в воде  $a_{01}=1460$  [м/с], давление на поверхности  $P_{01}=101325$  [Па].



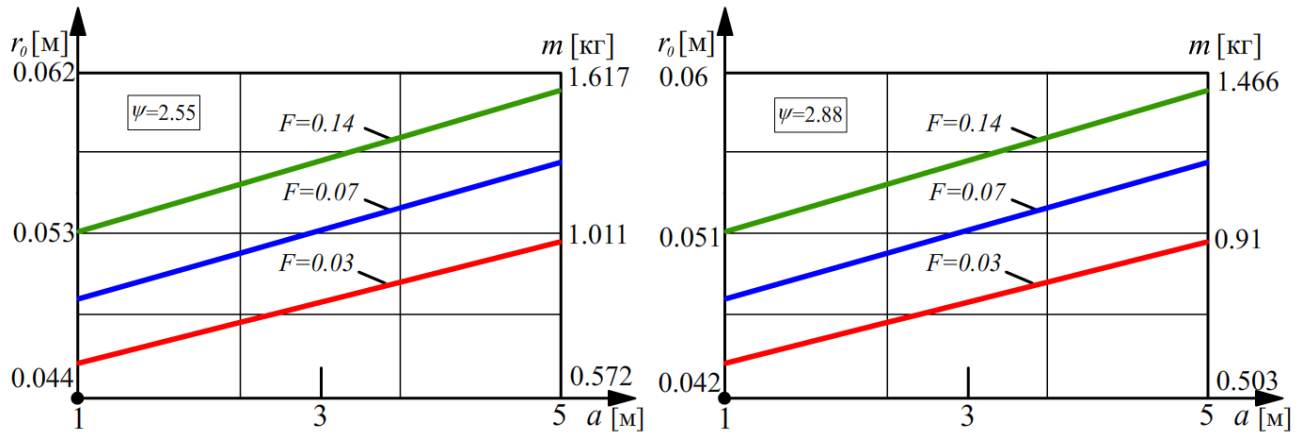


Рисунок 2.4.1 – Зависимость радиуса  $r_0$  [м] заряда ВВ от расстояния  $a$  [м] до балки при площади сечения балки  $F = 0.03, 0.07, 0.14$  [м<sup>2</sup>],  $l=2$  [м],  $x_* = \frac{l}{2}$  [м],

$\psi = 2.04, 2.15, 2.55, 2.88$

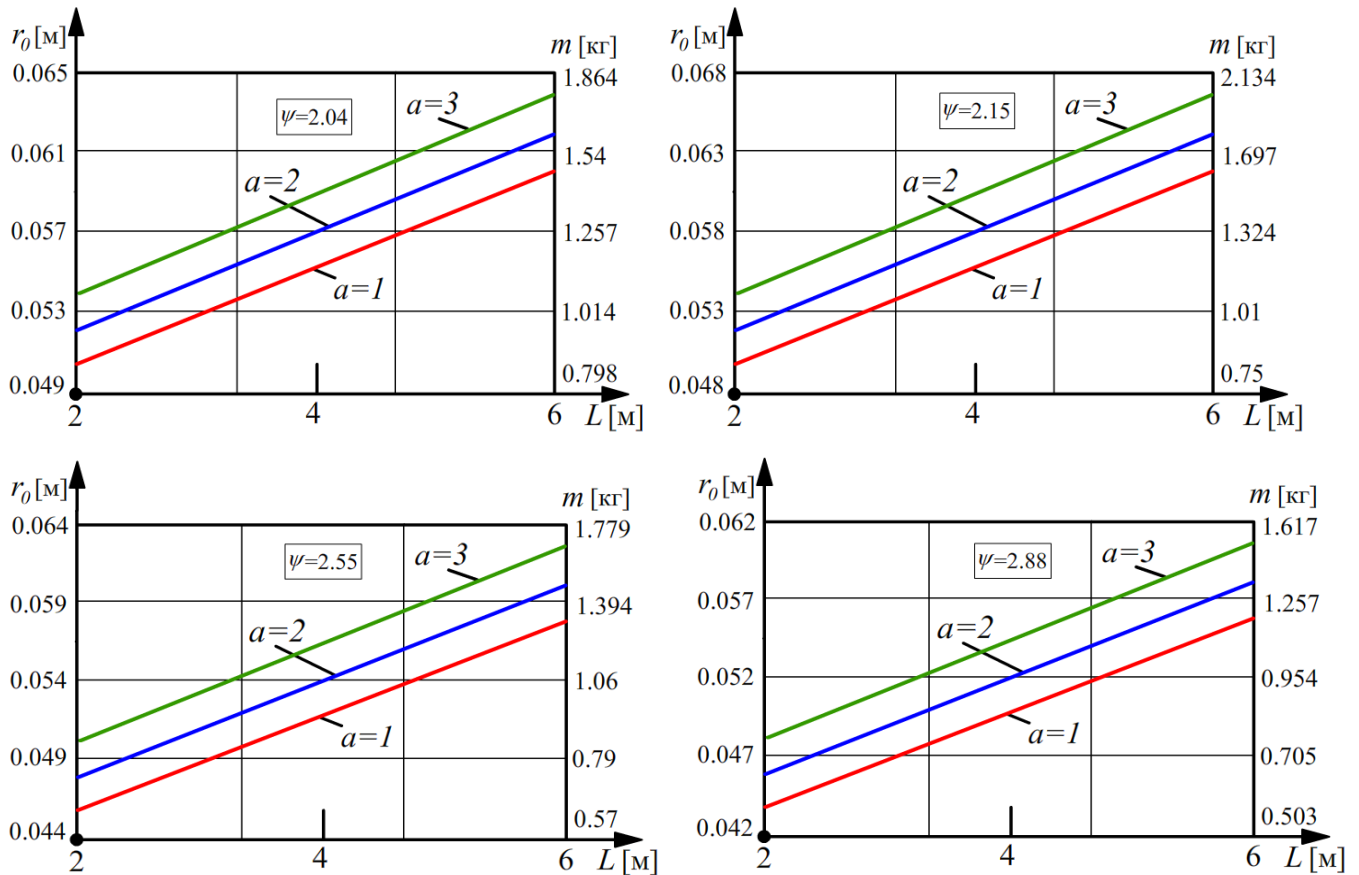


Рисунок 2.4.2 – Зависимость радиуса  $r_0$  [м] заряда ВВ от длины балки  $l$  [м], при

$a=1, 2, 3$  [м],  $x_* = \frac{l}{2}$  [м],  $F=0.03$  [м<sup>2</sup>],  $\psi = 2.04, 2.15, 2.55, 2.88$

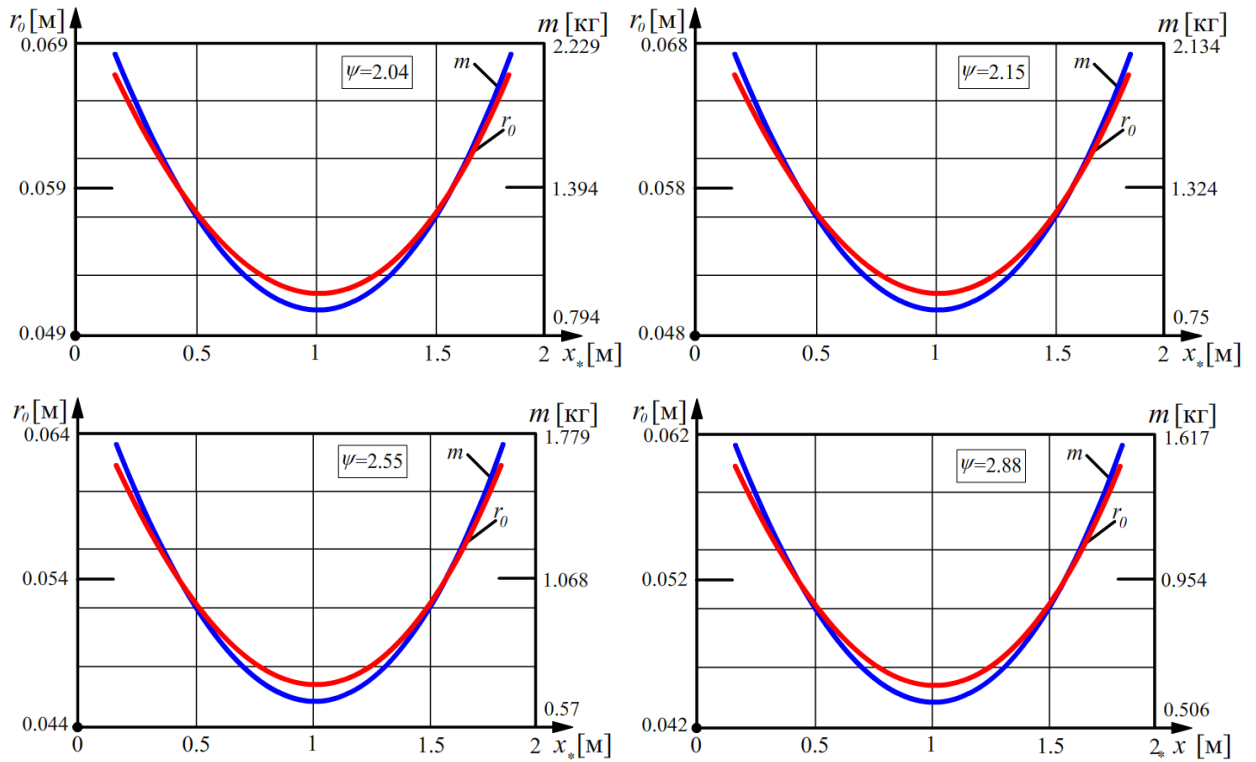


Рисунок 2.4.3 – Зависимость массы  $m$  [кг] и радиуса  $r_0$  [м] заряда ВВ от смещения  $x_*$  [м] при  $l=2$  [м],  $a=1$  [м],  $F=0.03$  [м<sup>2</sup>],  $\psi = 2.04, 2.15, 2.55, 2.88$

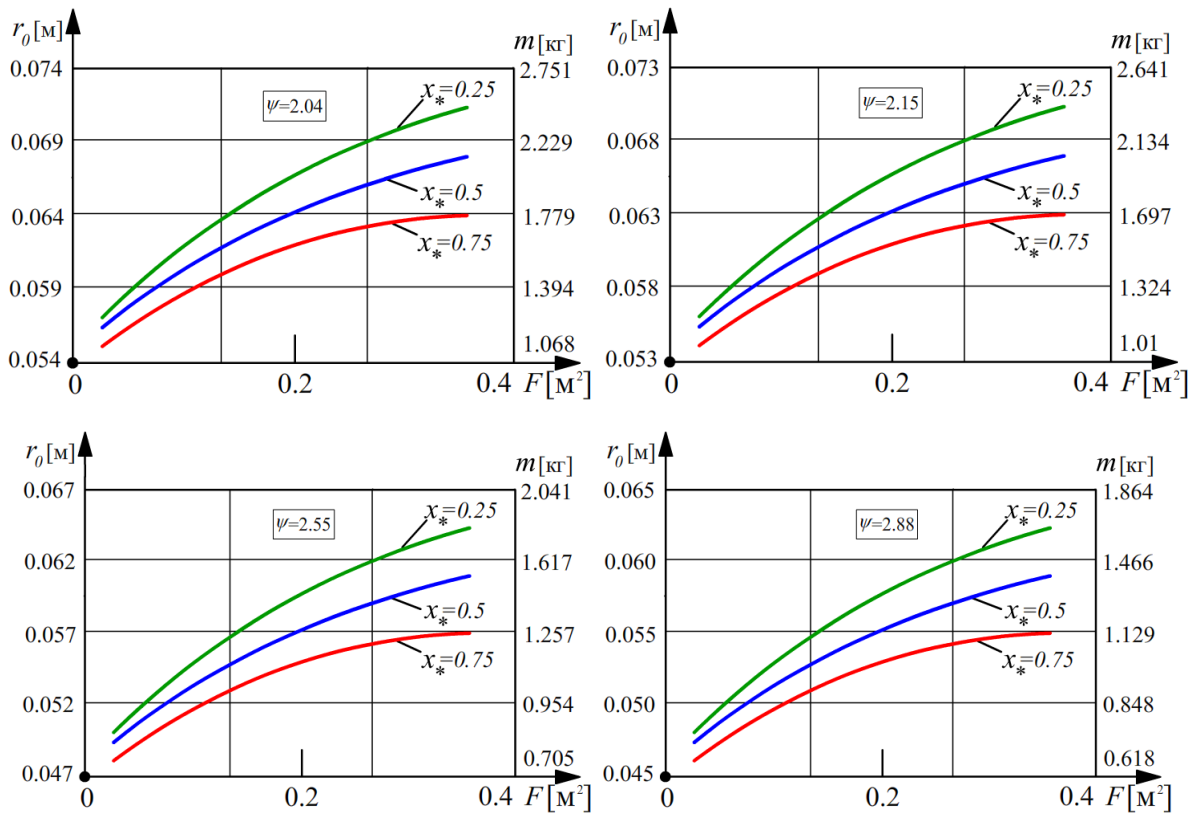


Рисунок 2.4.4 – Зависимость радиуса  $r_0$  [м] заряда ВВ от площади сечения  $F$  [м<sup>2</sup>] при  $x_* = 0, 25, 0, 5, 0, 75$  [м],  $l=2$  [м],  $a=1$  [м],  $\psi = 2.04, 2.15, 2.55, 2.88$

