

На правах рукописи



МОРЖОВА Светлана Владимировна

**ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ
РЕЛЕЙНЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ
С КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ УПРАВЛЕНИЯ**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (промышленность, промышленная безопасность и экология)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Тула 2016

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Тульский государственный университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Фалдин Николай Васильевич

Официальные оппоненты: **Филимонов Николай Борисович**
доктор технических наук, старший научный сотрудник, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», профессор кафедры «Физико-математические методы», г. Москва

Соколов Владимир Николаевич,
доктор технических наук, заместитель генерального конструктора ФГУП МОКБ «Марс», г. Москва

Ведущая организация: АО «Конструкторское бюро приборостроения им. академика А.Г. Шипунова», г. Тула

Защита диссертации состоится «01» декабря 2016 г. в 14-00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.271.05 при ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр. Ленина, 92 (12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр. Ленина, 92 и на сайте <http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-212-271-05/morzova-sv/>.

Автореферат разослан «06» октября 2016 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Соколова
Марина Юрьевна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Релейные автоколебательные системы автоматического управления находят широкое применение в различных областях техники и в силу высоких динамических характеристик часто используются в качестве следящих. Автоколебания существенно затрудняют исследование режима слежения релейной системы, особенно на этапе синтеза, когда приходится анализировать большое число вариантов и проблематично использовать метод компьютерного моделирования, который требует значительных затрат машинного времени. Вследствие этого на практике для более оперативного исследования режима слежения, как правило, прибегают к простым приближенным методам, например, к линеаризации системы.

Исследованию релейных систем управления посвящено немало научных публикаций, в том числе широко известные труды А.А. Андропова, Я.З. Цыпкина, Г. Гамеля, Н.М. Крылова, Н.Н. Боголюбова, Ю.И. Неймарка, М.А. Айзермана, Е.П. Попова, Л.С. Гольдфарба, К. Астрома. Несмотря на разнообразие предлагаемых подходов, в этих работах рассматривались преимущественно релейные системы с линейными объектами управления, причем основное внимание уделялось исследованию периодических движений в системе. Между тем, модели реальных технических объектов, как правило, являются нелинейными (часто – кусочно-линейными).

Развиваемая на кафедре «Системы автоматического управления» Тульского государственного университета (ТулГУ) под научным руководством профессора Н.В. Фалдина прикладная теория релейных систем автоматического управления лишена отмеченных недостатков. В ее основу положена универсальная характеристика релейной системы – фазовый годограф. В рамках данной теории к настоящему моменту разработаны эффективные методы, позволяющие выполнять анализ (исследование периодических движений, оценивание их устойчивости, приближенное исследование режима слежения с помощью линеаризации по полезному сигналу) и синтез релейных систем с линейными и нелинейными объектами управления.

При использовании указанной теории на практике необходимо иметь в виду, что она ориентирована на системы со стабильными (постоянными) параметрами. Однако действительные значения параметров объекта управления реальной системы часто отличаются от расчетных (номинальных) вследствие влияния различных факторов. Выполненные исследования показали, что в некоторых случаях синтезированные с помощью данной теории релейные системы оказываются весьма чувствительными к изменению параметров объекта управления. При этом даже небольшие отклонения параметров от расчетных значений могут приводить к заметной потере точности слежения системы, а иногда – к ее неустойчивости. Отмеченный недостаток свойственен и другим известным методам синтеза релейных систем.

Таким образом, разработанная прикладная теория релейных систем управления нуждается в дополнении методами, позволяющими исследовать в процессе синтеза параметрическую чувствительность синтезируемой системы. Под чувствительностью характеристики системы к изменению некоторого параметра понимается значение первой производной исследуемой характеристики по данному параметру.

К сожалению, как показал анализ работ, посвященных вопросам теории чувствительности систем автоматического управления, в том числе монографий признанных авторитетов в данной области Е.Н. Розенвассера и Р.М. Юсупова, известные на данный момент методы исследования чувствительности релейных систем ориентированы преимущественно на системы с линейными объектами управления.

Сказанное выше позволяет заключить об актуальности темы диссертации.

Объектом исследования диссертации являются релейные автоколебательные следящие системы с кусочно-линейными объектами управления и двухпозиционным релейным элементом. Кусочно-линейные системы представляют собой чрезвычайно распространенный в технике класс нелинейных объектов управления. К ним относятся, например, объекты управления, содержащие различного рода ограничители, нелинейности типа люфтов, зон нечувствительности и т.д., а также линейные объекты (как тривиальный случай).

Целью работы является создание прикладной теории параметрической чувствительности релейных систем управления указанного класса. Эта теория должна включать в себя методы, позволяющие выполнять синтез высокоточных релейных автоколебательных следящих систем управления при задании ограничений на параметрическую чувствительность характеристик системы.

Для достижения поставленной цели потребовалось решить следующие **задачи**:

1. Разработать метод исследования чувствительности периодических движений в релейной системе.
2. Разработать метод исследования чувствительности критерия устойчивости периодических движений в релейной системе.
3. Создать методы исследования чувствительности точностных характеристик режима слежения релейной системы.
4. Разработать метод синтеза высокоточных релейных автоколебательных следящих систем при задании ограничений на параметрическую чувствительность характеристик системы.
5. Для иллюстрации работоспособности, эффективности и практической значимости разработанных методов выполнить с их помощью синтез следящего релейного автоколебательного объемного силового гидропривода при задании ограничений на параметрическую чувствительность характеристик привода.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использовались методы теории автоматического управления, теории конечномерной оптимизации, прикладной теории релейных систем автоматического управления на основе фазового годографа, положения теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории разностных уравнений, а также компьютерный вычислительный эксперимент.

В диссертации получены следующие **результаты, обладающие научной новизной и выносимые на защиту**:

1. Разработан метод исследования чувствительности периодических движений в релейной автоколебательной системе. Метод основан на использовании уравнений в вариациях, которые связывают отклонения параметров системы с отклонениями траектории периодического движения. Получены зависимости, задающие в явном виде функцию чувствительности периодической траектории системы, а также коэффициенты чувствительности полупериода автоколебаний и моментов переключения уравнений движения кусочно-линейных объектов.
2. Предложен метод вычисления матрицы чувствительности нормированной фундаментальной матрицы решений. Она задается сходящимся степенным матричным рядом и рассчитывается для каждого линейного уравнения, определяющего движение объекта управления. Эта матрица играет важную роль при исследовании чувствительности критерия устойчивости автоколебаний, а также чувствительности точностных характеристик режима слежения системы.
3. Предложен метод исследования чувствительности критерия устойчиво-

сти периодических движений в релейной автоколебательной системе. Рассматривалась асимптотическая орбитальная устойчивость, которая оценивается по величине собственных чисел матрицы устойчивости. Разработан алгоритм, позволяющий достаточно просто рассчитать коэффициенты чувствительности для каждого собственного числа данной матрицы. Совокупность указанных коэффициентов определяет чувствительность критерия устойчивости.

4. Разработаны два метода исследования чувствительности точностных характеристик режима слежения релейной автоколебательной системы за входными сигналами, основанные на частотном и дискретном методах линеаризации. С помощью метода на основе частотной линеаризации исследуется чувствительность систем с линейными объектами управления, а с помощью метода на основе дискретной линеаризации – чувствительность систем с кусочно-линейными объектами управления.

5. На основе перечисленных результатов разработан метод синтеза высокоточных релейных автоколебательных следящих систем управления при задании ограничений на параметрическую чувствительность характеристик системы. В соответствии с разработанным методом синтез системы сводится к решению сравнительно несложной задачи конечномерной оптимизации по точности режима слежения при задании ограничений на чувствительность различных характеристик системы к изменению параметров объекта управления. Включение в процедуру синтеза исследования чувствительности позволяет обеспечить высокое качество и работоспособность системы в реальных условиях эксплуатации, так как на практике весьма часто имеет место отклонение параметров объекта управления от номинальных значений (нестабильность параметров).

6. С помощью разработанных методов выполнен синтез следящего релейного автоколебательного объемного силового гидропривода при задании ограничений на чувствительность его характеристик к изменению скорости вращения приводящего двигателя гидронасоса. Именно этот параметр привода наиболее часто подвержен изменениям на практике. В результате синтеза удалось обеспечить стабильно высокую точность и работоспособность привода при изменении скорости вращения приводящего двигателя гидронасоса в весьма широком диапазоне.

Практическая значимость. Разработанные методы являются эффективным инструментом для синтеза высокоточных релейных автоколебательных следящих систем управления при задании ограничений на параметрическую чувствительность характеристик системы. С их помощью удастся обеспечить высокое качество и работоспособность системы в реальных условиях эксплуатации, так как на практике весьма часто имеет место отклонение параметров объекта управления от номинальных значений. Кроме того, эти методы охватывают релейные системы с кусочно-линейными объектами управления, которые широко распространены в технике.

Достоверность полученных в диссертации результатов обеспечивается корректным использованием методов исследования и подтверждается результатами компьютерных вычислительных экспериментов.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на VIII-й и IX-й Всероссийских научно-технических конференциях «Техника XXI века глазами молодых ученых и специалистов» (Тула, 2009 и 2010 гг.), на VIII-й Всероссийской юбилейной научно-технической конференции «Проблемы совершенствования робототехнических и интеллектуальных систем летательных аппаратов» (Москва, 2010 г.), на XII-й Международной конференции

«Проблемы управления и моделирования в сложных системах» (Самара, 2010 г.), на II-й Всероссийской научно-технической конференции «Мехатронные системы (теория и проектирование)» (Тула, 2011 г.).

