

На правах рукописи



**ФАМ КОНГ ТХАНГ**

**ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
НА ОСНОВЕ МУЛЬТИКВАДРАТИЧНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО  
ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Специальность 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Тула 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования (ФГБОУ ВО) «Тульский государственный университет».

Научный руководитель: кандидат технических наук,  
**КОПЫЛОВ Андрей Валериевич**

Официальные оппоненты: **ВИЗИЛЬТЕР Юрий Валентинович**,  
доктор физико-математических наук, старший научный  
сотрудник, Федеральное государственное унитарное  
предприятие «Государственный научно-  
исследовательский институт авиационных систем»,  
начальник подразделения

**РЕЙЕР Иван Александрович**,  
кандидат технических наук, Федеральное  
государственное учреждение «Федеральный  
исследовательский центр «Информатика и управление»  
Российской академии наук», научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение  
науки «Институт проблем управления имени В.А.  
Трапезникова Российской академии наук»

Защита состоится «22» июня 2016 г. в 16 часов на заседании диссертационного  
совета Д 212.271.05 при ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет»  
(300012, г. Тула, пр. Ленина, 92, ауд. 12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский  
государственный университет» и на сайте

(<http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-212-271-05/fam-kt/>)

Автореферат разослан «05» апреля 2016 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Соколова  
Марина Юрьевна

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность работы.**

Одной из основных проблем, возникающих в процессе обработки изображений, в особенности полученных в плохих условиях регистрации, является подавление шума при сохранении исходной локальной структуры границ и резких перепадов яркости, имеющих на изображении. Важность данной проблемы для построения систем компьютерного зрения привела к появлению большого количества научных исследований по этой тематике (Gijbels I., Perona P., Malik J., Tomasi C., Manduchi R., He K., Sun J., Jeon J., Portilla J, Shin M, Saeedi J., Копылов А.В.). В тоже время, развитие технических средств получения цифровых изображений приводит к увеличению объемов данных и ужесточению требований к скорости их обработки. В связи с этим задача разработки быстродействующих параметрических процедур обработки изображений с сохранением локальных особенностей является актуальной.

Принцип оценивания результата обработки по наблюдаемому изображению на основе максимума апостериорной вероятности приводит к задаче минимизации действительностнозначной целевой функции, часто называемой функцией гиббсовской энергии, определенной на множестве всех возможных вариантов результата обработки, и играющей роль штрафа на несоответствие между каждой возможной версией результата и обрабатываемым массивом данных.

Вычислительная эффективность процедуры динамического программирования на ациклических графах (ациклического динамического программирования) делает особенно интересными методы, использующие для оптимизации целевой функции ациклические графы (Tappen M., Freeman W., Weiss, Y., Felzenszwalb P., Huttenlocher D, Wainwright M., Kolmogorov V., Rother C.), такие как Belief Propagation (BP) и Tree-Reweighted Message Passing Sequential (TRWS). Алгоритмы BP, TRWS занимают в настоящее время лидирующие позиции с точки зрения точности получаемого решения. Но в данных алгоритмах целевые переменные принимают дискретные значения из конечного множества и, так или иначе, присутствует перебор по всем возможным значениям каждого оцениваемого элемента скрытого поля, что приводит к повышенным требованиям к объему памяти и существенно замедляет обработку особенно при большом количестве возможных значений, обусловленном требованиями к точности решения исходной задачи.

В случае непрерывных переменных, составляющих скрытую компоненту поля, подлежащего оцениванию, перебор по всем их значениям становится невозможным. Тем не менее для ряда моделей, например, когда потенциальные функции являются квадратичными, или заданы в виде модуля разности, существуют параметрические процедуры оценивания (De la Rosa I., Bouman C., Карцева А.).

**Проблемная ситуация** заключается в том, что известные параметрические процедуры обработки упорядоченных данных на основе принципа динамического программирования позволяют учитывать лишь весьма узкий класс априорных предположений о решаемой прикладной задаче, оставаясь в рамках линейной нормальной модели скрытого случайного поля. В тоже время важным требованием к модели обрабатываемых данных является возможность сохранения различий между значениями соседних элементов на локальных границах и их сглаживание в остальных частях изображения. Следовательно, в задачах оценивания изображений

парно-потенциальная функция, выражающая априорные предположения об искомом результате обработки, должна обладать свойствами сохранения локальной структуры границ с целью получения высокого качества оценивания.

**Другая проблемная ситуация.** Одной из основных проблем байесовского подхода является высокая вычислительная сложность соответствующих процедур минимизации для известных типов критериев, сохраняющих локальные особенности данных, которые оказываются трудноприменимыми к изображениям с высоким разрешением. Поэтому для предлагаемого вида парно-потенциальных функций требуется разработать эффективную с точки зрения быстродействия и требований к вычислительным ресурсам процедуру минимизации.

**Третья проблемная ситуация.** В работе<sup>1</sup> рассматривается процедура оптимизации критерия для обработки сигналов на основе динамического программирования с заданием парных потенциалов в виде функции Блейка-Зиссермана. Показано, что на каждом шаге процедуры промежуточные функции одной переменной, называемые функциями Беллмана, представлены конечным числом квадратичных функций. Но при применении подобной процедуры для обработки двумерных массивов данных на основе древовидной аппроксимации решетчатого графа смежности переменных количество квадратичных функций в представлении функций Беллмана растет экспоненциально. Таким образом, для обработки изображений должен быть разработан способ сокращения количества квадратичных функций в составе функций Беллмана.