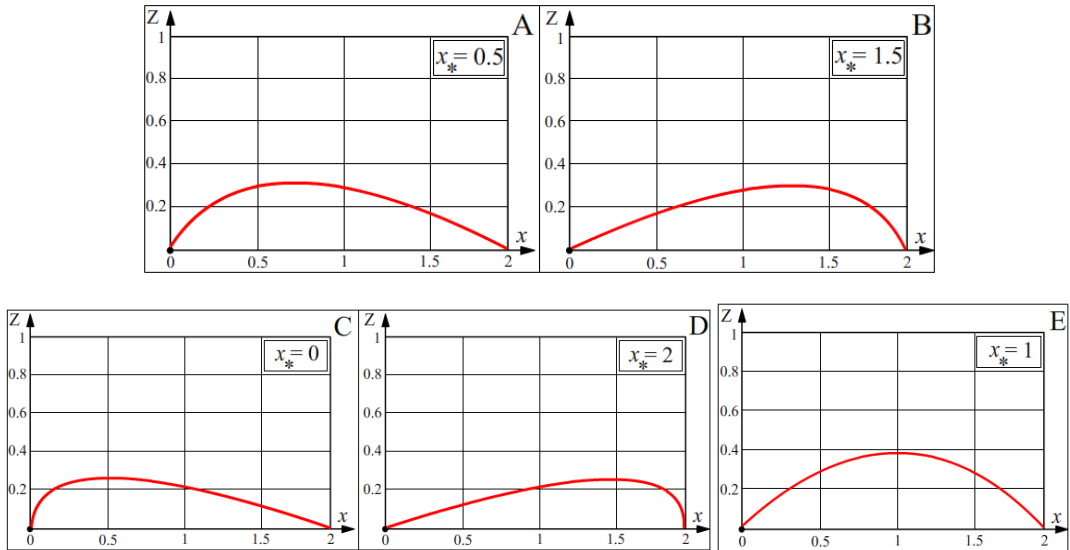


Рисунок 2.4.5 – Графики максимальных прогибов чугунных балок под действием взрывной нагрузки в воде с различным расположением заряда по оси балки (А:  $x_* = 0.5$  [м], В:  $x_* = 1.5$  [м], С:  $x_* = 0$  [м], D:  $x_* = 2$  [м], Е:  $x_* = 1$  [м])

Проверим сходимость ряда (2.4.8) для решения начально-краевой задачи (2.4.4. – 2.4.7). Для этого построим графики зависимости  $z(x,t)$  от  $x$ . Количество членов ряда  $N$  зададим равным 10, 500 и 1000, а переменную  $x$  зададим при помощи диапазона от 0 до 2 с шагом 0.001.

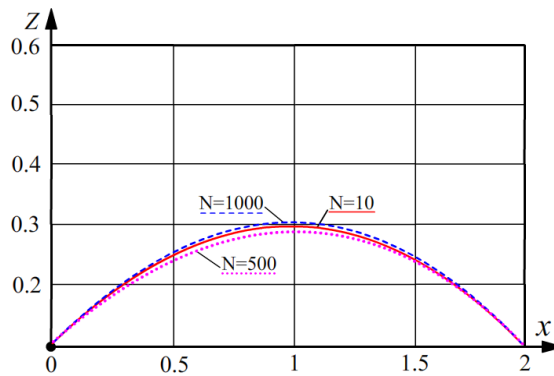


Рисунок 2.4.6 – Сходимость решения для разного количества членов ряда ( $N=10$ ,  $N=500$ ,  $N=1000$ ).

Сходимость рядов абсолютная [13] (Рис. 2.4.6) для любых значений  $x$ , т.к.

$\left| \sin j\pi \frac{x}{l} \right| \leq 1$  и  $\frac{1}{j^2} \left| \sin j\pi \frac{x}{l} \right| < \frac{1}{j^2}$ , а ряд  $\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2}$  – обобщенный гармонический ряд,

который сходится.

На рисунках 2.4.1 – 2.4.4 представлены графики соответствующих зависимостей, полученные по данным расчётов. Из графиков видно существенное влияние на величину радиуса и массы заряда ВВ (тротил) длины балки, расположения заряда по отношению к ней, удаления от эпицентра. Следует заметить, что аналогичные графики можно построить по результатам проведенных расчётов для выявления влияния других характеристик (физических и геометрических) заряда и рассматриваемой балочной конструкции на величину заряда, взрыв которого приводит к гарантированному разрушению балки в воде.

## **2.5. Разрушение упруго-вязких балок взрывом в воде (режим вязкого разрушения)**

Известно [70], что при взрыве зарядов ВВ в воздухе на близких расстояниях от элементов конструкций основными носителями нагрузки являются продукты взрыва, а на более далеких расстояниях – воздушная ударная волна, то есть в обоих случаях нагрузка передается через среду, плотность которой существенно меньше плотности материала элемента конструкции.

При взрыве неконтактных зарядов в воде нагрузка на элементы передается через среду, плотность которой соизмерима с плотностью материала конструкции. С началом деформации элемента в воде в движение приходит не только сам элемент, но и значительная часть частиц среды, находящихся с ним в непосредственном контакте, в результате этого движение элемента будет тормозиться [22, 62, 67, 73]. Этот эффект сопротивления среды перемещению в ней твердого тела в гидродинамике [48] принято учитывать введением присоединенной массы, которая в общем случае зависит не только от размеров элемента, но и от направления движения.

Таким образом, при выводе уравнения движения балочной конструкции в воде необходимо учитывать эффект сопротивления среды, эквивалентный введению присоединенной массы.

*Постановка задачи. Физическая модель (основные допущения).*  
Рассматриваются балки, удовлетворяющие следующим ограничениям [8, 11, 53]:



- 1) сечение балки имеет хотя бы одну ось симметрии;
- 2) все внешние силы лежат в плоскости симметрии балки;
- 3) прогибы балки малы по сравнению с её длиной;
- 4) материал балки изотропный, чувствительный к скорости деформации, при этом зависимость между напряжением, деформацией и скоростью деформации принимается в виде [6]:

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}, \quad (2.5.1)$$

где  $\sigma$  – нормальное напряжение в сечении балки,  $\varepsilon$  – относительная деформация,  $\dot{\varepsilon}$  – скорость относительной деформации,  $E$  – модуль упругости материала балки,  $\eta$  – коэффициент вязкости;

- 5) используется классическая гипотеза плоских сечений.

Внешняя динамическая нагрузка является импульсной, созданной взрывом сосредоточенного заряда ВВ в ближней области действия взрыва [22]. Деформирование балки вследствие весьма кратковременного действия нагрузки происходит уже после снятия нагрузки в период свободных колебаний балки.

*Математическая модель.* Рассмотрим балку длиной  $l$ , свободно опирающуюся по концам на недеформируемые опоры. Начало прямоугольной декартовой системы координат совместим с левой опорой балки. Пусть заряд конденсированного ВВ расположен над осью балки на расстоянии  $a$  от её оси, при этом эпицентр взрыва находится в точке с координатой  $x_*$ .

В момент времени  $t=0$  происходит взрыв заряда над балкой, её деформирование при  $t>0$  и возможное разрушение. Под разрушением балки понимаем образование трещин, нарушающих несущую способность соответствующей балочной конструкции, разделение балки на фрагменты, соскакивание с опор.

Требуется, учитывая принятые гипотезы, составить уравнение движения произвольного элемента балки, найти частное решение этого уравнения, удовлетворяющее краевым и начальным условиям; используя найденное решение определить условия гарантированного разрушения рассматриваемой балочной конструкции.

Выделим двумя сечениями, перпендикулярными оси, элемент балки длиной  $dx$  (Рис. 2.5.1)

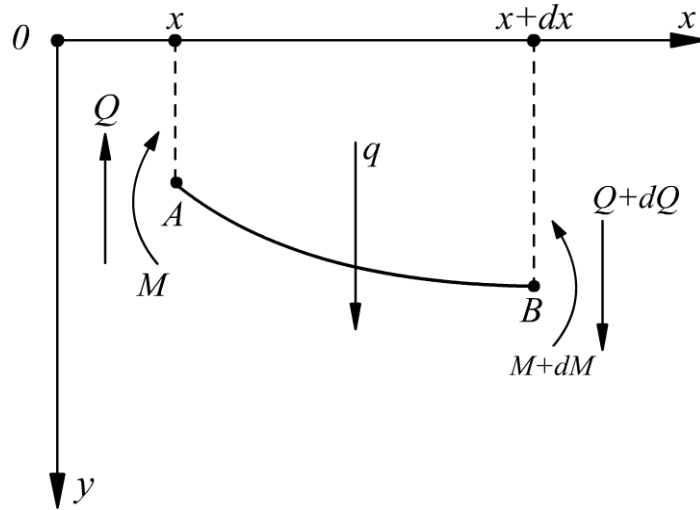


Рисунок 2.5.1 – Схема движения элемента балки под действием импульсной нагрузки

На рисунке 2.5.1 показан элемент балки в состоянии движения с указанием действующих на него сил и моментов. Уравнение движения элемента [54]

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q + \frac{\partial Q}{\partial x}, \quad (2.5.2)$$

дополняем уравнением баланса моментов

$$\frac{\partial M}{\partial x} + Q = 0. \quad (2.5.3)$$

Учитывая соотношения

$$M = \int_S \sigma z dS, \quad \sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}, \quad \int_S z^2 dS = J,$$

где  $S$  – площадь сечения балки,  $z$  – расстояние элемента площади до нейтральной оси,  $J$  – момент инерции площади, получим

$$M = \left( \frac{E}{r} - \frac{\eta}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial t} \right) \cdot J. \quad (2.5.4)$$

Учитывая равенство  $\varepsilon = \frac{z}{r}$ , где  $r$  – радиус кривизны упругой линии в соответствующей точке, а также соотношения

$$\frac{1}{r} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \dot{\varepsilon} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{z}{r} \right) = -z \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial t},$$

получим

$$\dot{\varepsilon} = -z \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t}. \quad (2.5.5)$$

Подставляя (2.5.5) в соотношение (2.5.4), получим

$$M = EJ \left( -\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) + \eta J \left( -\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \right). \quad (2.5.6)$$

Уравнение движения (2.5.2) с учетом полученных соотношений (2.5.4) и (2.5.5) принимает вид

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \eta J \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} = q, \quad (2.5.7)$$

где  $q$  – интенсивность внешней нагрузки.

Отметим, что величина  $\rho$ , входящая в уравнения (2.5.2) и (2.5.7), в связи с расположением балки в воде, представлена суммой двух составляющих

$$\rho = \rho_0 + \rho_1, \quad (2.5.8)$$

где  $\rho_0$  – погонная плотность материала балки,  $\rho_1$  – погонная плотность присоединенной массы воды; тем самым реализован эффект влияния присоединенной массы на процесс движения и деформирования балки, находящейся в воде.

Граничные условия для уравнения (2.5.7) определяются из способа закрепления концов балки. Если, как указывалось выше, начало введенной декартовой прямоугольной системы координат поместить на левой опоре балки, ось которой совмещена с осью абсцисс, и рассматривать случай свободного опирания балки концами на неподвижные недеформируемые опоры, то для каждого конца балки его перемещение и изгибающий момент будут равны нулю, т.е.

$$w(0, t) = w(l, t) = 0, \quad (2.5.9)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(0, t) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(l, t) = 0. \quad (2.5.10)$$

Начальные условия для уравнения (2.5.7) соответствуют действующей внешней нагрузке. Взрывная нагрузка, как указывалось выше, является

импульсной, которая действует в течение очень малого промежутка времени  $\tau \sim (10^{-6} - 10^{-4})$  с в зависимости от вида заряда ВВ. Поэтому деформирование балки происходит в период её свободных колебаний, описываемых однородным уравнением, соответствующим уравнению (2.5.7), т.е. уравнением [17]

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \eta J \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} = 0. \quad (2.5.11)$$

Начальные условия, следовательно, можно записать в виде:

$$w(x, 0) = 0, \quad (2.5.12)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}(x, 0) = \frac{i_*(x)}{\rho}, \quad (2.5.13)$$

где  $i_*(x)$  – погонный (на единицу длины) импульс, при этом

$$i_*(x) = bi(x)K_1, \quad (2.5.14)$$

где

$$i(x) = \int_0^\tau P(x, t) dt, \quad (2.5.15)$$

$i(x)$  – удельный импульс,  $\alpha = \arctg \frac{x_*}{a}$ ,  $\alpha$  – угол падения частиц возмущенной среды на балку (Рис. 2.5.2).