Реализация результатов. В диссертации нашли отражение результаты исследований, проведенных автором в рамках гранта РФФИ № 14-08-00662 по теме «Прикладные методы исследования чувствительности релейных систем с нелинейными объектами управления», выполнявшегося в 2014 – 2016 годах. Разработанные в диссертации методы внедрены для практического использования в АО «Конструкторское бюро приборостроения им. академика А.Г. Шипунова» (г. Тула) и изучаются в рамках образовательного процесса ТулГУ.

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в 8 публикациях.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 102 наименований и приложения. Текст диссертации изложен на 167 страницах и содержит 53 рисунка и 2 таблицы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В работе рассматриваются одноканальные релейные автоколебательные следящие системы с кусочно-линейными объектами управления и двухпозиционным релейным элементом, функциональная схема которых соответствует рис. 1. Основное внимание уделяется исследованию системы с абстрактным кусочно-линейным объектом управления, движение которой описывается уравнениями:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, & \text{если } |\mathbf{L}^T\mathbf{x}| < D; \\ \mathbf{C}^*\mathbf{x} + \mathbf{B}^*u, & \text{если } |\mathbf{L}^T\mathbf{x}| > D, \end{cases} \quad (1)$$

$$u = \Phi(\varepsilon, A, b), \quad \varepsilon = y - \sigma(\mathbf{x}), \quad \sigma(\mathbf{x}) = \mathbf{R}^T\mathbf{x}, \quad (2)$$

где \mathbf{x} – n -мерный вектор состояния, \mathbf{C} и \mathbf{C}^* – матрицы размерностью $n \times n$, \mathbf{B} и \mathbf{B}^* – n -мерные векторы; \mathbf{L}^T – n -мерная вектор-строка, задающая симметричные переключающие гиперплоскости $\mathbf{L}^T\mathbf{x} \pm D = 0$, которые разделяют фазовое пространство системы на области, соответствующие одному из уравнений движения (1); y – входной сигнал, x_B – компонента вектора \mathbf{x} , соответствующая выходной координате системы, \mathbf{R}^T – n -мерная вектор-строка коэффициентов обратных связей, функция Φ задается статической характеристикой двухпозиционного релейного элемента (рис. 2).

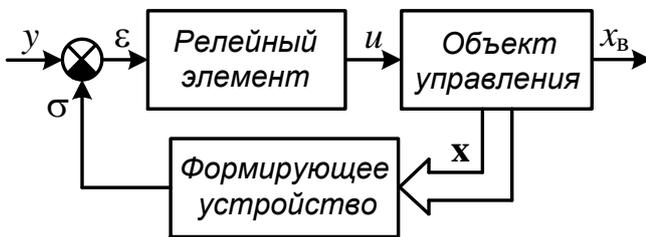


Рис. 1

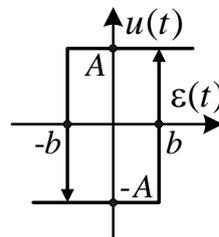


Рис. 2

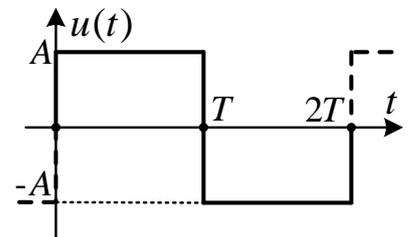


Рис. 3

В основу разрабатываемых в диссертации методов положен фазовый годограф релейной системы. В автономной ($y(t) \equiv 0$) системе (1), (2) периодическое движение может быть задано одной (любой) точкой с предельного цикла. Фазовым годографом релейной системы (1), (2) называется вектор-функция $\mathbf{x}^*(T)$, $0 \leq T < \infty$ ($2T$ – период), которая задает значения вектора состояния системы \mathbf{x} в симметричном периодическом движении в моменты переключения релейного

элемента с «минуса» на «плюс». Фазовый годограф выделяет все возможные простые (в интервале $0 \leq t < 2T$ управление $u(t)$ изменяет знак только два раза (см. рис. 3)) симметричные ($u(t+T) = -u(t)$, $x(t+T) = -x(t)$) периодические движения автономной релейной системы, когда еще не выбраны обратные связи.

Если построен фазовый годограф $x^*(T)$, то период $2T^0$ возникающего в автономной ($y(t) \equiv 0$) системе (1), (2) автоколебательного движения $x(t)$ рассчитывается из условия переключения релейного элемента с «минуса» на «плюс» и условия надлежащего направления переключения релейного элемента соответственно:

$$\mathbf{R}^T \mathbf{x}^*(T^0) = -b, \quad \mathbf{R}^T \mathbf{h} < 0, \quad (3)$$

где \mathbf{h} – значение вектора фазовой скорости $\dot{\mathbf{x}}$ на симметричной периодической траектории $\mathbf{x}(t)$ в моменты переключения релейного элемента с «минуса» на «плюс» в пределе слева. Задаваемое соотношениями (3) необходимое условие существования периодических движений на этапе синтеза позволяет формировать законы управления, обеспечивающие в системе требуемые параметры автоколебаний.

Результаты, представленные ниже, легко распространяются на системы с кусочно-линейными объектами управления общего вида, модели которых содержат несколько пар переключающих гиперплоскостей.

Важным подклассом кусочно-линейных объектов управления являются системы, содержащие ограничители. В работе рассматриваются два типа звеньев с ограничителями: звенья с ограничителями в форме насыщения, а также звенья с ограничителями в форме жестких механических упоров.

Движение звена с ограничителями в форме жестких механических упоров (рис. 4) задаётся уравнениями:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = \begin{cases} ku - 2ax_2 - \eta x_1, & \text{если } |x_1| < D \text{ или } |x_1| = D \text{ и } (ku - \eta x_1) \text{sign } x_1 \leq 0; \\ 0, & \text{если } |x_1| = D \text{ и } (ku - \eta x_1) \text{sign } x_1 > 0. \end{cases}$$

Предполагается, что удар об упор является абсолютно неупругим. В момент t^* входа на ограничитель $x_1(t^* - 0) = x_1(t^* + 0)$, $x_2(t^* + 0) = 0$. Сход с ограничителя в момент t^{**} непрерывен: $x_1(t^{**} - 0) = x_1(t^{**} + 0)$, $x_2(t^{**} - 0) = x_2(t^{**} + 0)$.

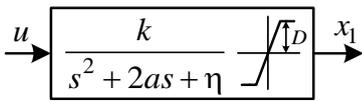


Рис. 4

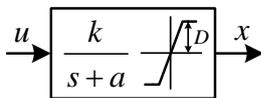


Рис. 5

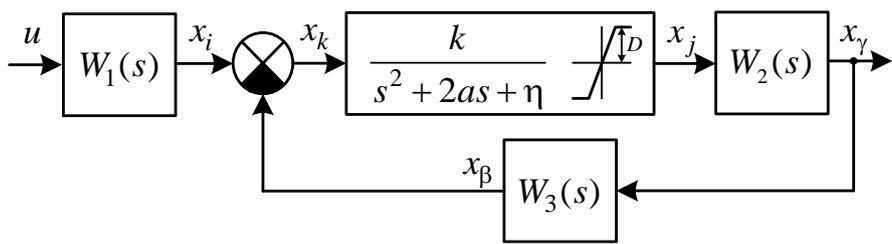


Рис. 6

Движение звена с ограничителями в форме насыщения, изображённого на рис. 5, определяется уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} ku - ax, & \text{если } |x| < D \text{ или } |x| = D \text{ и } (ku - ax) \text{sign } x \leq 0; \\ 0, & \text{если } |x| = D \text{ и } (ku - ax) \text{sign } x > 0. \end{cases}$$

Выходной сигнал звена $x(t)$ является непрерывной функцией времени.

На рис. 6 представлена структурная схема рассматриваемого в работе объекта управления, содержащего звено с ограничителями в форме жестких механических упоров. Имеет место наиболее сложный вариант расположения звена с ограничителями, когда оно охвачено местной обратной связью. Движение тако-

го объекта может быть задано уравнениями

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{cases} \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, & \text{если } |\mathbf{L}_j^T \mathbf{x}| < D \text{ или } |\mathbf{L}_j^T \mathbf{x}| = D \text{ и } \Pi \leq 0; \\ \mathbf{C}^* \mathbf{x} + \mathbf{B}^* u, & \text{если } |\mathbf{L}_j^T \mathbf{x}| = D \text{ и } \Pi > 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$\Pi = \mathbf{L}_{j+1}^T (\mathbf{C}\mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{B}u) \operatorname{sign}(\mathbf{L}_j^T \mathbf{x}), \quad (5)$$

которые по своей структуре практически аналогичны уравнениям движения кусочно-линейного объекта управления (1). Здесь \mathbf{x} – n -мерный вектор состояния; \mathbf{E} – диагональная матрица размерностью $n \times n$, её главная диагональ состоит из единиц, кроме $(j+1)$ -ой строки, которая соответствует фазовой переменной $x_{j+1} = \dot{x}_j$ и состоит из нулей; \mathbf{L}_j^T и \mathbf{L}_{j+1}^T – n -мерные вектор-строки, у которых в j -ом и в $(j+1)$ -ом столбце соответственно стоит единица, а все остальные элементы равны нулю, эти единичные элементы соответствуют фазовым переменным x_j и $x_{j+1} = \dot{x}_j$. Очевидно, первое уравнение системы (4) описывает «свободное» движение объекта управления (ограничители не достигаются), а второе – движение объекта на ограничителе.

Аналогичным образом могут быть заданы системы, содержащие несколько звеньев с ограничителями или звенья с ограничителями в форме насыщения.

Кроме того, в работе рассматривается тривиальный случай кусочно-линейных систем – линейные объекты управления.

Во введении диссертации дается обоснование актуальности темы исследования, показаны научная новизна и практическая значимость работы. Сформулированы цели и задачи исследования, проанализированы труды по теме диссертации.

Первая глава диссертации посвящена разработке метода исследования чувствительности периодических движений в релейной автоколебательной системе к отклонению параметров объекта управления от их номинальных значений. В ней рассматривалась автономная релейная автоколебательная система с абстрактным кусочно-линейным объектом управления, движение которого задается уравнениями

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{cases} \mathbf{C}(\alpha)\mathbf{x} + \mathbf{B}(\alpha)u, & \text{если } |\mathbf{L}^T \mathbf{x}| < D; \\ \mathbf{C}^*(\alpha)\mathbf{x} + \mathbf{B}^*(\alpha)u, & \text{если } |\mathbf{L}^T \mathbf{x}| > D, \end{cases} \quad (6)$$

причем входящие в их состав матрицы \mathbf{C} , \mathbf{C}^* , \mathbf{B} и \mathbf{B}^* зависят от некоторого неустойчивого параметра объекта управления α с номинальным значением $\alpha = \alpha_0$. Остальные обозначения, используемые в (6), аналогичны введенным для уравнений движения (1). Закон управления $u(t)$ задается равенством (2).

Для определенности предполагалось, что в системе (6), (2) при номинальном режиме работы ($\alpha = \alpha_0$) имеет место симметричное периодическое движение $\mathbf{x}(t)$, а качественный вид на полупериоде функции $\mathbf{L}^T \mathbf{x}(t)$, задающей моменты и последовательность переключений уравнений движения объекта управления, соответствует рис. 7. Заметим, что периодическая траектория $\mathbf{x}(t)$ обладает симметрией, поэтому можно ограничиться ее рассмотрением на полупериоде. Следует оговориться, что в работе для удобства момент времени $t=0$ всегда совмещался с моментом переключения релейного элемента с «минуса» на «плюс» на периодической траектории.

Анализ симметричной периодической траектории системы $\mathbf{x}(t)$ с полупериодом $T = T^0$, соответствующей номинальному значению α_0 параметра α , и близкой к ней симметричной периодической траектории системы $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + \delta\mathbf{x}(t)$ с полупериодом $T = T^0 + \delta T$, малое возмущение $\delta\mathbf{x}(t)$ которой обусловлено малым изме-

нением $\delta\alpha$ параметра α относительно номинального значения α_0 (см. рис. 7), позволил получить уравнения движения системы в вариациях:

$$\frac{d\delta\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{C}(\alpha_0)\delta\mathbf{x} + \left[\frac{d\mathbf{C}(\alpha_0)}{d\alpha}\mathbf{x} + \frac{d\mathbf{B}(\alpha_0)}{d\alpha}u \right] \delta\alpha, \quad (7)$$

$$\frac{d\delta\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{C}^*(\alpha_0)\delta\mathbf{x} + \left[\frac{d\mathbf{C}^*(\alpha_0)}{d\alpha}\mathbf{x} + \frac{d\mathbf{B}^*(\alpha_0)}{d\alpha}u \right] \delta\alpha. \quad (8)$$

Они связывают отклонение периодической траектории системы $\delta\mathbf{x}(t)$ с величиной изменения параметра α . Следует отметить, что при получении уравнений (7), (8), а также остальных результатов в рамках диссертационного исследования опускались величины, имеющие порядок малости выше первого относительно вариации $\delta\alpha$.

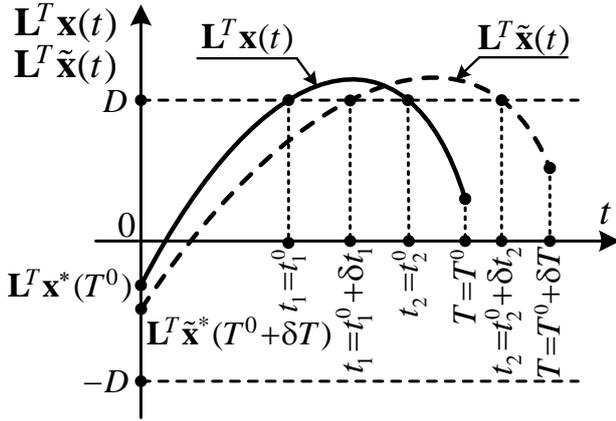


Рис. 7

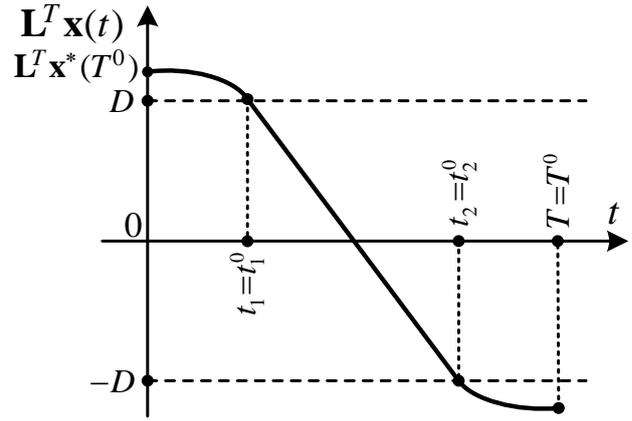


Рис. 8

Далее, с помощью уравнений (7), (8) была установлена связь между изменением параметра α и отклонением параметров периодической траектории $\mathbf{x}(t)$:

$$\delta\mathbf{x}^*(T^0) = \mathbf{K}_\alpha^* \delta\alpha, \quad \mathbf{K}_\alpha^* = -(\mathbf{I} + \bar{\mathbf{Q}}\mathbf{Q})^{-1}\bar{\mathbf{Q}}\mathbf{P}; \quad (9)$$

$$\delta T = K_\alpha^T \delta\alpha, \quad K_\alpha^T = \mathbf{R}^T (\mathbf{Q}(\mathbf{I} + \bar{\mathbf{Q}}\mathbf{Q})^{-1}\bar{\mathbf{Q}} - \mathbf{I})\mathbf{P}(\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))^{-1}; \quad (10)$$

$$\delta t_1 = K_\alpha^{t_1} \delta\alpha, \quad K_\alpha^{t_1} = -\mathbf{L}^T (\mathbf{V}(t_1^0)\mathbf{K}_\alpha^* + \mathbf{r}(0, t_1^0))(\mathbf{L}^T \dot{\mathbf{x}}^-(t_1^0))^{-1}; \quad (11)$$

$$\delta t_2 = K_\alpha^{t_2} \delta\alpha, \quad K_\alpha^{t_2} = -\mathbf{L}^T (\mathbf{W}(t_2^0 - t_1^0)\mathbf{Q}_1(\mathbf{V}(t_1^0)\mathbf{K}_\alpha^* + \mathbf{r}(0, t_1^0)) + \mathbf{g}(t_1^0, t_2^0))(\mathbf{L}^T \dot{\mathbf{x}}^-(t_2^0))^{-1}, \quad (12)$$

здесь $\delta\mathbf{x}^*(T^0)$ – отклонение значения фазового годографа $\mathbf{x}^*(T^0)$; \mathbf{K}_α^* – коэффициент чувствительности значения фазового годографа $\mathbf{x}^*(T^0)$; δT – отклонение значения полупериода автоколебаний T ; K_α^T – коэффициент чувствительности значения полупериода автоколебаний T ; δt_1 и δt_2 – отклонения значений моментов переключения уравнений движения t_1 и t_2 ; $K_\alpha^{t_1}$ и $K_\alpha^{t_2}$ – коэффициенты чувствительности значений моментов переключения уравнений движения t_1 и t_2 ; T^0 , t_1^0 , t_2^0 – значения параметров T , t_1 , t_2 для номинальной периодической траектории $\mathbf{x}(t)$. В равенствах (9) – (12): $\mathbf{V}(t) = e^{\mathbf{C}(\alpha_0)t}$ – нормированная фундаментальная матрица решений уравнения (7) при $\delta\alpha=0$; $\mathbf{r}(t_0, t)$ – решение уравнения (7) на интервале от t_0 до t при $\delta\mathbf{x}(0)=\mathbf{0}$, $\delta\alpha=1$ и $u(t)=A$; $\mathbf{W}(t) = e^{\mathbf{C}^*(\alpha_0)t}$ – нормированная фундаментальная матрица решений уравнения (8) при $\delta\alpha=0$; $\mathbf{g}(t_0, t)$ – решение уравнения (8) на интервале от t_0 до t при $\delta\mathbf{x}(0)=\mathbf{0}$, $\delta\alpha=1$ и $u(t)=A$; \mathbf{I} – единичная матрица;

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{I} - \dot{\mathbf{x}}^-(T^0)\mathbf{R}^T(\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))^{-1}, \quad (13)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{V}(T^0 - t_2^0)\mathbf{Q}_2\mathbf{W}(t_2^0 - t_1^0)\mathbf{Q}_1\mathbf{V}(t_1^0), \quad (14)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{V}(T^0 - t_2^0)\mathbf{Q}_2(\mathbf{W}(t_2^0 - t_1^0)\mathbf{Q}_1\mathbf{r}(0, t_1^0) + \mathbf{g}(t_1^0, t_2^0)) + \mathbf{r}(t_2^0, T^0), \quad (15)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{I} - (\dot{\mathbf{x}}^-(t_1^0) - \dot{\mathbf{x}}^+(t_1^0))\mathbf{L}^T(\mathbf{L}^T\dot{\mathbf{x}}^-(t_1^0))^{-1}, \quad \mathbf{Q}_2 = \mathbf{I} - (\dot{\mathbf{x}}^-(t_2^0) - \dot{\mathbf{x}}^+(t_2^0))\mathbf{L}^T(\mathbf{L}^T\dot{\mathbf{x}}^-(t_2^0))^{-1}. \quad (16)$$

Отметим, что в представленных в работе результатах индексами « \leftarrow » обозначаются пределы слева, а индексами « \rightarrow » – пределы справа, например, $\dot{\mathbf{x}}^-(t_1^0)$, $\dot{\mathbf{x}}^+(t_1^0)$.