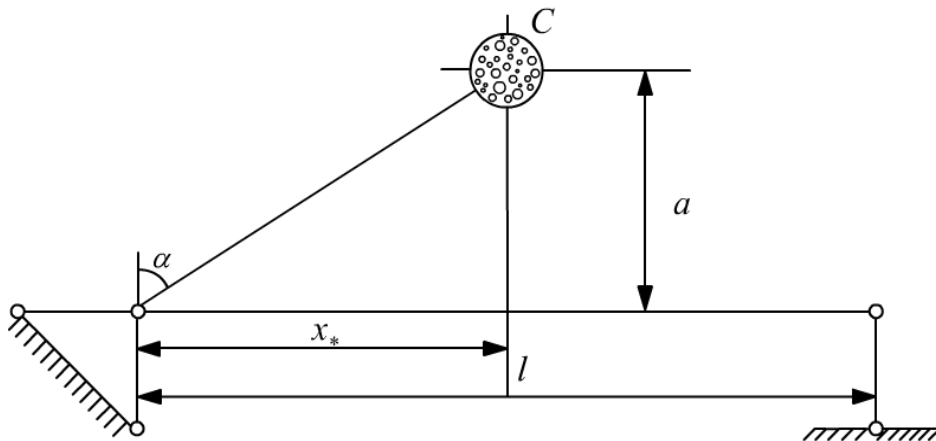


Рисунок 2.5.2 – Схема расположения заряда над балкой

Удельный импульс  $i(x)$  вычисляется по формуле [18]

$$i(x) = 1,4 \cdot \frac{r_0}{a_{01}} \cdot \left(\frac{a}{r_0}\right)^{0,24} \cdot \left(\eta_*(x)\rho_2 u_2^2 + P_2' - P_{01}\right), \quad (2.5.16)$$

где  $r_0$  – радиус заряда ВВ,  $a_{01}$  – скорость звука в воде,  $a$  – расстояние от центра взрыва до оси балки,  $\rho_2, u_2$  – соответственно плотность и скорость частиц на фронте падающей ударной волны,  $P_{01}$  – давление на поверхности водоёма,  $P_2'$  – давление на фронте ударной волны. Отметим, что значения  $\rho_2$  и  $u_2$  получены с использованием экспериментальных данных [18], а

$$\eta_*(x) = \frac{a^2 \left[ 2a^2 + (x - x_*)^2 \right]}{\left[ a^2 + (x - x_*)^2 \right]^2}, \quad (2.5.17)$$

где  $x_*$  – координата эпицентра взрыва. Решение начально-краевой задачи (2.5.11), (2.5.9)-(2.5.13) будем искать по методу Фурье. Согласно общему правилу для этого метода, решение ищется в виде ряда слагаемых, каждое из которых представляет собой произведение двух функций  $\chi(x)$  и  $T(t)$ .

$$w(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} \chi_j(x) T_j(t), \quad (2.5.18)$$

при этом каждый член суммы должен удовлетворять исходному уравнению и соответствующим начальным и краевым условиям.

Решение обладает наибольшей общностью, когда оно выражено через функцию влияния. Функцией влияния или функцией Грина, как известно [70], называется решение задачи для случая сосредоточенной нагрузки. В рассматриваемом случае, функция Грина определяет значение прогиба в точке  $x$  от сосредоточенного импульса, приложенного в точке с координатой  $\xi$ , то есть [67]  $w(x,t|\xi)$ .

Функция Грина должна удовлетворять дифференциальному определяющему уравнению, краевым и начальным условиям. Краевые условия и первое начальное условия для решения, выраженного через функцию влияния Грина, не меняются. Второе начальное условие для этого решения запишется через  $\delta(x)$  – дельта функцию Дирака в виде

$$\left. \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right) \right|_{t=0} = \frac{i_*(\xi)}{m_* + m_1} \delta(x - \xi). \quad (2.5.19)$$

Как известно [41, 54] дельта-функция определяется свойствами

$$\left. \begin{aligned} \delta(x) &= \begin{cases} 0, (x \neq 0) \\ \infty, (x = 0) \end{cases} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx &= 1 \\ \int_{-\infty}^x \delta(x) dx = u(x) &= \begin{cases} 0, (x < 0) \\ 1, (x \geq 0) \end{cases} \\ \int_0^l \delta(x - \xi) f(x) dx &= f(\xi), (0 \leq \xi \leq l) \end{aligned} \right\} \quad (2.5.20)$$

Физически дельта-функция выражает плотность единичной нагрузки, сосредоточенной в нулевой точке (т.е. в точке с координатой  $x=0$ ). Условие (2.5.19), выраженное через дельта-функцию, в соответствии со свойством этой функции – первое в системе (2.5.20) – выражает тот факт, что плотность начальной скорости частиц балки от импульса, приложенного в точке  $\xi$ , во всех точках, кроме сечения  $x = \xi$ , равна нулю, а в сечении  $x = \xi$  она бесконечно велика. Что же касается начальной скорости, то в соответствии со свойством, записанном в конце системы (2.5.20), она равна

$$\left( \frac{\partial z}{\partial t} \right)_{t=0} = \int_0^l \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right)_{t=0} \right) dx = \int_0^l \frac{i_*(\xi)}{m_* + m_1} \delta(x - \xi) dx = \frac{i_*(\xi)}{m_* + m_1}$$

Функцию Грина для уравнения (2.5.11) и указанных начальных и краевых условий будем искать в виде

$$w(x, t | \xi) = \sum_{j=1}^{\infty} \chi_j(x) \cdot T_j(t). \quad (2.5.21)$$

Подставляя предполагаемое решение (2.5.18) в уравнение (2.5.11), получим для каждого члена суммы уравнение

$$\frac{T''(t)}{\omega_1 T(t) + \omega_2 T'(t)} = -\frac{\chi^{(4)}(x)}{\chi(x)} = -\lambda^4, \quad (2.5.22)$$

где  $\lambda$  – параметр, который следует определить в ходе решения задачи, а

$$\omega_1 = \frac{EJ}{m_* + m_1}, \omega_2 = \frac{\eta_1 J}{m_* + m_1}. \quad (2.5.23)$$

Из соотношений (2.5.22) получим два обыкновенных дифференциальных уравнения

$$\left. \begin{aligned} T''(t) + \lambda^4(\omega_1 T(t) + \omega_2 T'(t)) &= 0 \\ \chi^{(4)}(x) - \lambda^4 \chi(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.5.24)$$

Найдем общий интеграл первого уравнения системы (2.5.24)

$$T''(t) + \omega_2 \lambda^4 T'(t) + \lambda^4 \omega_1 T(t) = 0. \quad (2.5.25)$$

Характеристическое уравнение для уравнения (2.5.25) запишем в виде

$$k^2 + \omega_2 \lambda^4 k + \lambda^4 \omega_1 = 0.$$

Физический колебательный процесс, описываемый уравнением (2.5.25), возможен, если

$$D = \lambda^8 \omega_2^2 - 4\lambda^4 \omega_1 < 0.$$

Обозначим  $D_1 = -D$ . Тогда решение уравнения (2.5.25) можно записать в виде

$$T(t) = e^{\frac{-\lambda_i^4 \omega_2}{2} t} \left( A \cos \frac{\sqrt{D_1}}{2} t + B \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t \right). \quad (2.5.26)$$

Общий интеграл второго уравнения системы (2.5.24) имеет вид

$$\chi(x) = C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x + C_3 \operatorname{ch} \lambda x + C_4 \operatorname{sh} \lambda x. \quad (2.5.27)$$

Для нахождения постоянных  $A, B, C_1, C_2, C_3, C_4$  и  $\lambda$  воспользуемся соответствующими начальными и краевыми условиями. Так как переменные разделились, то за начальные условия отвечают только функции  $T(t)$ , а за краевые условия – только функции  $\chi(x)$ .

Воспользуемся сначала первым начальным условием. Так как для любого  $x$  при  $t = 0$  прогибы  $w = 0$ , то, следовательно, и  $T(0) = 0$ , поэтому из (2.5.26) получим  $A = 0$ . После этого, решение (2.5.21) можно записать в виде

$$w(x, t | \xi) = \sum_{j=1}^{\infty} B_j e^{\frac{-\lambda_j^4 \omega_2}{2} t} \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t (C_1 \cos \lambda_j x + C_2 \sin \lambda_j x + C_3 \operatorname{ch} \lambda_j x + C_4 \operatorname{sh} \lambda_j x), \quad (2.5.28)$$

или

$$w(x, t | \xi) = \sum_{j=1}^{\infty} B_j e^{\frac{-\lambda_j^4 \omega_2 t}{2}} \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t \chi_j(x). \quad (2.5.29)$$

Найдем производную по  $t$  от функции  $w(x, t | \xi)$  и, используя второе начальное условие (2.5.15), получим

$$\frac{i_*(\xi)}{m_* + m_1} \delta(x - \xi) = \sum_{j=1}^{\infty} B_j \frac{\sqrt{D_1}}{2} \chi_j(x). \quad (2.5.30)$$

Для фундаментальных функций  $\chi_j(x)$  и  $\chi_k(x)$ , удовлетворяющих краевым условиям справедливы следующие формулы

$$\left. \begin{aligned} \int_0^l \chi_j(x) \chi_k(x) dx &= 0, \text{ если } j \neq k \\ \int_0^l \chi_j^2(x) dx &= \frac{l}{4} \left[ \chi_j^2(x) - 2\ddot{\chi}_j(x) \dot{\chi}_j(x) + \ddot{\chi}_j^2(x) \right]_{x=0}^{x=l} \end{aligned} \right\} \quad (2.5.31)$$

Точка означает дифференцирование по полному аргументу в отличие от дифференцирования по  $x$ , которое обозначают штрихом.

Для нахождения коэффициента  $B_j$  умножим обе части равенства (2.5.30) на  $\chi_j(x)$ , а затем проинтегрируем полученное выражение от 0 до  $l$ . В силу первого уравнения системы (2.5.31) все члены, кроме одного, содержащего  $\chi_j^2(x)$ , получаемого при  $j=k$ , исчезнут. В результате получим

$$\int_0^l \frac{i_*(\xi)}{(m_1 + m_*)} \delta(x - \xi) \chi_j(x) dx = B_j \frac{\sqrt{D_1}}{2} \int_0^l \chi_j^2(x) dx. \quad (2.5.32)$$

В силу четвертого свойства (2.5.20)  $\delta$ -функции, интеграл, стоящий в левой части равенства (2.5.32) приводится к виду

$$\int_0^l \frac{i_*(\xi)}{(m_1 + m_*)} \delta(x - \xi) \chi_j(x) dx = \frac{i_*(\xi)}{(m_1 + m_*)} \chi_j(\xi), \quad (2.5.33)$$

где  $\chi_j(\xi)$  – значение функции  $\chi_j$  при  $x = \xi$ .

Следовательно, выражение (2.5.32) примет вид

$$\frac{i_*(\xi)}{(m_1 + m_*)} \chi_j(\xi) = B_j \frac{\sqrt{D_1}}{2} \int_0^l \chi_j^2(x) dx. \quad (2.5.34)$$



Используя выражение (2.5.30) и второе уравнение системы (2.5.31), найдем значение  $B_j$ :

$$B_j = \frac{8i_*(\xi)\chi_j(\xi)}{(m_1 + m_*)\sqrt{D_1}l \left[ \chi_j^2(x) - 2\ddot{\chi}_j(x)\dot{\chi}_j(x) + \ddot{\chi}_j(x) \right]_{x=l}}.$$

Следовательно

$$w(x,t|\xi) = \frac{8i_*(\xi)}{(m_1 + m_*)l} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\chi_j(\xi) e^{\frac{-\lambda_j^4 \omega_2 t}{2}} \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t \chi_j(x)}{\sqrt{D_1} \left[ \chi_j^2(x) - 2\ddot{\chi}_j(x)\dot{\chi}_j(x) + \ddot{\chi}_j(x) \right]_{x=l}}. \quad (2.5.35)$$

Формула (2.5.35) определяет функцию влияния от импульсной нагрузки. Полный прогиб балки равен интегралу от функции влияния

$$w(x,t) = \int_0^l w(x,t|\xi) d\xi,$$

или

$$w(x,t) = \frac{8}{(m_1 + m_*)l} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\chi_j(x) e^{\frac{-\lambda_j^4 \omega_2 t}{2}} \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t}{\sqrt{D_1} \left[ \chi_j^2(x) - 2\ddot{\chi}_j(x)\dot{\chi}_j(x) + \ddot{\chi}_j(x) \right]_{x=l}} \times \int_0^l i_*(\xi)\chi_j(\xi) d\xi. \quad (2.5.36)$$

Формула (2.5.36) определяет решение поставленной задачи в самом общем виде. Таким образом, доказано, что решение рассматриваемой задачи можно представить в виде ряда

$$w(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} B_j \chi_j(x) T_j(t). \quad (2.5.37)$$

Чтобы воспользоваться полученной формулой для конкретного вида закрепления балки на опорах, требуется найти фундаментальные функции  $\chi_j(x)$  для каждого вида закрепления. Рассмотрим случай, когда оба конца балки свободно оперты на опоры. В этом случае краевые условия примут вид

$$w|_{x=0} = w|_{x=l} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0 \quad (2.5.38)$$

Так как за краевые условия в соответствии с решением (2.5.18) отвечают только фундаментальные функции  $\chi$ , то это равносильно соотношениям

$$\chi_j(0) = \chi_j(l) = \chi_j''(0) = \chi_j''(l) = 0 \quad (2.5.39)$$

Учитывая вид фундаментальных функций (2.5.26) для рассматриваемого случая закрепления в соответствие с соотношением (2.5.38) получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} C_1 + C_2 &= 0; \\ C_1 \cos \lambda_j l + C_2 \sin \lambda_j l + C_3 \operatorname{ch} \lambda_j l + C_4 \operatorname{sh} \lambda_j l &= 0; \\ \lambda_j^2 (-C_2 + C_3) &= 0; \\ \lambda_j^2 (-C_1 \cos \lambda_j l - C_2 \sin \lambda_j l + C_3 \operatorname{ch} \lambda_j l + C_4 \operatorname{sh} \lambda_j l) &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (2.5.40)$$

Положим в начале, что  $\lambda_j \neq 0$ . Тогда из первого и третьего уравнения следует, что

$C_1 = C_3 = 0$ . Оставшиеся два уравнения дают систему линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} C_2 \sin \lambda_j l + C_4 \operatorname{sh} \lambda_j l &= 0 \\ -C_2 \sin \lambda_j l + C_4 \operatorname{sh} \lambda_j l &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Нетривиальная совместность этой системы приводит к характеристическому уравнению

$$\sin \lambda_j l \operatorname{sh} \lambda_j l = 0. \quad (2.5.41)$$

Это уравнение имеет бесконечное множество решений

$$\lambda_j l = j\pi, \quad (2.5.42)$$

где  $j$  – любое целое число  $1, 2, 3, \dots$ .