С использованием уравнений в вариациях (7), (8), условий непрерывности периодических траекторий $\mathbf{x}(t)$ и $\tilde{\mathbf{x}}(t)$, а также соотношений (9) – (12) была получена функция чувствительности периодической траектории системы (6), (2):

$$\tilde{\mathbf{K}}_\alpha(t) = \begin{cases} \mathbf{V}(t)\mathbf{K}_\alpha^* + \mathbf{r}(0, t), & \text{если } 0 \leq t < t_1^0; \\ \mathbf{W}(t - t_1^0)\mathbf{Q}_1(\mathbf{V}(t_1^0)\mathbf{K}_\alpha^* + \mathbf{r}(0, t_1^0)) + \mathbf{g}(t_1^0, t), & \text{если } t_1^0 \leq t < t_2^0; \\ \mathbf{V}(t - t_2^0)\mathbf{Q}_2(\mathbf{W}(t_2^0 - t_1^0)\mathbf{Q}_1(\mathbf{V}(t_1^0)\mathbf{K}_\alpha^* + \mathbf{r}(0, t_1^0)) + \mathbf{g}(t_1^0, t_2^0)) + \mathbf{r}(t_2^0, t), & \text{если } t_2^0 \leq t \leq T^0. \end{cases} \quad (17)$$

Полученные в работе коэффициенты чувствительности K_α^T , $K_\alpha^{t_1}$, $K_\alpha^{t_2}$, \mathbf{K}_α^* и функция чувствительности $\tilde{\mathbf{K}}_\alpha(t)$ полностью определяют чувствительность периодического движения $\mathbf{x}(t)$ системы (6), (2) к изменению параметра α . Если найдены указанные показатели чувствительности, то периодическое движение $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ в параметрически возмущенной системе (6), (2), пренебрегая величинами, имеющими порядок малости выше первого относительно $\delta\alpha$, можно задать с помощью равенств:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{x}(t) + \tilde{\mathbf{K}}_\alpha(t)\delta\alpha, & \tilde{\mathbf{x}}^*(T^0 + \delta T) &= \mathbf{x}^*(T^0) + \mathbf{K}_\alpha^*\delta\alpha, \\ T &= T^0 + K_\alpha^T\delta\alpha, & t_1 &= t_1^0 + K_\alpha^{t_1}\delta\alpha, & t_2 &= t_2^0 + K_\alpha^{t_2}\delta\alpha. \end{aligned} \quad (18)$$

В случае, если функция $\mathbf{L}^T\mathbf{x}(t)$ имеет качественный вид на полупериоде, представленный на рис. 8, все полученные выше результаты сохранят свою справедливость, если в выражениях для коэффициентов и функции чувствительности попарно заменить матрицы \mathbf{C} на \mathbf{C}^* , \mathbf{C}^* на \mathbf{C} , \mathbf{V} на \mathbf{V}^* , \mathbf{V}^* на \mathbf{V} , а также функции $\mathbf{V}(t)$ на $\mathbf{W}(t)$, $\mathbf{W}(t)$ на $\mathbf{V}(t)$, $\mathbf{r}(t_0, t)$ на $\mathbf{g}(t_0, t)$ и $\mathbf{g}(t_0, t)$ на $\mathbf{r}(t_0, t)$.

Результаты, необходимые для исследования параметрической чувствительности релейных систем с линейными объектами управления, легко следуют из соответствующих результатов для релейных систем с кусочно-линейными объектами управления и не требуют отдельного рассмотрения.

Объекты управления, содержащие звенья с ограничителями, относятся к классу кусочно-линейных систем. Поэтому для исследования чувствительности периодических движений в релейных системах с такими объектами управления вполне можно использовать представленные выше результаты. Справедливость данного утверждения была показана в работе на примере исследования автономной релейной автоколебательной системы с объектом управления, содержащим звено с ограничителями в форме жестких механических упоров (ограничение накладывается на фазовую переменную x_j), движение которой задается уравнениями:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} \mathbf{C}(\alpha)\mathbf{x} + \mathbf{V}(\alpha)u, & \text{если } |\mathbf{L}_j^T\mathbf{x}| < D \text{ или } |\mathbf{L}_j^T\mathbf{x}| = D \text{ и } \Pi \leq 0, \\ \mathbf{C}^*(\alpha)\mathbf{x} + \mathbf{V}^*(\alpha)u, & \text{если } |\mathbf{L}_j^T\mathbf{x}| = D \text{ и } \Pi > 0; \end{cases} \quad (19)$$

$$\Pi = \mathbf{L}_{j+1}^T(\mathbf{C}(\alpha)\mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{V}(\alpha)u) \text{ sign}(\mathbf{L}_j^T\mathbf{x}), \quad u = \Phi(\varepsilon, A, b), \quad \varepsilon = y - \mathbf{R}^T\mathbf{x},$$

причем входящие в их состав матрицы \mathbf{C} , \mathbf{C}^* , \mathbf{V} и \mathbf{V}^* зависят от некоторого изменяющегося параметра объекта управления α с номинальным значением $\alpha = \alpha_0$. Остальные обозначения, используемые в (19), аналогичны введенным для уравне-

ний движения (4), (5). Для определенности предполагалось, что в системе при номинальном режиме работы имеет место симметричное периодическое движение $x(t)$, причем качественный вид на полупериоде траектории $x_j(t)$ соответствует рис. 9.

Исследование показало, что равенства (7) – (18) (если в них заменить L^T на L_j^T) сохраняют свою справедливость и для системы (19), за исключением выражений, определяющих матрицы преобразования Q_1 и Q_2 , а также коэффициент чувствительности $K_\alpha^{t_2^0}$ момента $t = t_2^0$ схода траектории $x(t)$ с ограничителя. А именно,

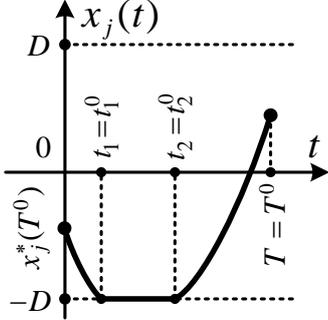


Рис. 9

$$K_\alpha^{t_2^0} = - \frac{L_{j+1}^T \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} E x^-(t_2^0) + L_{j+1}^T \frac{dB(\alpha_0)}{d\alpha} A}{L_{j+1}^T C(\alpha_0) E \dot{x}^-(t_2^0)} - \frac{L_{j+1}^T C(\alpha_0) E (W(t_2^0 - t_1^0) Q_1 (V(t_1^0) K_\alpha^* + r(0, t_1^0)) + g(t_1^0, t_2^0))}{L_{j+1}^T C(\alpha_0) E \dot{x}^-(t_2^0)},$$

Q_2 представляет собой единичную матрицу размерностью $n \times n$ (n – порядок системы), Q_1 является диагональной матрицей той же размерности, у которой на главной диагонали стоят единицы, кроме j -ой и $(j+1)$ -ой строки. Эти строки соответствуют фазовым переменным x_j , $x_{j+1} = \dot{x}_j$ и состоят из нулей.

Изменения, которые необходимо внести в представленные выше результаты в случае, когда траектория $x_j(t)$ на полупериоде имеет иной качественный вид, представляются весьма очевидными и не требующими отдельного рассмотрения.

На практике в модели реальных объектов управления могут входить несколько нестабильных параметров. В диссертации было показано, что исследование чувствительности релейных автоколебательных систем с такими объектами управления можно свести к комплексному исследованию с определением показателей чувствительности системы отдельно по каждому нестабильному параметру.

В качестве примеров в работе с помощью предложенного метода были выполнены исследования параметрической чувствительности периодических движений в релейном газовом рулевом приводе (линейный объект управления) и в релейном электроприводе постоянного тока (объект управления содержит звено с ограничителями). Сопоставление результатов исследования характеристик периодического движения в рассматриваемых релейных приводах при наличии параметрического отклонения, полученных с использованием рассчитанных показателей чувствительности и с помощью компьютерного моделирования указанных приводов, показало высокую эффективность предложенного метода.

Во второй главе диссертации разрабатывается метод исследования параметрической чувствительности критерия устойчивости периодических движений в релейной автоколебательной системе. В соответствии с указанным критерием, предложенным в рамках упомянутой выше прикладной теории релейных систем автоматического управления, определение устойчивости симметричного периодического движения в автономной релейной автоколебательной системе сводится к исследованию устойчивости некоторого линейного однородного разностного уравнения с постоянными коэффициентами, которое задается матрицей G (далее – матрица устойчивости). Именно, если собственные числа λ_i ($i = \overline{1, n}$) матрицы G удовлетворяют неравенствам $|\lambda_i| < 1$ ($i = \overline{1, n}$), то соответствующее периодическое движе-

ние релейной автоколебательной системы асимптотически орбитально устойчиво.

Устойчивость симметричного периодического движения $\mathbf{x}(t)$ в исследуемой релейной системе с кусочно-линейным объектом управления (6), (2) в номинальном режиме работы ($\alpha = \alpha_0$) оценивается по собственным числам матрицы

$$\mathbf{G}(\alpha_0) = \bar{\mathbf{Q}}(\alpha_0) \mathbf{Q}(\alpha_0), \quad (20)$$

где

$$\bar{\mathbf{Q}}(\alpha_0) = \mathbf{I} - \dot{\mathbf{x}}^-(T^0) \mathbf{R}^T (\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))^{-1}. \quad (21)$$

При этом выражение для матрицы \mathbf{Q} определяется качественным видом функции $\mathbf{L}^T \mathbf{x}(t)$ на полупериоде. Как и выше, предполагалось, что функция $\mathbf{L}^T \mathbf{x}(t)$ имеет качественный вид на полупериоде, аналогичный представленному на рис. 7. Тогда

$$\mathbf{Q}(\alpha_0) = \mathbf{V}(\alpha_0, T^0 - t_2^0) \mathbf{Q}_2(\alpha_0) \mathbf{W}(\alpha_0, t_2^0 - t_1^0) \mathbf{Q}_1(\alpha_0) \mathbf{V}(\alpha_0, t_1^0). \quad (22)$$

В случае, если качественный вид функции $\mathbf{L}^T \mathbf{x}(t)$ соответствует рис. 8, то

$$\mathbf{Q}(\alpha_0) = \mathbf{W}(\alpha_0, T^0 - t_2^0) \mathbf{Q}_2(\alpha_0) \mathbf{V}(\alpha_0, t_2^0 - t_1^0) \mathbf{Q}_1(\alpha_0) \mathbf{W}(\alpha_0, t_1^0).$$

Для матриц \mathbf{Q}_1 и \mathbf{Q}_2 справедливы соотношения (16), фундаментальные матрицы

$$\mathbf{V}(\alpha, t) = e^{\mathbf{C}(\alpha)t}, \quad \mathbf{W}(\alpha, t) = e^{\mathbf{C}^*(\alpha)t}. \quad (23)$$

Анализ выражения для определения матрицы устойчивости $\mathbf{G}(\alpha_0)$ симметричной периодической траектории движения системы (6), (2) $\mathbf{x}(t)$ с полупериодом $T = T^0$, соответствующей номинальному значению α_0 параметра α , и выражения для определения матрицы устойчивости $\mathbf{G}(\alpha_0 + \delta\alpha)$ близкой к $\mathbf{x}(t)$ симметричной периодической траектории системы $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + \delta\mathbf{x}(t)$ с полупериодом $T = T^0 + \delta T$, малое возмущение $\delta\mathbf{x}(t)$ которой обусловлено малым изменением $\delta\alpha$ параметра α относительно номинального значения α_0 , с учетом результатов, полученных в первой главе, позволил представить соотношение для определения матрицы устойчивости автоколебаний в параметрически возмущенной системе в виде:

$$\mathbf{G}(\alpha_0 + \delta\alpha) = \mathbf{G}(\alpha_0) + \tilde{\mathbf{G}}(\alpha_0) \delta\alpha,$$

здесь

$$\tilde{\mathbf{G}}(\alpha_0) = \frac{d\mathbf{G}(\alpha_0)}{d\alpha} = \frac{d\bar{\mathbf{Q}}(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{Q}(\alpha_0) + \bar{\mathbf{Q}}(\alpha_0) \frac{d\mathbf{Q}(\alpha_0)}{d\alpha}. \quad (24)$$

Входящие в состав (24) производные определяются согласно выражениям:

$$\frac{d\bar{\mathbf{Q}}(\alpha_0)}{d\alpha} = (\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) \mathbf{R}^T (\mathbf{R}^T \mathbf{K}_\alpha^{0-}) - \mathbf{K}_\alpha^{0-} \mathbf{R}^T (\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))) (\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))^{-2}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{Q}(\alpha_0)}{d\alpha} = & \frac{d\mathbf{V}(\alpha, T(\alpha) - t_2(\alpha))}{d\alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_0} \mathbf{Q}_2(\alpha_0) \mathbf{W}(\alpha_0, t_2^0 - t_1^0) \mathbf{Q}_1(\alpha_0) \mathbf{V}(\alpha_0, t_1^0) + \\ & + \mathbf{V}(\alpha_0, T^0 - t_2^0) \frac{d\mathbf{Q}_2(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{W}(\alpha_0, t_2^0 - t_1^0) \mathbf{Q}_1(\alpha_0) \mathbf{V}(\alpha_0, t_1^0) + \\ & + \mathbf{V}(\alpha_0, T^0 - t_2^0) \mathbf{Q}_2(\alpha_0) \frac{d\mathbf{W}(\alpha, t_2(\alpha) - t_1(\alpha))}{d\alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_0} \mathbf{Q}_1(\alpha_0) \mathbf{V}(\alpha_0, t_1^0) + \\ & + \mathbf{V}(\alpha_0, T^0 - t_2^0) \mathbf{Q}_2(\alpha_0) \mathbf{W}(\alpha_0, t_2^0 - t_1^0) \frac{d\mathbf{Q}_1(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{V}(\alpha_0, t_1^0) + \\ & + \mathbf{V}(\alpha_0, T^0 - t_2^0) \mathbf{Q}_2(\alpha_0) \mathbf{W}(\alpha_0, t_2^0 - t_1^0) \mathbf{Q}_1(\alpha_0) \frac{d\mathbf{V}(\alpha, t_1(\alpha))}{d\alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_0}, \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\mathbf{K}_\alpha^{0-} = -\frac{d\mathbf{C}(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{x}^*(T^0) - \mathbf{C}(\alpha_0) \mathbf{K}_\alpha^* + \frac{d\mathbf{B}(\alpha_0)}{d\alpha} A, \quad (27)$$

$$\frac{d\mathbf{Q}_1(\alpha_0)}{d\alpha} = \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(t_1^0) - \dot{\mathbf{x}}^+(t_1^0)) \mathbf{L}^T (\mathbf{L}^T \mathbf{K}_\alpha^{1-}) + (\mathbf{K}_\alpha^{1+} - \mathbf{K}_\alpha^{1-}) \mathbf{L}^T (\mathbf{L}^T \dot{\mathbf{x}}^-(t_1^0))}{(\mathbf{L}^T \dot{\mathbf{x}}^-(t_1^0))^2}, \quad (28)$$

$$\mathbf{K}_\alpha^{1-} = \frac{d\mathbf{C}(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{x}^-(t_1^0) + \mathbf{C}(\alpha_0) \tilde{\mathbf{K}}_\alpha(t_1^0 - 0) + \frac{d\mathbf{B}(\alpha_0)}{d\alpha} A, \quad (29)$$

$$\mathbf{K}_\alpha^{1+} = \frac{d\mathbf{C}^*(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{x}^+(t_1^0) + \mathbf{C}^*(\alpha_0) \tilde{\mathbf{K}}_\alpha(t_1^0 + 0) + \frac{d\mathbf{B}^*(\alpha_0)}{d\alpha} A, \quad (30)$$

$$\frac{d\mathbf{Q}_2(\alpha_0)}{d\alpha} = \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(t_2^0) - \dot{\mathbf{x}}^+(t_2^0)) \mathbf{L}^T (\mathbf{L}^T \mathbf{K}_\alpha^{2-}) + (\mathbf{K}_\alpha^{2+} - \mathbf{K}_\alpha^{2-}) \mathbf{L}^T (\mathbf{L}^T \dot{\mathbf{x}}^-(t_2^0))}{(\mathbf{L}^T \dot{\mathbf{x}}^-(t_2^0))^2}, \quad (31)$$

$$\mathbf{K}_\alpha^{2-} = \frac{d\mathbf{C}^*(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{x}^-(t_2^0) + \mathbf{C}^*(\alpha_0) \tilde{\mathbf{K}}_\alpha(t_2^0 - 0) + \frac{d\mathbf{B}^*(\alpha_0)}{d\alpha} A, \quad (32)$$

$$\mathbf{K}_\alpha^{2+} = \frac{d\mathbf{C}(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{x}^+(t_2^0) + \mathbf{C}(\alpha_0) \tilde{\mathbf{K}}_\alpha(t_2^0 + 0) + \frac{d\mathbf{B}(\alpha_0)}{d\alpha} A. \quad (33)$$