Для  $j=1, 2, 3, \dots$ ,  $\operatorname{sh} \lambda_j \neq 0$ , поэтому из системы уравнений находим, что  $C_4 = 0$ , а  $C_2 \neq 0$ , но при этом  $C_2$  – совершенно произвольна, что является свойством системы однородных линейных уравнений. Положим для простоты  $C_2 = 1$ . Тогда фундаментальные функции можно записать в виде

$$\chi_j(x) = \sin j\pi \frac{x}{l}. \quad (2.5.43)$$

При этом

$$\left. \begin{aligned} \chi_j(\xi) &= \sin j\pi \frac{x}{l}; \\ \chi_j(l) &= 0 \\ \dot{\chi}_j(l) &= \cos j\pi \frac{x}{l} = (-1)^j \\ \ddot{\chi}_j(l) &= 0 \\ \ddot{\chi}_j(l) &= -\cos j\pi \frac{x}{l} = -(-1)^j \end{aligned} \right\} \quad (2.5.44)$$

Подставляя эти значения в формулу (2.5.36) получим

$$w(x,t) = \frac{4}{(m_1 + m_*)l} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\sin j\pi \frac{x}{l} e^{\frac{-\lambda_i^4 \omega_2 t}{2}} \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t}{\sqrt{D_1}} \cdot \int_0^l i_*(\xi) \sin \frac{j\pi \xi}{l} d\xi. \quad (2.5.45)$$

Формула (2.5.45) определяет решение поставленной задачи. Найдем теперь условие гарантированного разрушения балки, изготовленной из вязкого материала и имеющей свободно лежащие концы на недеформируемых (идеальных) опорах.

Согласно критерию предельного состояния, заключающегося в том, что при достижении предела текучести материала балки в результате воздействия на нее импульсной кратковременной нагрузки, в критическом сечении балки (в сечении под зарядом) образуется пластический шарнир, будем иметь

$$\frac{M_{\max}}{W \delta_{*n}} - K_{*0} \mu_3 \geq 0. \quad (2.5.46)$$

При этом

$$M_{\max} = M(x_*, t_*), \quad (2.5.47)$$

где  $x_*$  – координата эпицентра взрыва,  $t_*$  – время достижения максимального прогиба балки при ее свободных колебаниях. Обозначим

$$\varphi(t) = e^{\frac{-\lambda_i^4 \omega_2 t}{2}} \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t. \quad (2.5.48)$$

Производная по  $t$  от этой функции, входящей в полученное выражение прогиба  $w(x,t)$  (2.5.45) определяет значение  $t_*$  – момент максимального прогиба.

Находя производную по  $t$  от  $\varphi(t)$  и приравнявая ее к нулю, получим

$$t_* = \frac{2}{\sqrt{D_1}} \left( \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{D_1}}{\lambda_i^4 \omega_2} + \pi n \right), n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.5.49)$$

Найдём теперь изгибающий момент по формуле

$$M(x, t) = -EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (2.5.50)$$

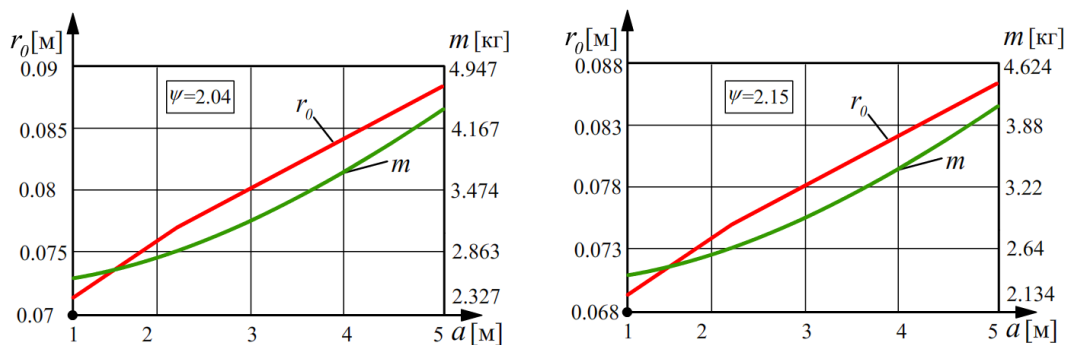
С учётом найденного выражения для прогиба (2.5.45), получим

$$M_{\max} = \frac{4\pi EJ}{(m_1 + m_*)l} \sum_{j=1}^n j^2 \frac{\sin \frac{j\pi x_*}{l} e^{-\frac{\lambda_i^4 \omega_2 t_*}{2}} \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t_*}{\sqrt{D_1}} \cdot \int_0^l i_*(\xi) \sin \frac{j\pi \xi}{l} d\xi. \quad (2.5.51)$$

Неравенство (2.5.46) является трансцендентным относительно радиуса  $r_0$  заряда ВВ при фиксированном значении его удаления до оси балки и фиксированных геометрических и физических характеристик заряда и балки.

Решение неравенства (2.5.46) определяет минимальное значение радиуса заряда  $r_0$ , взрыв которого на фиксированном удалении от балки и фиксированном распределении импульса, созданного им, по пролёту, приводит к гарантированному разрушению балки.

На рисунках 2.5.3 – 2.5.6 графически представлены зависимости радиуса и массы заряда ВВ от изменения различных входных данных при разрушении балки, определяемом в соответствии с введенным ранее предельным состоянием.



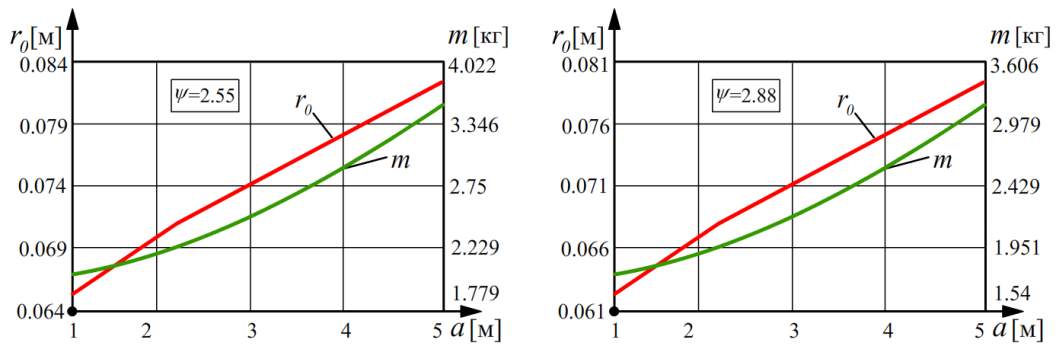


Рисунок 2.5.3 – Зависимость радиуса  $r_0$  [м] и массы  $m$  [кг] заряда ВВ от удаления заряда  $a$  [м] от балки ( $L = 2$  [м],  $b \times h = 0.03$  [м],  $x_* = 1$  [м]),  $\psi = 2.04, 2.15, 2.55, 2.88$ .

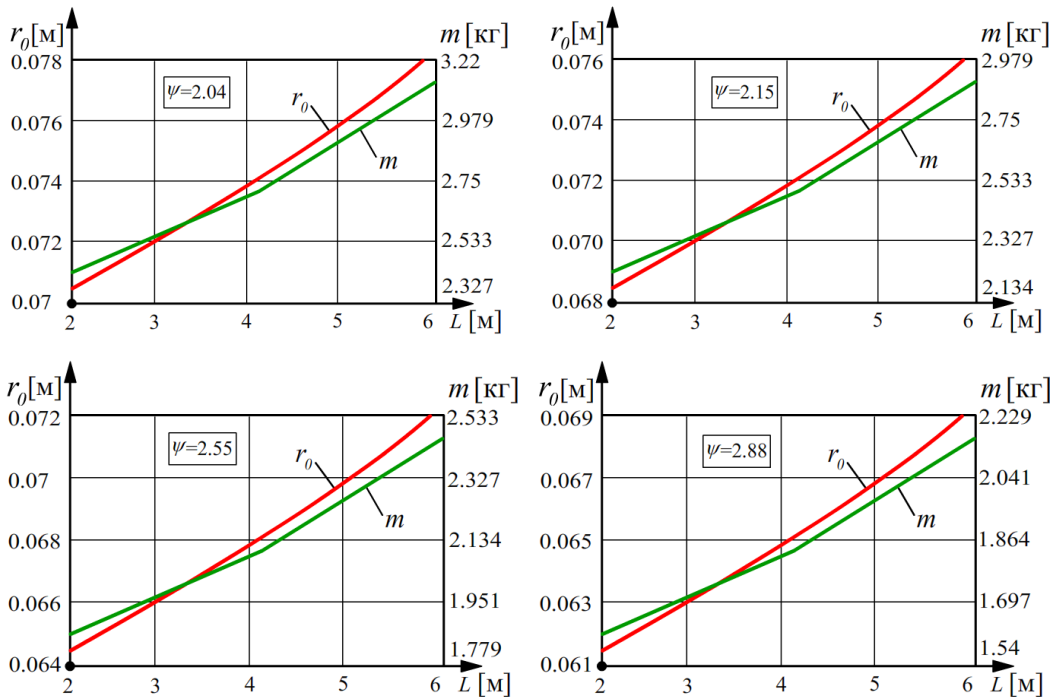
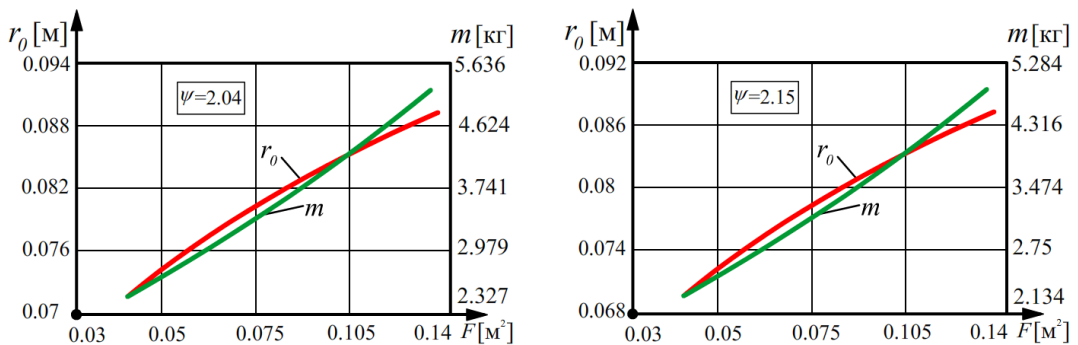


Рисунок 2.5.4 – Зависимость радиуса  $r_0$  [м] и массы  $m$  [кг] заряда ВВ от длины балки  $L$  [м] ( $a = 1$  [м],  $b \times h = 0.03$  [м],  $x_* = 1$  [м]),  $\psi = 2.04, 2.15, 2.55, 2.88$



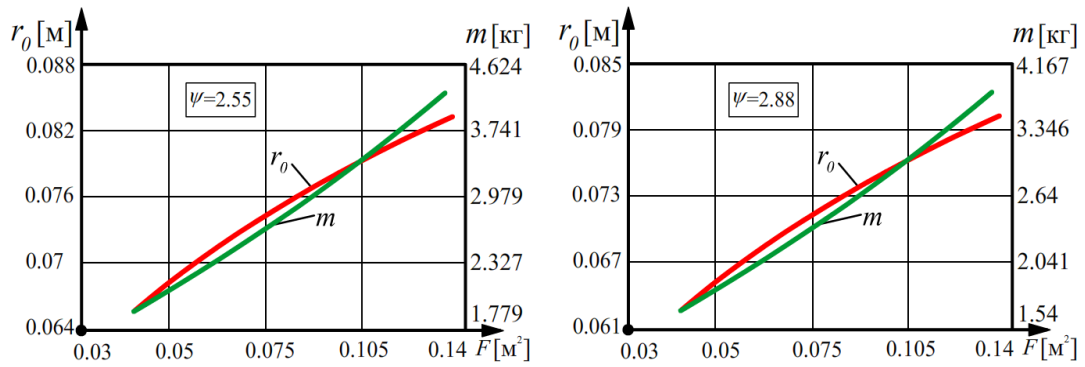


Рисунок 2.5.5 – Зависимость радиуса  $r_0 [M]$  и массы  $m [кг]$  заряда ВВ от площади сечения балки  $b \times h [M]$  ( $a = 1 [M]$ ,  $L = 2 [M]$ ,  $x_* = 1 [M]$ ),  $\psi = 2.04, 2.15, 2.55, 2.88$