В диссертации был предложен оригинальный метод вычисления матриц чувствительности нормированных фундаментальных матриц, входящих в состав равенства (26). Именно, пусть Ψ и Θ – произвольные квадратные матрицы одинаковой размерности, а $\delta\varepsilon$ – малая скалярная величина. С использованием разложения матричного экспоненциала в степенной матричный ряд была установлена справедливость соотношения

$$e^{(\Psi + \Theta \delta\varepsilon)} = e^\Psi + \delta\varepsilon \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(i+1)!} \sum_{j=0}^i \Psi^{i-j} \Theta \Psi^j \right), \quad (34)$$

в котором опущены величины, имеющие порядок малости выше первого относительно $\delta\varepsilon$. В свою очередь, с помощью (34) удалось получить выражения для искомых матриц чувствительности:

$$\left. \frac{d\mathbf{V}(\alpha, T(\alpha) - t_2(\alpha))}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0} = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(i+1)!} \sum_{j=0}^i (\mathbf{C}(\alpha_0)(T^0 - t_2^0))^{i-j} \left(\mathbf{C}(\alpha_0)(K_\alpha^T - K_\alpha^{t_2^0}) + \frac{d\mathbf{C}(\alpha_0)}{d\alpha} (T^0 - t_2^0) \right) (\mathbf{C}(\alpha_0)(T^0 - t_2^0))^j \right), \quad (35)$$

$$\left. \frac{d\mathbf{W}(\alpha, t_2(\alpha) - t_1(\alpha))}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0} = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(i+1)!} \sum_{j=0}^i (\mathbf{C}^*(\alpha_0)(t_2^0 - t_1^0))^{i-j} \left(\mathbf{C}^*(\alpha_0)(K_\alpha^{t_2^0} - K_\alpha^{t_1^0}) + \frac{d\mathbf{C}^*(\alpha_0)}{d\alpha} (t_2^0 - t_1^0) \right) (\mathbf{C}^*(\alpha_0)(t_2^0 - t_1^0))^j \right), \quad (36)$$

$$\left. \frac{d\mathbf{V}(\alpha, t_1(\alpha))}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0} = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(i+1)!} \sum_{j=0}^i (\mathbf{C}(\alpha_0)t_1^0)^{i-j} \left(\mathbf{C}(\alpha_0)K_\alpha^{t_1^0} + \frac{d\mathbf{C}(\alpha_0)}{d\alpha} t_1^0 \right) (\mathbf{C}(\alpha_0)t_1^0)^j \right). \quad (37)$$

При расчете (35) – (37) можно ограничиться вычислением 10 – 20 членов ряда.

Соотношения (24) – (33), (35) – (37), а также представленные выше результаты (9) – (17) позволяют определить матрицу $\tilde{\mathbf{G}}$, которая задает чувствительность матрицы устойчивости \mathbf{G} к отклонению параметра α объекта управления.

На практике целесообразно непосредственно определять чувствительность собственных чисел матрицы \mathbf{G} . В работе был предложен алгоритм вычисления коэффициентов чувствительности каждого собственного числа λ_i ($i = \overline{1, n}$) мат-

рицы \mathbf{G} к изменению параметра α . Эти коэффициенты задаются равенствами:

$$K_{\alpha}^{\lambda_i} = - \left(\sum_{j=0}^n v_j (\lambda_i^0)^j \right) \left(\sum_{k=1}^n k a_k (\lambda_i^0)^{k-1} \right)^{-1}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (38)$$

Здесь λ_i^0 – номинальное значение собственного числа λ_i , v_j ($j = \overline{0, n}$) – некоторые постоянные коэффициенты, определяемые численно, a_k ($k = \overline{0, n}$) – коэффициенты характеристического полинома $a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_0$ матрицы $\mathbf{G}(\alpha_0)$.

Таким образом, в работе под чувствительностью критерия устойчивости автоколебаний понимаются коэффициенты (38). Если определены указанные коэффициенты, собственные числа матрицы $\mathbf{G}(\alpha_0 + \delta\alpha)$, опуская величины, имеющие порядки малости выше первого относительно $\delta\alpha$, могут быть заданы соотношениями:

$$\lambda_i = \lambda_i^0 + K_{\alpha}^{\lambda_i} \delta\alpha, \quad i = \overline{1, n}.$$

В случае, если функция $\mathbf{L}^T \mathbf{x}(t)$ имеет качественный вид на полупериоде, представленный на рис. 8, следует руководствоваться сформулированным выше алгоритмом действий.

Устойчивость номинального симметричного периодического движения $\mathbf{x}(t)$ в автономной релейной автоколебательной системе (19), содержащей звено с ограничителями, также оценивается по собственным числам матрицы \mathbf{G} , которая задается равенствами (20), (21) и соотношениями (22), (23) (в случае, если качественный вид траектории $x_j(t)$ соответствует рис. 9). В работе было показано, что при этом матрицы \mathbf{Q}_1 и \mathbf{Q}_2 не зависят от параметра α , поэтому при исследовании чувствительности системы предложенным методом следует иметь в виду, что

$$\frac{d\mathbf{Q}_1(\alpha_0)}{d\alpha} = \frac{d\mathbf{Q}_2(\alpha_0)}{d\alpha} = \mathbf{0}. \quad (39)$$

В качестве примеров в работе с помощью предложенного метода были выполнены исследования чувствительности критерия устойчивости автоколебаний в ранее упомянутых релейном газовом рулевом приводе и релейном электроприводе постоянного тока. Сопоставление результатов исследования собственных чисел матриц устойчивости автоколебаний в рассматриваемых релейных приводах при наличии отклонений их параметров с использованием полученных коэффициентов чувствительности с результатами непосредственного расчета указанных собственных чисел показало высокую эффективность предложенного метода.

Третья глава диссертации посвящена разработке методов исследования чувствительности точностных характеристик режима слежения релейной автоколебательной системы за входными сигналами. Первый из них основан на хорошо зарекомендовавшем себя методе дискретной линеаризации релейной системы по полезному сигналу, который обладает высокой точностью и универсальностью, поскольку его можно использовать при любом нелинейном объекте управления. В соответствии с методом дискретной линеаризации исследование режима слежения релейной автоколебательной системы сводится к исследованию некоторого линейного разностного уравнения. Линеаризующее разностное уравнение для рассмотренной выше релейной системы с кусочно-линейным объектом управления (6), (2) в номинальном режиме работы при условии существования в системе устойчивого периодического движения $\mathbf{x}(t)$ с периодом $2T^0$ задается равенством:

$$\delta \mathbf{x}^+((k+1)T^0) = \mathbf{M}(\alpha_0) \delta \mathbf{x}^+(kT^0) + \mathbf{N}(\alpha_0) y((k+1)T^0), \quad (40)$$

где

$$\mathbf{M}(\alpha_0) = \widehat{\mathbf{Q}}(\alpha_0) \mathbf{Q}(\alpha_0), \quad \widehat{\mathbf{Q}}(\alpha_0) = \mathbf{I} - (\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) - \dot{\mathbf{x}}^+(T^0)) \mathbf{R}^T (\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))^{-1},$$

$$\mathbf{N}(\alpha_0) = (\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) - \dot{\mathbf{x}}^+(T^0)) (\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))^{-1}.$$

Выражение для матрицы \mathbf{Q} определяется качественным видом функции $\mathbf{L}^T \mathbf{x}(t)$. Как и выше, предполагалось, что вид этой функции на полупериоде соответствует рис. 7. Таким образом, матрица \mathbf{Q} по-прежнему задается равенством (22).

Разностное уравнение (40) позволяет рассчитать решетчатую функцию $\delta \mathbf{x}^+(kT^0)$, с помощью которой легко оценивается точность режима слежения, поскольку она выделяет среднюю (полезную) составляющую движения системы, на которую наложены автоколебания. Учитывая большой разнос частот входного сигнала и автоколебаний в релейных системах, в функции $\delta \mathbf{x}^+(kT^0)$ аргумент kT^0 , как правило, можно заменить на t , т.е. перейти к непрерывному времени.

В системах автоматического управления точность режима слежения часто оценивается с помощью частотных характеристик. Установившееся движение в дискретно линеаризованной системе (6), (2) при слежении за гармоническим сигналом

$$y(t) = c \cos(\omega t) + d \sin(\omega t) \quad (41)$$

определяется равенством

$$\delta \mathbf{x}^+(kT^0) = \mathbf{D} \cos(\omega kT^0) + \mathbf{H} \sin(\omega kT^0), \quad (42)$$

где \mathbf{D} и \mathbf{H} – некоторые n -мерные векторы, зависящие от матриц \mathbf{M} и \mathbf{N} , а также от скалярных величин c , d , ω и T^0 . В соответствии с (41), (42), перейдя к непрерывному времени t , легко получить выражения для амплитудной и фазовой частотных характеристик линеаризованной системы, а также для амплитуды установившейся ошибки слежения системы за сигналом (41).

Анализ линеаризующих разностных уравнений для системы (6), (2) при работе соответственно в номинальном режиме и в условиях малого отклонения $\delta \alpha$ параметра α от номинального значения позволил получить разностное уравнение

$$\mathbf{S}_\alpha((k+1)T^0) = \mathbf{M}(\alpha_0) \mathbf{S}_\alpha(kT^0) + \frac{d\mathbf{M}(\alpha_0)}{d\alpha} \delta \mathbf{x}^+(kT^0) + \frac{d\mathbf{N}(\alpha_0)}{d\alpha} y((k+1)T^0) - \mathbf{M}(\alpha_0) \delta \dot{\mathbf{x}}^+(kT^0) \mathbf{K}_\alpha^T, \quad (43)$$

из которого легко определяется решетчатая функция $\mathbf{S}_\alpha(kT^0) = \partial \delta \mathbf{x}^+(kT^0) / \partial \alpha$, задающая чувствительность к изменению параметра α решетчатой функции $\delta \mathbf{x}^+(kT^0)$, т.е. чувствительность каждой ее дискреты. Таким образом, функция $\mathbf{S}_\alpha(kT^0)$ определяет чувствительность средней (полезной) составляющей движения исследуемой релейной системы, на которую наложены автоколебания.

Выражения для матриц, входящих в (43), имеют вид:

$$\frac{d\mathbf{M}(\alpha_0)}{d\alpha} = \frac{d\widehat{\mathbf{Q}}(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{Q}(\alpha_0) + \widehat{\mathbf{Q}}(\alpha_0) \frac{d\mathbf{Q}(\alpha_0)}{d\alpha},$$

$$\frac{d\mathbf{N}(\alpha_0)}{d\alpha} = \frac{(\mathbf{K}_\alpha^{0-} - \mathbf{K}_\alpha^{0+}) (\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0)) - (\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) - \dot{\mathbf{x}}^+(T^0)) (\mathbf{R}^T \mathbf{K}_\alpha^{0-})}{(\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))^2},$$

где

$$\frac{d\widehat{\mathbf{Q}}(\alpha_0)}{d\alpha} = \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) - \dot{\mathbf{x}}^+(T^0)) \mathbf{R}^T (\mathbf{R}^T \mathbf{K}_\alpha^{0-}) - (\mathbf{K}_\alpha^{0-} - \mathbf{K}_\alpha^{0+}) \mathbf{R}^T (\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))}{(\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))^2},$$

$$\mathbf{K}_\alpha^{0+} = -\frac{d\mathbf{C}(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{x}^*(T^0) - \mathbf{C}(\alpha_0) \mathbf{K}_\alpha^* - \frac{d\mathbf{B}(\alpha_0)}{d\alpha} \mathbf{A}.$$

Коэффициент \mathbf{K}_α^{0-} определяется равенством (27), а производная $d\mathbf{Q}(\alpha_0)/d\alpha$ – соотношениями (26), (28) – (33), (35) – (37).

Таким образом, средняя (полезная) составляющая движения параметрически возмущенной релейной системы (6), (2) может быть задана в виде:

$$\delta\tilde{\mathbf{x}}^+(kT^0) = \delta\mathbf{x}^+(kT^0) + \mathbf{S}_\alpha(kT^0)\delta\alpha.$$

Далее, в работе были получены выражения для определения матриц $\tilde{\mathbf{D}}$ и $\tilde{\mathbf{H}}$, задающих функцию чувствительности средней (полезной) составляющей движения

$$\mathbf{S}_\alpha(kT^0) = \tilde{\mathbf{D}}\cos(\omega kT^0) + \tilde{\mathbf{H}}\sin(\omega kT^0) \quad (44)$$

системы (6), (2) при обработке гармонического сигнала (41). С помощью данной функции можно легко исследовать частотные характеристики параметрически возмущенной системы, а также ее ошибку слежения за указанным входным сигналом.

Кроме того, рассмотрен способ повышения точности предложенного метода.

При определении чувствительности характеристик режима слежения системы (19) предложенным методом следует учитывать тождество (39).

Далее, в работе был предложен второй метод, позволяющий весьма просто исследовать чувствительность точностных характеристик режима слежения релейной автоколебательной системы с линейным объектом управления с помощью частотной линеаризации. При выполнении частотной линеаризации структурная схема релейной системы с нестабильным параметром α преобразуется к виду, представленному на рис. 10, а релейный элемент (РЭ) заменяется коэффициентом передачи K_P , который в номинальном режиме работы ($\alpha = \alpha_0$) задается равенством:

$$K_P(\alpha_0) = \left[2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \operatorname{Re} \left(W \left(\frac{j\pi k}{T^0}, \alpha_0 \right) \right) \right]^{-1}, \quad (45)$$

где $j = \sqrt{-1}$; $2T^0$ – номинальное значение периода автоколебаний; $W(s, \alpha)$, $\tilde{W}(s, \alpha)$ – некоторые передаточные функции, зависящие от параметра α .

Рис. 10

С использованием (45) было получено выражение для производной

$$\frac{dK_P(\alpha_0)}{d\alpha} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \operatorname{Re} \left(\frac{\partial W(j\pi k(T^0)^{-1}, \alpha_0)}{\partial \alpha} - \frac{\partial W(j\pi k(T^0)^{-1}, \alpha_0)}{\partial s} K_\alpha^T j\pi k(T^0)^{-2} \right)}{2 \left[\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \operatorname{Re} \left(W(j\pi k(T^0)^{-1}, \alpha_0) \right) \right]^2},$$

которая задает чувствительность коэффициента передачи линеаризованного релейного элемента. С её помощью несложно перейти к исследованию чувствительности передаточных функций замкнутой системы, определяющих режим слежения.

В качестве примеров в работе с помощью частотного и дискретного методов были выполнены исследования чувствительности точности режима слежения соответственно релейного газового рулевого привода и релейного электропривода постоянного тока, упомянутых выше. При этом точность слежения характеризовалась амплитудой установившейся ошибки слежения привода за тестовым гармоническим сигналом. Сопоставление результатов исследования амплитуды установившейся ошибки слежения рассматриваемых релейных приводов при наличии параметрического отклонения, полученных с использованием рассчитанных показателей чувствительности и с помощью компьютерного моделирования указанных приводов, показало высокую эффективность предложенных методов.

В четвертой главе на основе результатов, полученных в предыдущих главах диссертации, разрабатывается метод синтеза высокоточных релейных автоколебательных следящих систем управления при задании ограничений на параметрическую чувствительность характеристик системы. В соответствии с разработанным методом синтез релейной следящей системы сводится к решению сравнительно несложной задачи конечномерной оптимизации по точности режима слежения. При этом в процессе конечномерной оптимизации контролируется параметрическая чувствительность характеристик синтезируемой системы посредством предложенных в первых трех главах работы методов. Метод позволяет выполнять синтез системы в пространстве состояний.

Предварительный этап синтеза релейной системы начинается с построения ее фазового годографа, с помощью которого определяется желаемое значение периода автоколебаний и соответствующая ему периодическая траектория движения системы. При этом рассматривается номинальный режим работы системы. Полученные результаты позволяют заблаговременно до решения задачи конечномерной оптимизации выполнить ряд операций, требующих специальных вычислений: например, рассчитать вспомогательные матрицы, которые необходимы для исследования устойчивости автоколебаний, линеаризации системы, определения показателей чувствительности. После этого на основании требований к допустимым значениям (отклонениям) характеристик системы при заданном диапазоне изменения нестабильных параметров формируются ограничения в виде неравенств на показатели чувствительности характеристик системы к изменению этих параметров. Кроме того, при необходимости формируются ограничения на значения коэффициентов обратных связей системы, учитывающие условия их технической реализации.

На основном этапе синтеза решается задача конечномерной оптимизации в пространстве состояний системы. Критерием оптимизации является заданная в том или ином виде точность режима слежения системы, работающей в номинальном режиме, определяемая по линеаризованной системе. В число базовых ограничений входят: необходимое условие существования в системе периодических движений с желаемыми параметрами, условия их единственности и асимптотической орбитальной устойчивости, ограничения, отражающие специфику работы системы, ограничения на параметрическую чувствительность характеристик синтезируемой системы.

В качестве иллюстрирующего примера в главе рассматривается синтез с помощью разработанных методов релейного автоколебательного объемного силового гидропривода по точности режима слежения с учетом ограничений на чувствительность характеристик привода к изменению скорости вращения приводящего двигателя гидронасоса. Структурная схема модели гидропривода представлена на рис. 11.

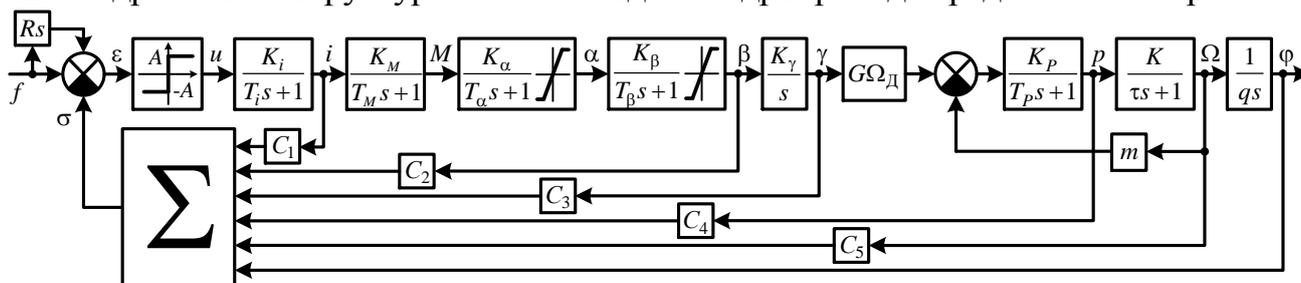


Рис. 11

Здесь f – входной управляющий сигнал, u – выходной сигнал релейного усилителя мощности, ϕ – угол поворота выходного вала редуктора (нагрузки), Ω_d – скорость

вращения приводящего двигателя гидронасоса с номинальным значением $\Omega_{\text{д}}^0$. Неустойчивость указанного параметра отрицательно влияет на точностные характеристики и работоспособность привода. В модели присутствуют два звена с ограничителями в форме насыщения, однако не учитывается ряд присущих гидроприводу нелинейностей, влиянием которых при синтезе можно пренебречь. Гидропривод как объект управления относится к кусочно-линейным системам.