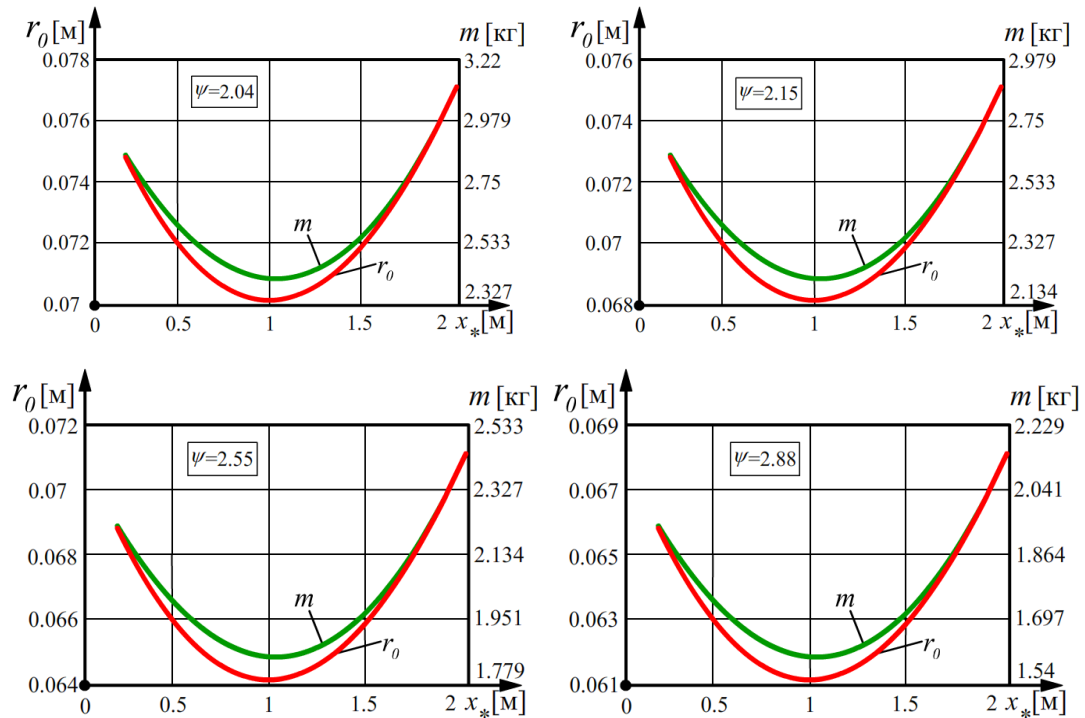
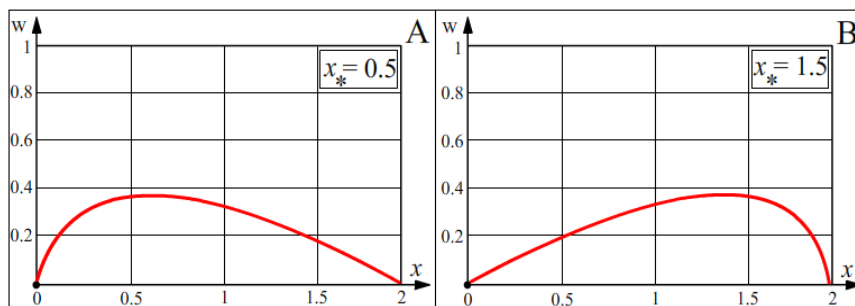


Рисунок 2.5.6 – Зависимость радиуса  $r_0 [M]$  и массы  $m [кг]$  заряда ВВ от смещения координаты эпицентра взрыва  $x_* [M]$  ( $a = 1 [M]$ ,  $L = 2 [M]$ ,  $b \times h = 0.03 [M]$ ),  $\psi = 2.04, 2.15, 2.55, 2.88$



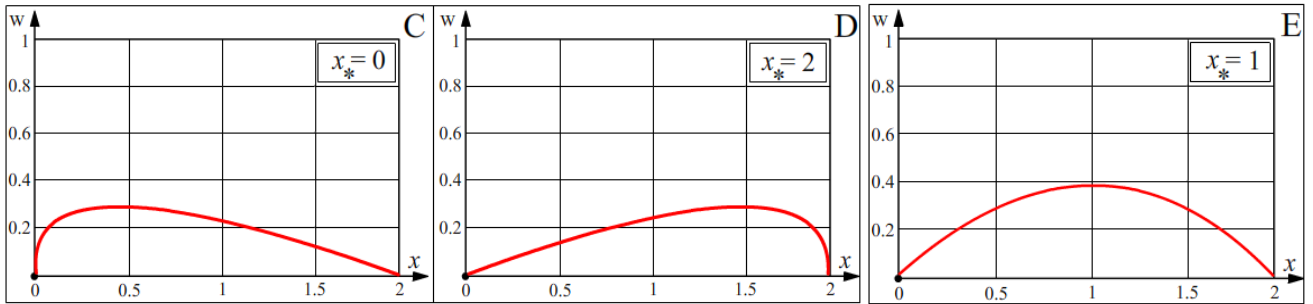


Рисунок 2.5.7 – Графики максимальных прогибов стальных балок под действием взрывной нагрузки в воде с различным расположением заряда по оси балки (А:  $x_* = 0.5[\text{м}]$ , В:  $x_* = 1.5[\text{м}]$ , С:  $x_* = 0[\text{м}]$ , D:  $x_* = 2[\text{м}]$ , Е:  $x_* = 1[\text{м}]$ )

Проверим сходимость ряда (2.5.45), определяющего решение задачи о разрушении упруго-вязких балок. Для этого построим графики зависимости  $w(x,t)$  от  $x$ . Количество членов ряда  $N$  зададим равным 10, 500 и 1000, а переменную  $x$  зададим при помощи диапазона от 0 до 2 с шагом 0.001.

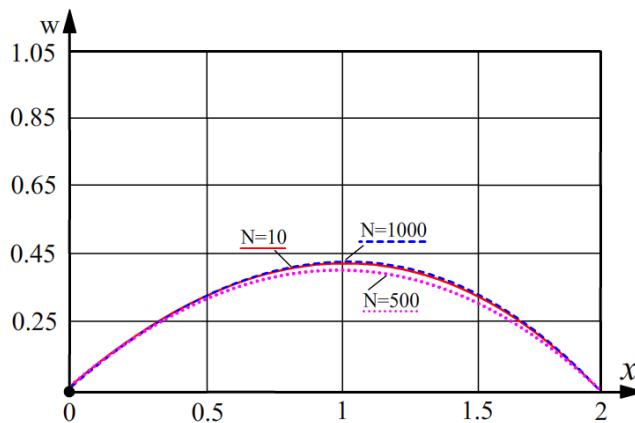


Рисунок 2.5.8 – Сходимость решения для разного количества членов ряда ( $N=10$ ,  $N=100$ ,  $N=1000$ ).

Сходимость рядов абсолютная [13] (Рис. 2.5.8) для любых значений  $x$ .

## Выводы по главе 2.

1. С использованием метода академика Т.М. Саламахина построены модели взрыва в воде зарядов конденсированных ВВ. На основе этих моделей найдены условия гарантированного разрушения преград (балок) импульсной нагрузкой,

созданной взрывом, при этом использован классический метод разделения переменных и функция влияния Грина. С привлечением экспериментальных данных построены математические модели разрушения упруго-вязких (стальных) и хрупких (чугунных) балочных конструкций взрывом неконтактного заряда конденсированного ВВ в воде.

2. Получены новые математические формулы и аналитические соотношения, позволяющие определить массу заряда конденсированного ВВ, взрыв которого в воде на фиксированном удалении от балочной конструкции приводит к её разрушению.



### ГЛАВА 3. Алгоритмы расчётов действия взрыва на балки в воде для случаев других закреплений

В главе 2 решена задача о воздействии взрыва сосредоточенного заряда ВВ на однопролётную балку в воде в случае её свободного опирания по концам. Из условия гарантированного разрушения такой балки найдена минимальная масса заряда (минимальный радиус) ВВ (тротил) для различных расположений заряда над балкой и для различных глубин расположения балочной конструкции.

Представляют существенный интерес решения аналогичных задач для случаев других закреплений балки на опорах при взрыве в воде [5, 8, 11, 44, 61, 65, 66].

Рассмотрим постановки задач и алгоритмы их аналитических решений для возможных случаев закрепления концов балки. Используя эти алгоритмы и современные программы реализации вспомогательных численных, весьма громоздких процедур, заинтересованный инженер-исследователь может получить требующуюся ему информацию после реализации соответствующего алгоритма вычислений на ЭВМ с использованием различных пакетов программ.

Предварительно рассмотрим свойства фундаментальных функций [41, 70]. Фундаментальные функции и первые три их производные для однопролётных балок находятся из решения уравнения

$$\chi_j^{(4)}(x) - \lambda_j^{(4)} \chi_j(x) = 0, \quad (3.1.1)$$

а именно

$$\begin{aligned} \chi_j(x) &= C_1 \cos \lambda_j x + C_2 \sin \lambda_j x + C_3 \operatorname{ch} \lambda_j x + C_4 \operatorname{sh} \lambda_j x; \\ \chi_j'(x) &= (-C_1 \sin \lambda_j x + C_2 \cos \lambda_j x + C_3 \operatorname{sh} \lambda_j x + C_4 \operatorname{ch} \lambda_j x) \lambda_j; \\ \chi_j''(x) &= (-C_1 \cos \lambda_j x - C_2 \sin \lambda_j x + C_3 \operatorname{ch} \lambda_j x + C_4 \operatorname{sh} \lambda_j x) \lambda_j^2; \\ \chi_j'''(x) &= (C_1 \sin \lambda_j x - C_2 \cos \lambda_j x + C_3 \operatorname{sh} \lambda_j x + C_4 \operatorname{ch} \lambda_j x) \lambda_j^3. \end{aligned}$$

Фундаментальные функции  $\chi_j(x)$  обладают следующими свойствами:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^l \chi_j(x) \chi_k(x) dx &= 0, \text{ если } k \neq 0 \\ \int_0^l \chi_j^2(x) dx &= \frac{1}{4} \left[ \chi_j^2(x) - 2\ddot{\chi}_j(x) \dot{\chi}_j(x) + \dot{\chi}_j^2(x) \right]_{x=l} \end{aligned} \right\}, \quad (3.1.2)$$

где точками обозначено дифференцирование функций по полному аргументу ( $\lambda_j x$ ) в отличие от дифференцирования по координате  $x$ , которое обозначено штрихами [41, 70]. Чтобы доказать эти формулы, запишем исходные дифференциальные уравнения для  $\chi_j(x)$  и  $\chi_k(x)$  [70]:

$$\left. \begin{aligned} \chi_j^{(4)}(x) - \lambda_j^{(4)} \chi_j(x) &= 0; \\ \chi_k^{(4)}(x) - \lambda_k^{(4)} \chi_k(x) &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (3.1.3)$$

Умножим первое уравнение системы (3.1.3) на  $\chi_k(x)$ , а второе на  $\chi_j(x)$ , затем вычтем из первого полученного таким образом результата, второй, получим

$$\chi_k(x) \chi_j^{(4)}(x) - \chi_j(x) \chi_k^{(4)}(x) = (\lambda_j^4 - \lambda_k^4) \chi_j(x) \chi_k(x). \quad (3.1.4)$$

Интегрируя по  $x$  выражение (3.1.4) от 0 до  $l$ , получим

$$(\lambda_j^4 - \lambda_k^4) \int_0^l \chi_j(x) \chi_k(x) dx = \int_0^l [\chi_k(x) \chi_j^{(4)}(x) - \chi_j(x) \chi_k^{(4)}(x)] dx. \quad (3.1.5)$$

Выполнив интегрирование по частям дважды от интеграла, стоящего в первой части (3.1.5), получим

$$\begin{aligned} \int_0^l [\chi_k(x) \chi_j^{(4)}(x) - \chi_j(x) \chi_k^{(4)}(x)] dx &= [\chi_k(x) \chi_j'''(x) - \chi_j(x) \chi_k'''(x)]_0^l - \\ &- \int_0^l [\chi_k'(x) \chi_j'''(x) - \chi_j'(x) \chi_k'''(x)] dx = [\chi_k(x) \chi_j'''(x) - \chi_j(x) \chi_k'''(x) - \\ &- \chi_j'(x) \chi_k''(x) + \chi_j'(x) \chi_k''(x)]_0^l + \int_0^l [\chi_k''(x) \chi_j''(x) - \chi_j''(x) \chi_k''(x)] dx = \\ &= [\chi_k(x) \chi_j'''(x) - \chi_j(x) \chi_k'''(x) - \chi_k'(x) \chi_j''(x) + \chi_j'(x) \chi_k''(x)]_0^l. \end{aligned}$$

Так как оставшийся интеграл равен нулю из-за равенства нулю подынтегральной функции.

Следовательно,

$$\int_0^l \chi_j(x) \chi_k(x) dx = \frac{\left[ \chi_k(x) \chi_j'''(x) - \chi_j(x) \chi_k'''(x) - \chi_k'(x) \chi_j''(x) + \chi_j'(x) \chi_k''(x) \right]_0^l}{\lambda_j^4 - \lambda_k^4}.$$

Если  $k \neq j$ , то

$$|\lambda_j^4 - \lambda_k^4| \neq 0,$$

а числитель равен нулю в силу краевых условий, то получаем первую формулу в системе соотношений (3.1.2).

Функции, удовлетворяющие первому условию в соотношении (3.1.1) называются ортогональными.