В условиях допустимых отклонений скорости вращения приводящего двигателя гидронасоса в пределах 20% от номинального значения $\Omega_{\text{д}}^0$ требовалось за счет выбора коэффициентов обратных связей достигнуть максимальной точности слежения гидропривода за тестовым входным сигналом $f = \sin 1,26t$ (наиболее сложным для воспроизведения) в номинальном режиме работы и при этом обеспечить максимальное отклонение величины амплитуды e_{max} установившейся ошибки слежения $e(t) = f(t) - \varphi(t)$ от ее номинального значения в пределах, не превышающих 50%.

В полном соответствии с изложенным выше методом на предварительном этапе синтеза был построен фазовый годограф $\mathbf{x}^*(T)$ разомкнутого гидропривода при номинальном значении параметра $\Omega_{\text{д}}$, здесь \mathbf{x} – вектор состояния. С его помощью, исходя из конструктивных особенностей привода, было установлено, что значение полупериода автоколебаний в системе должно отвечать неравенству $T > 0,017$ с и выбрано желаемое значение полупериода $T^0 = 0,025$ с. Также были вычислены вспомогательные матрицы, сформированы ограничения на чувствительность.

Процедура конечномерной оптимизации релейного закона управления выполнялась в четырехмерном пространстве коэффициентов обратных связей системы C_1, C_3, C_4, C_5 для номинального режима работы. Критерием оптимизации выступала амплитуда e_{max} установившейся ошибки слежения $e(t)$ замкнутого гидропривода за тестовым сигналом, определяемая по дискретно линеаризованной модели. На каждом шаге оптимизации из условия переключения релейного элемента рассчитывался согласующий коэффициент обратной связи C_2 и вычислялся коэффициент усиления R корректирующего звена.

Далее, в процессе оптимизации проверялось выполнение необходимого условия существования в системе периодического движения с желаемым значением периода, условия его единственности, критерия асимптотической орбитальной устойчивости автоколебаний: $|\lambda_i| < 1$ ($i = \overline{1,8}$), где λ_i – собственные числа матрицы устойчивости \mathbf{G} . Кроме того, дополнительно проверялось выполнение ограничений на показатели, характеризующие чувствительность полупериода и критерия устойчивости автоколебаний в гидроприводе, чувствительность амплитуды установившейся ошибки слежения привода за тестовым сигналом к изменению параметра $\Omega_{\text{д}}$, которые были сформированы в виде неравенств:

$$(T^0 \pm K_{\Omega_{\text{д}}}^T \Delta) > 0,017; \quad \left| \lambda_i^0 \pm K_{\Omega_{\text{д}}}^{\lambda_i} \Delta \right| < 1, \quad i = \overline{1,8}; \quad \left| \frac{\sqrt{(D_{\varphi} \pm \tilde{D}_{\varphi} \Delta)^2 + (H_{\varphi} \pm \tilde{H}_{\varphi} \Delta - 1)^2}}{\sqrt{(D_{\varphi})^2 + (H_{\varphi} - 1)^2}} - 1 \right| < 0,5;$$

где $D_{\varphi}, \tilde{D}_{\varphi}, H_{\varphi}, \tilde{H}_{\varphi}$ – компоненты векторов $\mathbf{D}, \tilde{\mathbf{D}}, \mathbf{H}, \tilde{\mathbf{H}}$, соответствующие выходной координате системы φ ; $\Delta = 0,2\Omega_{\text{д}}^0$ – максимально допустимое абсолютное отклонение параметра $\Omega_{\text{д}}$; $K_{\Omega_{\text{д}}}^T$ – коэффициент чувствительности полупериода автоколебаний; $K_{\Omega_{\text{д}}}^{\lambda_i}$ ($i = \overline{1,8}$) – коэффициенты чувствительности собственных чисел матрицы \mathbf{G} . Векторы \mathbf{D} и \mathbf{H} задают полезную составляющую установившегося движения (42) в

дискретно линеаризованном гидроприводе при обработке тестового гармонического сигнала, а векторы \vec{D} и \vec{H} – функцию чувствительности этой составляющей, которая определяется равенством (44), если в нем α заменить на Ω_D . Перечисленные показатели чувствительности рассчитывались с помощью предложенных методов.

Задача конечномерной оптимизации решалась с помощью генетического алгоритма, реализованного в математическом пакете *Matlab*, и в результате были получены оптимальные значения коэффициентов обратных связей гидропривода. Кроме того, для сравнения был выполнен синтез гидропривода без учета ограничений на чувствительность. В табл. 1 приведены значения амплитуд установившихся ошибок слежения e_{\max} замкнутого гидропривода (с законами управления, синтезированными с учетом и без учета ограничений на чувствительность) за тестовым сигналом, полученные с помощью компьютерного моделирования привода.

Табл. 1

$\delta\Omega_D/\Omega_D^0$		-20%	-10%	0%	10%	20%
e_{\max} , мрад	Привод, синтезированный с учетом ограничений на чувствительность	7,70	5,97	5,45	5,90	7,48
	Привод, синтезированный без учета ограничений на чувствительность	21,01	10,09	4,55	Система неустойчива	Система неустойчива

Таким образом, в номинальном режиме работы более высокую точность демонстрирует замкнутый гидропривод, синтезированный без учета ограничений на чувствительность. Однако его характеристики не отличаются стабильностью: отклонение e_{\max} от номинального значения при снижении Ω_D на 20% достигает 360%, а при Ω_D , превышающем номинальное значение, система становится неработоспособной, так как автоколебательный процесс в ней теряет устойчивость.

В то же время, замкнутый гидропривод, синтезированный с учетом ограничений на чувствительность, с запасом удовлетворяет предъявляемым требованиям: при любых допустимых отклонениях параметра Ω_D он сохраняет работоспособность, а отклонение e_{\max} от номинального значения не превышает 42%. Таким образом, он обладает существенно более высокими качественными характеристиками и работоспособностью. Исследование показало, что при этом также обеспечивается выполнение требования к допустимым значениям полупериода автоколебаний.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Разработан метод исследования чувствительности периодических движений в релейной автоколебательной системе.
2. Разработан метод исследования чувствительности критерия устойчивости периодических движений в релейной автоколебательной системе.
3. Предложены методы исследования чувствительности точностных характеристик режима слежения релейной автоколебательной системы.
4. На основе перечисленных результатов разработан метод синтеза высокоточных релейных автоколебательных следящих систем при задании ограничений на параметрическую чувствительность характеристик системы.
5. С помощью разработанных методов выполнен синтез следящего релейного автоколебательного объемного силового гидропривода при задании ограничений на параметрическую чувствительность характеристик привода.

Таким образом, задачи, поставленные в диссертации, полностью решены, а цель работы достигнута.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Моржова, С.В. Анализ чувствительности периодических движений в релейных автоколебательных системах / С.В. Моржова // VIII Всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Техника XXI века глазами молодых ученых и специалистов». Материалы докладов. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2009. – С. 74 – 81.

2. Моржова, С.В. Методы исследования чувствительности автоколебаний в релейных системах управления к изменению параметров объекта управления / С.В. Моржова, Н.В. Фалдин // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Труды XII Международной конференции (Самара, 2010 г.). – Самара: Самарский научный центр РАН, 2010. – С. 398 – 403.

3. Моржова, С.В. Исследование чувствительности режима слежения в релейных автоколебательных системах с помощью частотного метода / С.В. Моржова // IX Всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Техника XXI века глазами молодых ученых и специалистов». Материалы докладов. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. – С. 134 – 138.

4. Моржова, С.В. Исследование чувствительности режима слежения в релейных автоколебательных системах / С.В. Моржова, Н.В. Фалдин // Проблемы совершенствования робототехнических и интеллектуальных систем летательных аппаратов: Сб. докл. VIII-й Всероссийской юбилейной научно-технической конференции «Проблемы совершенствования робототехнических и интеллектуальных систем летательных аппаратов», Москва, МАИ, 21-23 июня 2010 г. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. – С. 380 – 385.

5. Моржова, С.В. Частотный метод исследования чувствительности режима слежения в релейных автоколебательных системах / С.В. Моржова, Н.В. Фалдин // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Вып. 2. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2011. – С. 159 – 164.

6. Моржова, С.В. Исследование чувствительности режима слежения релейных автоколебательных систем на основе дискретной линеаризации / С.В. Моржова // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Вып. 5, Ч.1. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2011. – С. 72 – 81.

7. Моржова, С.В. Синтез релейного автоколебательного объемного силового гидропривода при задании ограничений на чувствительность / А.В. Моржов, С.В. Моржова // Мехатроника, автоматизация, управление, 2012, №6. – С. 27 – 34.

8. Моржова, С.В. Метод исследования чувствительности периодических движений в релейной системе с кусочно-линейным объектом управления / А.В. Моржов, С.В. Моржова // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Вып. 4. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2016. – С. 236 – 247.