Если же  $k = j$ , то числитель по-прежнему равен нулю, и при этом знаменатель обращается в нуль. Следовательно, для интеграла необходимо раскрыть неопределенность вида  $\left(\frac{0}{0}\right)$ . Для ее раскрытия воспользуемся правилом

Лопиталю:

$$\begin{aligned} \int_0^l \chi_j^2(x) dx &= \lim_{k \rightarrow j} \int_0^l \chi_j(x) \chi_k(x) dx = \\ &= \lim_{k \rightarrow j} \frac{\frac{\partial}{\partial \lambda_k} \left[ \chi_k(x) \chi_j'''(x) - \chi_j(x) \chi_k'''(x) - \chi_k'(x) \chi_j''(x) + \chi_j'(x) \chi_k''(x) \right]_0^l}{\frac{\partial}{\partial \lambda_k} [\lambda_j^4 - \lambda_k^4]}. \end{aligned}$$

Учитывая соотношения

$$\left. \begin{aligned} \chi_j'(x) &= \lambda_j \dot{\chi}_j(x) \\ \chi_j''(x) &= \lambda_j^2 \ddot{\chi}_j(x) \\ \chi_j'''(x) &= \lambda_j^3 \dddot{\chi}_j(x) \end{aligned} \right\} \\ \left. \begin{aligned} \chi_k'(x) &= \lambda_k \dot{\chi}_k(x) \\ \chi_k''(x) &= \lambda_k^2 \ddot{\chi}_k(x) \\ \chi_k'''(x) &= \lambda_k^3 \dddot{\chi}_k(x) \end{aligned} \right\}$$

получим

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \lambda_k} \left[ \chi_k(x) \chi_j'''(x) - \chi_j(x) \chi_k'''(x) - \chi_k'(x) \chi_j''(x) + \chi_j'(x) \chi_k''(x) \right]_0^l = \\
& = \frac{\partial}{\partial \lambda_k} \left[ \lambda_j^3 \chi_k(x) \ddot{\chi}_j(x) - \lambda_k^3 \chi_j(x) \ddot{\chi}_k(x) - \lambda_k \lambda_j^2 \dot{\chi}_k(x) \ddot{\chi}_j(x) + \right. \\
& + \lambda_j \lambda_k^2 \dot{\chi}_j(x) \ddot{\chi}_k(x) \Big]_0^l = \left[ \lambda_j^3 \ddot{\chi}_j(x) \cdot x \cdot \dot{\chi}_k(x) - 3 \lambda_j^2 \chi_j(x) \ddot{\chi}_k(x) - \right. \\
& - \lambda_k^3 \chi_j(x) \cdot x \cdot \ddot{\chi}_k(x) - \lambda_j^2 \dot{\chi}_k(x) \ddot{\chi}_j(x) - \lambda_k \lambda_j^2 \cdot x \cdot \ddot{\chi}_k(x) \ddot{\chi}_j(x) + \\
& \left. + 2 \lambda_j \lambda_k \dot{\chi}_j(x) \ddot{\chi}_k(x) + \lambda_j \lambda_k^2 \dot{\chi}_j(x) \cdot x \cdot \ddot{\chi}_k(x) \right]_0^l.
\end{aligned}$$

Замечая далее, что  $\ddot{\chi}_j(x) = \chi_j(x)$ ,  $\ddot{\chi}_k(x) = \chi_k(x)$ , а некоторые члены уравнения для любых условий закрепления краёв балки равны нулю, получим

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow j} \frac{\partial}{\partial \lambda_k} \left[ \chi_k(x) \chi_j'''(x) - \chi_j(x) \chi_k'''(x) - \chi_k'(x) \chi_j''(x) + \chi_j'(x) \chi_k''(x) \right]_0^l = \\
= \lambda_j^3 l \left[ 2 \ddot{\chi}_j(x) \dot{\chi}_j(x) - \chi_j^2(x) - \ddot{\chi}_j^2(x) \right]_l,
\end{aligned}$$

т.к. при  $x=0$  в силу краевых условий всё выражение превращается в нуль.

Следовательно

$$\int_0^l \chi_j^2(x) dx = \frac{l}{4} \left[ \chi_j^2(x) - 2 \ddot{\chi}_j(x) \dot{\chi}_j(x) + \ddot{\chi}_j^2(x) \right]_{x=l},$$

что и требовалось доказать.

Из первых двух краевых условий имеем:

$$C_3 = C_1; C_4 = -C_2,$$

при этом

$$\begin{aligned}
\chi_j''(x) &= -\lambda_j^2 C_1 (\cos \lambda_j x + \operatorname{ch} \lambda_j x) - \lambda_j^2 C_2 (\sin \lambda_j x + \operatorname{sh} \lambda_j x), \\
\chi_j'''(x) &= \lambda_j^3 C_1 (\sin \lambda_j x - \operatorname{sh} \lambda_j x) - \lambda_j^3 C_2 (\cos \lambda_j x + \operatorname{ch} \lambda_j x).
\end{aligned}$$

Применяя вторую пару краевых условий, получим систему двух однородных уравнений

$$\begin{aligned}
C_1 (\cos \lambda_j l + \operatorname{ch} \lambda_j l) + C_2 (\sin \lambda_j l + \operatorname{sh} \lambda_j l) &= 0, \\
C_1 (\sin \lambda_j l - \operatorname{sh} \lambda_j l) - C_2 (\cos \lambda_j l + \operatorname{ch} \lambda_j l) &= 0.
\end{aligned}$$

Приравнивая к нулю определитель системы

$$\begin{vmatrix} \cos \lambda_j l + \operatorname{ch} \lambda_j l & \sin \lambda_j l + \operatorname{sh} \lambda_j l \\ \sin \lambda_j l - \operatorname{sh} \lambda_j l & -(\cos \lambda_j l + \operatorname{ch} \lambda_j l) \end{vmatrix} = 0,$$

получим характеристическое уравнение

$$1 + \cos \lambda_j l \cdot \operatorname{ch} \lambda_j l = 0.$$

Положительные корни этого уравнения имеют следующие значения:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 l &= 1,8751 \\ \lambda_2 l &= 4,6941 \\ \lambda_j l &= \frac{2j-1}{2} \pi \\ (j \geq 3) \end{aligned} \right\}$$

Выражая постоянную  $C_1$  через  $C_2$  и полагая в соответствии со свойствами системы однородных уравнений  $C_2 = 1$ , получим

$$C_1 = -\frac{\operatorname{sh} \lambda_j l + \sin \lambda_j l}{\cos \lambda_j l + \operatorname{ch} \lambda_j l} \cdot C_2,$$

$$\chi_j(x) = \sin \lambda_j x - \operatorname{sh} \lambda_j x - \frac{\operatorname{sh} \lambda_j l + \sin \lambda_j l}{\cos \lambda_j l + \operatorname{ch} \lambda_j l} (\cos \lambda_j x - \operatorname{ch} \lambda_j x).$$

Так как

$$\begin{aligned} \chi_j(l) &= \sin \lambda_j l - \operatorname{sh} \lambda_j l - \frac{\operatorname{sh} \lambda_j l + \sin \lambda_j l}{\cos \lambda_j l + \operatorname{ch} \lambda_j l} (\cos \lambda_j l - \operatorname{ch} \lambda_j l) = \\ &= \frac{2(\sin \lambda_j l \operatorname{ch} \lambda_j l - \operatorname{sh} \lambda_j l \cos \lambda_j l)}{\cos \lambda_j l + \operatorname{ch} \lambda_j l}, \end{aligned}$$

и  $\dot{\chi}_j(j) = \ddot{\chi}_j(j) = 0$ , то, в силу краевых условий

$$\left[ \chi_j^2(x) - 2\ddot{\chi}_j(x)\dot{\chi}_j(x) + \dot{\chi}_j^2(x) \right]_{x=l} = \frac{4}{\Pi_3(\lambda_j l)}.$$

### 3.1. Консольное закрепление

Пусть левый конец балки (начало координат) зашпелен, а правый свободен, то есть балка представляет собой консоль. Тогда краевые условия примут вид

$$\begin{aligned} 1. \chi_j(0) &= 0; \\ 2. \chi_j'(0) &= 0; \\ 3. \chi_j''(l) &= 0; \\ 4. \chi_j'''(l) &= 0. \end{aligned} \tag{3.1.6}$$

где  $l$  – длина балки. Выполнение граничных условий (3.1.6) означает, что на левом конце прогиб и угол поворота сечения балки для любого момента времени равны нулю, а на правом конце равны нулю изгибающий момент и перерезывающая сила.

Начальные условия, как и в случае свободно опертой балки, остаются прежними для определяющего уравнения. Решение поставленной таким образом задачи, согласованное с аналогичным решением работы [70] о колебаниях консольной балки при взрыве в воздухе, имеет вид

$$z(x,t) = \frac{l}{\mu\beta} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Pi_3(\lambda_j l)}{(\lambda_j l)^2} \chi_j(x) \sin(\lambda_j^2 \beta t) \int_0^l i_*(\xi) \chi_j(\xi) d\xi, \quad (3.1.7)$$

где

$$\mu = m_* + m_1$$

$$\Pi_3 = \frac{(\cos(\lambda_j l) + \operatorname{ch}(\lambda_j l))^2}{(\sin(\lambda_j l) \operatorname{ch}(\lambda_j l) - \operatorname{sh}(\lambda_j l) \cos(\lambda_j l))^2},$$

$$\lambda_1 l = 1,8751, \lambda_2 l = 4,6941, \lambda_j l = (2j-1) \frac{\pi}{2}, (j \geq 3).$$

Распределение по длине балки максимальных прогибов можно определить в моменты времени, когда

$$\sin(\lambda_j^2 \beta t) = 1, \quad (3.1.8)$$

т.е. в моменты

$$t_* = \frac{(2n-1)\pi}{2\lambda_j^2 \beta}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.1.9)$$

Максимальный из этих максимальных прогибов будет в сечении балки с координатой  $x_+$  [92, 97, 105, 106] которую (как критическую точку) можно найти из уравнения

$$\frac{\partial z_{\max}}{\partial x} = 0, \quad (3.1.10)$$

где

$$z(x,t) = \frac{l}{\mu\beta} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Pi_3(\lambda_j l)}{(\lambda_j l)^2} \chi_j(x) \int_0^l i_*(\xi) \chi_j(\xi) d\xi.$$

Уравнение (3.1.10) эквивалентно уравнению

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Pi_3(\lambda_j l)}{(\lambda_j l)^2} \chi_j'(x) \int_0^l i_*(\xi) \chi_j(\xi) d\xi = 0. \quad (3.1.11)$$

При этом, для консольной балки

$$\chi_j(x) = \sin(\lambda_j x) - \operatorname{sh}(\lambda_j x) - \frac{\operatorname{sh}(\lambda_j l) + \sin(\lambda_j l)}{\operatorname{ch}(\lambda_j l) + \cos(\lambda_j l)} (\cos(\lambda_j x) - \operatorname{ch}(\lambda_j x)), \quad (3.1.12)$$

$$\chi_j'(x) = \left[ \cos(\lambda_j x) - \operatorname{ch}(\lambda_j x) - \frac{\operatorname{sh}(\lambda_j l) + \sin(\lambda_j l)}{\operatorname{ch}(\lambda_j l) + \cos(\lambda_j l)} (\sin(\lambda_j x) + \operatorname{sh}(\lambda_j x)) \right], \quad (3.1.13)$$

$$\left. \begin{aligned} i_* &= \frac{1,4bK_1 r_0}{a_{01}} \left( \frac{a}{r_0} \right)^{0,24} (\eta \rho_2 u_2^2 - P_{01}) \\ \eta &= \frac{a^2 [2a^2 + (x - x_*)^2]}{[a^2 + (x - x_*)^2]^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.14)$$

Уравнение (3.1.11) для определения критической точки  $x_+$  содержит неизвестный параметр  $r_0$  – минимальный радиус заряда конденсированного ВВ, необходимый для гарантированного разрушения балки. Этот радиус можно определить из условия гарантированного разрушения

$$\frac{M_{\max}}{W \delta_{*n}} - K_{0*} \mu_3 \geq 0, \quad (3.1.15)$$

при этом изгибающий момент

$$M = -EJ \frac{\partial^2 z_{\max}}{\partial x^2} \quad (3.1.16)$$

Чтобы найти  $M_{\max}$ , нужно найти критическую точку  $x_{++}$ , в которой  $M = M_{\max}$ , то есть требуется решить уравнение

$$\frac{\partial M}{\partial x} = 0, \quad (3.1.17)$$

которое эквивалентно уравнению

$$\frac{\partial^3 z_{\max}}{\partial x^3} = 0, \quad (3.1.18)$$

где  $z_{\max}$  определяется соотношением (3.1.10).

Найдя критическую точку  $x_{++}$ , в которой изгибающий момент должен быть максимальным, следует подставить  $x_{++}$  в выражение для изгибающего момента (3.1.16). Получим

$$M_{\max} = -EJ \left. \frac{\partial^2 z_{\max}}{\partial x^2} \right|_{x=x_{++}}. \quad (3.1.19)$$

Выражение  $M_{\max}$  содержит неизвестный параметр  $r_0$ , который можно найти из условия (3.1.15). Найденный таким образом параметр  $r_0$  определяет и максимальный прогиб (по формуле (3.1.11)), и максимальный изгибающий момент (по формуле 3.1.19)), а, следовательно, и максимальное нормальное напряжение в критическом сечении  $x_{++}$ , достижение которого приводит к гарантированному разрушению балки (появление в материале балки в этом сечении пластической зоны (пластического шарнира)), и превращения балки в механизм, что нарушает несущую способность балки.

### 3.2. Балка с заземленными концами

Для такой балки краевые условия имеют вид

$$\begin{aligned} 1. \chi_j(0) &= 0; \\ 2. \chi'_j(0) &= 0; \\ 3. \chi_j(l) &= 0; \\ 4. \chi'_j(l) &= 0. \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Условия (3.2.1) означают, что на конце балки  $x=0$  (левый конец)  $x=l$  (правый конец), прогиб и углы поворота соответствующих сечений равны нулю. Решение этой краевой задачи, согласованное с решением с аналогичным решением только о взрыве в воздухе [70], имеет вид

$$z(x,t) = \frac{l}{\mu\beta} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Pi_1(\lambda_j l)}{(\lambda_j l)^2} \chi_j(x) \sin(\lambda_j^2 \beta t) \int_0^l i_*(\xi) \chi_j(\xi) d\xi, \quad (3.2.2)$$

где

$$\chi_j(x) = \sin(\lambda_j x) - \operatorname{sh}(\lambda_j x) + \frac{\operatorname{sh}(\lambda_j l) - \sin(\lambda_j l)}{\operatorname{ch}(\lambda_j l) - \cos(\lambda_j l)} (\cos((\lambda_j x) - \operatorname{ch}(\lambda_j x)), \quad (3.2.3)$$



при этом

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 l &= 4,73 \\ \lambda_2 l &= 7,853 \\ \lambda_3 l &= \frac{2j+1}{2} \pi, (j \geq 3) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.4)$$

В моменты времени

$$t_* = \frac{(2n-1)\pi}{2\lambda_j^2 \beta}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.5)$$

имеет место распределение по длине балки максимальных прогибов, определяемых формулой, следующей из (3.2.2) при  $\sin(\lambda_j^2 \beta t) = 1$  и имеющей вид

$$z_{\max}(x) = \frac{l}{\mu\beta} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Pi_1(\lambda_j l)}{(\lambda_j l)^2} \chi_j(x) \int_0^l i_*(\xi) \chi_j(\xi) d\xi. \quad (3.2.6)$$

Далее, для нахождения параметра  $r_0$ , определяющего минимальный радиус заряда конденсированного ВВ, взрыв которого в воде гарантированно разрушает рассматриваемую балку, используется методика преобразований и вычислений, описанная в пункте 3.1 формулами, соответствующими соотношениям (3.1.5), (3.1.10) – (3.1.14).

### 3.3. Балка с одним заземленным концом и другим свободно опертым

Пусть левый конец балки (начало координат) заземлён, а правый свободно оперт. Тогда краевые условия примут вид:

$$\begin{aligned} 1. \chi_j(0) &= 0; \\ 2. \chi_j'(0) &= 0; \\ 3. \chi_j(l) &= 0; \\ 4. \chi_j''(l) &= 0. \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

Это означает, что прогибы на опорах равны нулю. Кроме того, равны нулю на левой опоре угол поворота, а на правой опоре – изгибающий момент. Решение задачи, соответствующей этим краевым условиям в согласии с решением аналогичной задачи работы [70] для взрыва в воздухе, имеет вид

$$z(x,t) = \frac{l}{2\mu\beta} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Pi_2(\lambda_j l)}{(\lambda_j l)^2} \chi_j(x) \sin(\lambda_j^2 \beta t) \int_0^l i_*(\xi) \chi_j(\xi) d\xi, \quad (3.3.2)$$

где

$$\Pi_2(\lambda_j l) = \frac{(\operatorname{ch}(\lambda_j l) - \cos(\lambda_j l))^2}{\operatorname{ch}(\lambda_j l) \cdot \cos(\lambda_j l) (\operatorname{sh}(\lambda_j l) \cdot \sin(\lambda_j l) - 1)}, \quad (3.3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 l &= 3,9266 \\ \lambda_2 l &= 7,0685 \\ \lambda_j l &= \frac{4j+1}{4} \pi, (j \geq 3) \end{aligned} \right\} \quad (3.3.4)$$

$$z_{\max}(x) = \frac{l}{2\mu\beta} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Pi_2(\lambda_j l)}{(\lambda_j l)^2} \chi_j(x) \int_0^l i_*(\xi) \chi_j(\xi) d\xi, \quad (3.3.5)$$

$$t_* = \frac{(2n-1)\pi}{2\lambda_j^2 \beta}, n=1,2,3\dots$$

Методика определения параметра  $r_0$  остается прежней и для этого случая закрепления.

### Выводы по главе 3.

1. С использованием аналитических соотношений, найденных в главе 2, получены алгоритмы решения задач о разрушении балочных элементов конструкций взрывной нагрузкой в воде для различных типов закреплений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работа, представленная в данной диссертации, посвящена решению актуальной научно-технической задачи о разрушении балочных элементов конструкций импульсной нагрузкой, создаваемой взрывом неконтактных зарядов конденсированных ВВ в воде.

В результате проведенных исследований:

1. Найден закон распределения по пролёту балки удельного импульса, созданного взрывом неконтактного заряда ВВ в воде. При этом учтено произвольное расположение заряда относительно балки.

2. Найденны координаты сечений, максимальные прогибы в которых в критические моменты времени приводят к гарантированному разрушению балки в воде.

3. Для режимов хрупкого и упруго-вязкого разрушения сформулированы соответствующие критерии разрушения. Отдельно, для случая свободного опирания концов балки на идеальные опоры, найден критерий потери связей балки с опорами (соскакивание балки с опор), что ведет к гарантированной потере её несущей способности.

4. На основе принятых критериев для каждого режима разрушения определены условия гарантированного разрушения, а именно: найдена минимальная масса (минимальный радиус, в случае сферического заряда) ВВ, взрыв которого гарантирует разрушение балки или потерю ее несущей способности.

5. Разработаны алгоритмы расчётов на случаи других закреплений балки в воде, отличных от рассматриваемого подробно случая свободного опирания концов балки на идеальные опоры.

6. Проведен анализ прочности опор при учёте действия на них взрывной нагрузки. Показано, что чем прочнее опоры, тем лучше условия для разрушения балок взрывом неконтактных зарядов конденсированных ВВ в воде.

7. Для случая свободного опирания концов балки на идеальные опоры реализован критерий потери несущей способности балки вследствие соскакивания ее концов с опор.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы в вопросах утилизации, проводимой при помощи взрыва, подводных конструкций, в задачах проектирования несущих конструкций нефтепроводов, проходящих под водой, и других инженерных расчётах, связанных с использованием взрыва обыкновенных ВВ.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Авраменко П. В. Временные нагрузки на перекрытия административных зданий / П.В. Авраменко // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1988. – №1. – С. 67 – 71.
2. Амбарцумян А. Л. К исследованию закона деформации бетона при его скоростном и кратковременном нагружении. Вестник трудов ВИА, № 143, 1959.
3. Анисимов С. И., Кузнецов Н.М. Автомодельный сильный взрыв в воде //ПМТФ. – 1961. – № 6. – С. 167.
4. Баженов Ю.М. Бетон при динамическом нагружении. – Стройиздат, 1970.
5. Балдин В. А. и др. Расчет строительных конструкций по предельным состояниям //М.: Стройиздат. – 1951.
6. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности, ползучести. Высшая школа, 1968, 612 с.
7. Беленький Д. М. Минимальные значения и рассеивание характеристик строительных сталей /Д.М. Беленький, Е.Е. Косенко, Л.Р. Оганезов // Изв. вузов. Строительство. – 2003. – № 6. – С. 102 – 105
8. Беляев Н. М. Сопротивление материалов. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва. – 1976.
9. Бирбраер А.Н. Расчет конструкции на сейсмостойкость. – СПб.: Наука, 1998.- 255 с.
10. Бирбраер А.Н., Роледер А.Ю. Экстремальные воздействия на сооружения, 2009
11. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы 1956.- 600 с.
12. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике. – М.: Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1961, 202 с.
13. Будаков Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. – М.: 1967. – 607 с.
14. Власов О.Е. Основы динамики взрыва. – М.: ВИА, 1945.

15. Володин Г. Т. Действие взрыва зарядов конденсированных ВВ в газовой и жидкой средах. Часть 2. Взрывостойкость и гарантированное разрушение элементов конструкций // Тула: Левша. – 2005. – С. 160.
16. Володин Г. Т. Действие взрыва зарядов конденсированных ВВ в газовой и жидкой средах. Часть 1. Параметры детонационных и ударных волн // Тула: Левша. – 2003. – С. 216.
17. Володин Г. Т. Эффекты действия взрывных волн в активных средах на вязкопластические элементы конструкции: автореф. дис. кан. физ-мат. наук : спец. 01.02.04 / Г.Т. Володин ; ТулГУ. – Тула, 1974, 18 с.
18. Володин Г.Т. Обобщенный анализ гарантированного разрушения взрывом балочных элементов конструкций в воде / Г.Т. Володин, Д.С. Кочергин // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2022. – № 2(52). –С. 62-71. – DOI 10.37972/chgpu.2022.52.2.007.
19. Володин Г.Т. Разрушение балок взрывом неконтактных зарядов взрывчатых веществ в воде / Г.Т. Володин, Д.С. Кочергин // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной научной конференции, Воронеж, 07-09 декабря 2020 года / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет». – Воронеж: Научно-исследовательские публикации, 2021. – С. 1250-1254.
20. Володин Г. Т. Анализ воздействий взрыва на балочные конструкции в воде / Г. Т. Володин, Д. С. Кочергин // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2020. – № 12. – С. 169-172.
21. Володин Г. Т. Деформирование упруго-вязких балок взрывной нагрузкой в воде / Г. Т. Володин, Д. С. Кочергин // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2021. – № 1(47). – С. 56-63. – DOI 10.37972/chgpu.2021.1.47.005.
22. Володин Г. Т. Импульсная нагрузка на неподвижную преграду при взрыве в воде / Г. Т. Володин, Д. С. Кочергин // Вестник Чувашского государственного

- педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2021. – № 3(49). – С. 12-18. – DOI 10.37972/chgru.2021.49.3.002.
23. Володин Г. Т. Колебания элементов конструкций под действием взрыва в воде / Г. Т. Володин, Д. С. Кочергин // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2022. – № 1(51). – С. 28-35. – 10.37972/chgru.2022.51.1.003.
24. Володин Г. Т. Обобщенный метод исследований воздействий взрыва на балочные конструкции в воде / Г. Т. Володин, Д. С. Кочергин // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2020. – № 12. – С. 66-69.
25. Геммерлинг А. В. Об определении надёжности строительных конструкций / А.В. Геммерлинг // Проблемы надёжности в строительном проектировании. – Свердловск, 1972. – С. 5 – 39.
26. Гениев Г.А., Киссюк В.Н. К вопросу обобщения прочности бетона. «Бетон и железобетон», 1965, №2.
27. Глухов Л. В. Динамика и надёжность элементов инженерных сооружений / Л.В. Глухов. – М. : Изд-во АСВ, 2003. – 304 с.
28. Горев В. В. Математическое моделирование при расчётах и исследованиях строительных конструкций / В.В. Горев, В.В. Филиппов, Н.Ю. Тезиков. – М.: Высшая школа, 2002. – 206 с.
29. Дульнев А. И. Воздействие близкого подводного взрыва на элементы корпусных конструкций // Труды Крыловского государственного научного центра. – 2019. – №. 1 (387).
30. Егоров С. Б. Методика экспериментальных исследований подводной ударной волны // Вестник Казанского технологического университета. – 2015. – Т. 18. – №. 16. – С. 249-252.
31. Жерноклетов М.В., Зубарев В.Н., Телегин Г.С. Изэнтропы расширения продуктов взрыва конденсированных ВВ, ПМТФ, №4, 1959.
32. Журавлев Г. М. Свойства бетона в условиях воздействия взрывной нагрузки / Г. М. Журавлев, Н. С. Куриен // Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики : материалы

конференции, Тула-Минск-Донецк, 30–31 октября 2018 года / Под общей редакцией Р.А. Ковалева. Том 2. – Тула-Минск-Донецк: Тульский государственный университет, 2018. – С. 110-116. – EDN AXAVOT.

33. Математическое моделирование разрушения элементов строительных конструкций под действием динамической нагрузки / Г. М. Журавлев, В. Г. Теличко, Н. С. Куриен [и др.] // Чебышевский сборник. – 2019. – Т. 20, № 4(72). – С. 372-386. – DOI 10.22405/2226-8383-2019-20-4-372-386. – EDN YMWONP.

34. Разработка математического комплекса моделирования процесса разрушения композиционных конструкций на основе высокоскоростных моделей деформирования / Г. М. Журавлев, В. Г. Теличко, Н. С. Куриен [и др.] // Чебышевский сборник. – 2020. – Т. 21, № 3(75). – С. 292-305. – DOI 10.22405/2226-8383-2020-21-3-292-305. – EDN MHOJNV.

35. Замышляев Б.В., Яковлев Ю.С. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л.: Судостроение, 1967.

36. Зельдович Я.Б. Теория ударных волн и введение в газодинамику / Я. Б. Зельдович ; Акад. наук СССР. Ин-т хим. физики. - Москва : изд-во и 1-я тип. Изд-ва Акад. наук СССР, 1946 (Ленинград). - 186 с.

37. Знаменский, Е. М. О расчёте конструкций с заданным уровнем надёжности / Е.М. Знаменский, Ю.Д. Сухов // Строит. механика и расчёт сооружений. – 1987. – № 2. – С. 7 – 9.

38. Зотеев В. Е. и др. Математическое моделирование и помехоустойчивая оценка параметров импульса ударной волны на основе результатов эксперимента при подводных взрывах // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физико-математические науки. – 2021. – Т. 25. – №. 1. – С. 127-162.

39. И.И. Гольденблат, Н.А. Николаенко Расчёт конструкций на действие сейсмических и импульсивных сил – М.: Госстройиздат 1961.-320 с.

40. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Сопротивление материалов: Учебное пособие. – Физматлит, 1959.



41. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. – 1952.
42. Каратеев Н.С. Исследование особенностей испытаний конструкций во взрывной камере стенда ВКВД // Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. 2011. Вып. 60(344). С. 35-50.
43. Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва. Эксперимент и модели. Новосибирск: Изд. СО РАН, 2000.
44. Киселев В.А. Строительная механика. Специальный курс (динамика и устойчивость сооружений). – М.: Изд. Литературы по строительству, 1964, 332 с.
45. Комаров А. А., Корольченко Д. А., Ань Ф. Т. Особенности определения коэффициента динамичности при импульсных нагрузках // Пожаровзрывобезопасность. – 2018. – Т. 27. – №. 2-3. – С. 37-43.
46. Костюченко В.Н. Параметры ударной волны в воде вблизи сферического заряда взрывчатого вещества // ПМТФ, №2, 1961, С. 127-128.
47. Коул Р. Подводные взрывы. М.: Изд. иностр. лит., 1950.
48. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Часть 1. 6 изд. – 1963.
49. Кочина Н.Н., Мельникова Н.С. О взрыве в воде с учётом сжимаемости // Труды Математического института им В.А. Стеклова. – 1966. – Т.87. – С.35-65
50. Краковский М. Б. Математическое моделирование контроля прочности бетона при разработке ГОСТ 18105 / М.Б. Краковский, В.Л. Игошин. // Напряжённно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1986. – С. 116 – 126.
51. Краснощёков Ю. В. Вероятностные характеристики несущей способности бетонных конструкций по нормальным сечениям / Ю.В. Краснощёков // Бетон и железобетон. – 2001. – № 3. – С. 7 – 9.
52. Краснощёков, Ю. В. О совершенствовании метода расчета по предельным состояниям / Ю.В. Краснощёков // Строит. механика и расчёт сооружений. – 2007. – № 6. – С. 9 – 12.

53. Круссер, А. И. Классификация моделей линейной вязкоупругости / А. И. Круссер, М. В. Шитикова // XXXI Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения (МИКМУС - 2019) : Сборник трудов конференции, Москва, 04–06 декабря 2019 года. – Москва: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, 2020. – С. 28-31.
54. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Т. 1. Москва, Ленинград: ГИТТЛ, 1951. 476 с.
55. Ломакин, В. А. Статистические задачи механики твердых деформируемых тел. Изд. 2-е. – М.: ЛЕНАНД, 2014. – 144 с.
56. Маркова К. И., Шемякин Е. И. Распространение нестационарных возмущений в слое жидкости, находящемся в контакте с упругим полупространством //Ж. прикладной математики и механики. – 1957. – Т. 21. – №. 1. – С. 57.
57. Мкртычев О.В., Дорожинский В.Б. Вероятностное моделирование взрывного воздействия // Вестник МГСУ. 2012. №11. С.278-282.
58. Н.И. Сидняев. Теоретические исследования гидродинамики при подводном взрыве точечного источника. Инженерный журнал: наука и инновации, 013, вып. 2., 2015.
59. Надеева Р. И. Об определении динамической зависимости между напряжениями и деформациями // Вестник МГУ. – 1953. – Т. 10.
60. Нарисова, И. Прочность полимерных материалов / И. Нарисова; Под ред. Т. Екобори; Пер. с яп. Ю.М. Товмасына; Под ред. А.А. Берлина. – М.: Химия, 1987. – 397 с.
61. О.И. Озерецковский Действие взрыва на подводные объекты. М.: ФГУП «ЦНИИХМ», 2007; № 2, с. 60-69.
62. Петров Н. В., Шмидт А. А. Математическое моделирование подводного взрыва вблизи свободной поверхности //Письма в Журнал технической физики. – 2011. – Т. 37. – №. 10. – С. 1-8.

63. Пономарёв С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К., Макушин В.М., Малинин Н.Н., Феодосьев В.И. Расчёты на прочность в машиностроении. Машгиз, т. 1, 1956; т. II, 1958; т. III, 1959.
64. Попов Н.Н., Расторгуев Б.С. Динамический расчёт железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1974. – 207 с.
65. Попов Н.Н., Расторгуев Б.С., Забегаев А.В. Расчёт конструкций на динамические и специальные нагрузки. М.: Высш. шк., 1992.
66. Рабинович И.М. Основы строительной механики стержневых систем. – М.: Госстройиздат, 1960.
67. Рабинович, И. М., Сеницын А.П., Лужин О.В., Теренин Б. М. Расчёт сооружений на импульсивные воздействия. – Издательство литературы по строительству, М., 1970, 378 с.
68. Райзер В. Д. Методы теории надёжности в задачах нормирования расчётных параметров строительных конструкций / В.Д. Райзер. – М. : Стройиздат, 1986. – 192 с.
69. Саковский С. Б. С какой точностью вести расчеты прочности сооружений: монография / С.Б. Усаковский. – Киев: КНУСА, 2005. – 160 с.
70. Саламахин Т. М. Разрушение взрывом элементов конструкций //М.: ВИА. – 1961.
71. Саламахин Т.М. Действие взрыва на элементы конструкций //М.: ВИА. – 1969.
72. Саламахин Т.М. Физические основы механического действия взрыва и методы определения взрывных нагрузок. – М.: ВИА, 1974.
73. Седов Л.И. Теория плоских движений идеальной жидкости. – М.: Оборонгиз, 1939.
74. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1977. (10-е изд. 1987)
75. Седов Л.И. Распространение сильных взрывных волн. ПММ, Т. 10, вып.2, 1946, с. 241-250.

76. Седов Л.И., Коробейников В.П., Марков В.В. Теория распространения взрывных волн, Тр. МИАН СССР, 1986, том 175, 178-216.
77. Сидняев Н.И. О разрушении военных судов при подводном взрыве / Н.И. Сидняев // Морской сборник. – 2017. – № 1(2038). – С.54-60.
78. Складнев Н. Н., Дрейер Ф.Э. О вероятностном расчёте при проектировании железобетонных изгибаемых элементов / Н.Н. Складнев, Ф.Э. Дрейер // Строит. механика и расчёт сооружений. – 1983. – № 1. – С. 3 – 7.
79. Снарскис Б. Й. Оптимальные расчётные и контрольные значения случайных параметров как средство оптимизации надёжности / Б.Й. Снарскис // Проблемы надёжности в строительном проектировании. – Свердловск, 1972. – С. 202 – 206.
80. Сунцов Н.Н. Основы теории подводного и воздушного взрыва // Л.: Военно-морская Академия им. А.Н. Крылова. – 1956.
81. Т.Г. Дармаев, Ж.Г. Дамбаев О нестационарном обтекании произвольного профиля, Вестник Бурятского государственного университета, 2013; № 2, с. 60-69.
82. Теличко В. Г. Определение деформированного состояния плоских элементов строительных конструкций под действием точечного взрыва / В. Г. Теличко, Н. С. Куриен // Эксперт: теория и практика. – 2022. – № 4(19). – С. 11-18. – DOI 10.51608/26867818\_2022\_4\_11. – EDN WMXXUH.
83. Физика взрыва : В 2 томах / С.Г. Андреев, А.В. Бабкин, Ф.А. Баум [и др.]. Том 1. – 3-е издание, переработанное. – Москва : ООО Издательская фирма «Физико-математическая литература», 2004. – 832 с.
84. Христианович С.А. Ударная волна в воде, удаленная от места взрыва //Прикладная механика и математика. – 1956. – Т. 20, вып. 5.
85. Христофоров Б. Д. Влияние свойств источника на действие взрыва в воздухе и воде //Физика горения и взрыва. – 2004. – Т. 40. – №. 6. – С. 115-120.
86. Христофоров Б. Д. Параметры ударной волны и газового пузыря при подводном взрыве //Журнал прикладной механики технической физики. – 1960. – №. 2. – С. 124-127.
87. Христофоров Б.Д. Параметры ударной волны и газовой пузыря при подводном взрыве зарядов из тэна малого веса. // ПМТФ, №2, 1960. С. 124-127.

88. Чижевский В. В., Дульнев А. И. Экспериментальные исследования многопреградных конструкций при воздействии контактного подводного взрыва // Труды Крыловского государственного научного центра. – 2018. – №. 3 (385).
89. Шаль Р. Уравнение состояния воды при высоких давлениях по данным мгновенных рентгеновских снимков интенсивных взрывных волн / Журнал «Механика», № 3, 1952.
90. Шарфарец Б.П. О динамике ударных волн в жидкости. Обзор / Б.П. Шарфарец // Научное приборостроение. – 2016. – Т.26, № 4. – С. 43-54. – EDN WZIXSN
91. Шейкин А.Е. К вопросу прочности, упругости и пластичности бетона. Труды МИИТ, вып. 69. М., 1946
92. Шитикова, М. В. Анализ динамического поведения нелинейных пластинок на вязкоупругом основании при наличии внутреннего резонанса / М. В. Шитикова, А. И. Круссер // Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2020 году : Сборник научных трудов РААСН: в 2 томах / Российская академия архитектуры и строительных наук (РААСН). Том 2. – Москва : Издательство АСВ, 2021. – С. 315-328.
93. Шитикова, М. В. Анализ динамического поведения пластинки из вязкоупругого ауксетика при ударных воздействиях / М. В. Шитикова, О. Аженеза // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: Сборник трудов. В 4-х томах, Уфа, 19–24 августа 2019 года. Том 3. – Уфа: Башкирский государственный университет, 2019. – С. 539-541.
94. Ю.Н. Кормилицин, С.Ю. Мельников, В.Т. Томашевский Подводный взрыв и его взаимодействие со средами и преградами, НАУКА, Санкт-Петербург, 2006.
95. Яковлев Ю. С. Гидродинамика взрыва. – Судпромгиз, 1961.
96. Hung C.F., Lin B.J., Hwang-Fuu J.J., Hsu P.Y. Dynamic response of cylindrical shell structures subjected to underwater explosion // Ocean Engineering. 2009. 36. P. 564-577.

97. Krusser, A. I. Classification of viscoelastic models with integer and fractional order derivatives / A. I. Krusser, M. V. Shitikova // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering : International Conference of Young Scientists and Students "Topical Problems of Mechanical Engineering", ToPME 2019, Moscow, 04–06 декабря 2019 года. Vol. 747. – Moscow: Institute of Physics Publishing, 2020. – P. 012007. – DOI 10.1088/1757-899X/747/1/012007.
98. Kuda K., Daddazio R.P. Comparison of test data and numerical simulation for a submerged stiffened cylinder subjected to an underwater explosion // 69th Shock and Vibration Symposium. Minneapolis / St. Paul, Minnesota, 12-16 October 1998.
99. LeBlanc J., Shukla A. Dynamic response and damage evolution in composite materials subjected to underwater explosive loading: An experimental and computational study // Composite Structures. – 2010. – T. 92. – №. 10. – С. 2421-2430.
100. Mader Ch.L. Compressible numerical calculations of underwater detonations. Los Alamos Scientific Laboratory, LA-4594, 1971, 7 p.
101. Mader Ch.L. Detonations near the water surface. LA-4958, UC-34, Los-Alamos, New Mexico, 87544, 1972, 30 p.
102. Mathematical modeling of physically nonlinear 3D beams and plates made of multimodulus materials / A. V. Krysko, J. Awrejcewicz, K. S. Bodyagina [et al.] // . – 2021. – Vol. 232, No. 9. – P. 3441-3469. – DOI 10.1007/s00707-021-03010-8.
103. On 3D and 1D mathematical modeling of physically nonlinear beams / A. V. Krysko, J. Awrejcewicz, M. V. Zhigalov [et al.] // International Journal of Non-Linear Mechanics. – 2021. – Vol. 134. – P. 103734. – DOI 10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103734.
104. Qiankun J., Gangyi D. A finite element analysis of ship sections subjected to underwater explosion // International Journal of Impact Engineering. – 2011. – T. 38. – №. 7. – С. 558-566.
105. Rossikhin, Yu. A. Impact response of a nonlinear viscoelastic auxetic doubly curved shallow shell / Yu. A. Rossikhin, A. I. Krusser, M. V. Shitikova // 24th International Congress on Sound and Vibration, ICSV 2017 : ICSV24 PROCEEDINGS, London, UK, 23–27 июля 2017 года. – London, UK: International Institute of Acoustics and Vibration, 2017. – P. 1-8.

106. Rossikhin, Yu. A. The simplest fractional derivative models of viscoelasticity and their correctness in problems of thin body dynamics / Yu. A. Rossikhin, M. V. Shitikova, A. I. Krusser // *Advanced Problems in Mechanics : BOOK OF ABSTRACTS*, St. Petersburg, 27 июня – 01 2016 года. – St. Petersburg: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого", 2016. – P. 70.
107. Rossikhin, Yu. A. To the question on the correctness of fractional derivative models in dynamic problems of viscoelastic bodies / Yu. A. Rossikhin, M. V. Shitikova, A. I. Krusser // *Mechanics Research Communications*. – 2016. – Vol. 77. – P. 44-49. – DOI 10.1016/j.mechrescom.2016.09.002.
108. Shin Y. S. Ship shock modeling and simulation for far-field underwater explosion // *Computers & Structures*. – 2004. – Т. 82. – №. 23-26. – С. 2211-2219.
109. Shitikova, M. V. Dynamic Analysis of an Elastic Plate Resting on a Nonlinear Fractional-Order Viscoelastic Pasternak Foundation and Subjected to Moving Load / M. V. Shitikova, A. I. Krusser // *Proceedings of the 5th International Conference on Construction, Architecture and Technosphere : ICCATS 2021, Sochi, 05–11 сентября 2021 года*. – Sochi: Springer, Cham, 2022. – P. 13-24. – DOI 10.1007/978-3-030-91145-4\_2.
110. Volodin, G. T. Beams destruction by explosion of non-contact charges of condensed explosives in water / G. T. Volodin, D. S. Kochergin // *Journal of Physics: Conference Series : Current Problems, Voronezh, 07–09 декабря 2020 года*. – Voronezh, 2021. – P. 012003. – DOI 10.1088/1742-6596/1902/1/012003.
111. Zhang N., Zong Z. Hydro-elastic-plastic dynamic response of a ship hull girder subjected to an underwater bubble // *Marine Structures*. – 2012. – Т. 29. – №. 1. – С. 177-197.
112. Zhang N., Zong Z., Zhang W. Dynamic response of a surface ship structure subjected to an underwater explosion bubble // *Marine Structures*. – 2014. – Т. 35. – С. 26-44.