Для разрешения проблемных ситуаций в данной работе предложен новый вид парно-потенциальных функций, позволяющий более гибко задавать штраф на различие значений смежных целевых переменных с целью учета более широкого класса предположений о характере анализируемых данных, в том числе наличия разрывов и скачков. В отличие от моделей с фиксированным множеством значений скрытых переменных новая модель с непрерывными переменными позволила разработать эффективные параметрические процедуры оптимизации на основе принципа динамического программирования на ациклических графах. Для уменьшения количества квадратичных функций разработаны способы аппроксимации функций Беллмана, позволившие применить метод древовидной аппроксимации решетчатого графа смежности элементов изображения.

**Цель работы.** Целью диссертационной работы является применение гиббсовских математических моделей случайных полей для разработки эффективных с вычислительной точки зрения параметрических алгоритмов обработки изображений с сохранением локальных особенностей на основе метода динамического программирования в непрерывных переменных, а также их практическая реализация для решения задачи восстановления зашумленных изображений.

**Задачи исследования.** Для достижения указанной цели в диссертации сформулированы и решены следующие основные задачи:

1. Формальная постановка задачи сглаживания изображений с сохранением локальных особенностей как задачи сепарабельной оптимизации с критерием,

---

<sup>1</sup> A Signal Processing Algorithm Based on Parametric Dynamic Programming / Kopylov Andrey [et al.] // Lecture Notes in Computer Science. 2010. V. 6134: p. 280-286.

содержащим минимум из набора квадратичных функций от квадрата разности значений соседних переменных.

2. Исследование свойств оптимизационного критерия, содержащего парные потенциалы гиббсовского случайного поля на кликах в виде функции двух соседних переменных, которая является минимумом из набора квадратичных функций.

3. Задача уменьшения количества квадратичных функций, необходимых для представления функций Беллмана, на каждом шаге процедуры динамического программирования.

4. Исследование и разработка параметрических процедур оптимизации целевой функции с новыми моделями данных на основе ациклического динамического программирования.

5. Экспериментальное исследование свойств разработанных процедур в задаче анализа данных, в частности, в задаче сглаживания и восстановления изображений с сохранением локальных особенностей. Проведение сравнительных исследований алгоритмов минимизации гиббсовской энергии.

**Объект и предмет исследования.** Объектом исследования являются задачи обработки изображений с сохранением локальных особенностей. Предметом исследования является повышение качества и быстродействия алгоритмов обработки изображений с сохранением локальных особенностей на основе принципа динамического программирования.

**Научная новизна и положения, выносимые на защиту:**

1. Новая гиббсовская математическая модель изображения и результата его обработки на основе задания парных потенциалов гиббсовского случайного поля в виде функции двух соседних переменных, являющейся минимумом из набора квадратичных функций.

2. Формальная постановка задачи сглаживания изображений с сохранением локальных особенностей как задачи сепарабельной оптимизации с критерием, содержащим минимум из набора квадратичных функций от квадрата разности значений соседних переменных.

3. Способ уменьшения количества квадратичных функций, необходимых для представления функции Беллмана, на основе беспризнакового метода кластеризации  $k$ -средних.

4. Новые неитерационные процедуры оптимизации функции гиббсовской энергии на основе мультиквадратичной процедуры динамического программирования с различными способами уменьшения количества квадратичных функций в представлении функции Беллмана.

5. Применения разработанных процедур, основанных на новых моделях данных, для восстановления изображений с сохранением структуры и локальных особенностей.

**Методы исследования:** теоретические исследования основаны на применении гиббсовских математических моделей изображений, древовидной марковской модели в задаче анализа массивов упорядоченных данных, оптимизационной процедуры ациклического динамического программирования. Экспериментальные исследования осуществлены на реальных данных.

**Достоверность полученных результатов** подтверждается корректным применением математического аппарата, а также согласованностью выводов и данных экспериментальных исследований.

**Практическая ценность результатов работы:** разработанные процедуры и алгоритмы могут быть применены для решения широко класса прикладных задач, в частности, для обработки изображений с высокой эффективностью и качеством.

**Связь с плановыми научными исследованиями.** Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 13-07-00529-а).

**Реализация и внедрение результатов работы.** Разработанные в диссертации процедуры и алгоритмы применены для решения задачи восстановления зашумленных изображений. Разработанные процедуры и алгоритмы используются в учебном процессе на кафедре «Информационная безопасность» в ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» при преподавании дисциплин «Компьютерные методы обработки изображений», «Системы технического зрения», «Компьютерное зрение»; на факультете информационных технологий Данангского педагогического университета (г. Дананг, Вьетнам), при проведении лекционных и практических занятий по дисциплине «Геоинформационные системы».

**Апробация работы.** Основные положения и результаты работы докладывались на научно-технической конференции «Техническое зрение в системах управления-ТЗСУ 2015» (г. Москва, 2015); международной научно-технической конференции «Фотограмметрические измерения и анализ видеопоследовательностей в биометрических и медицинских приложениях» (ISPRS-International Workshop “Photogrammetric techniques for video surveillance, biometrics and biomedicine” – PSBB 15 Workshop, г. Москва, 2015); X региональной магистерской научной конференции ТулГУ (РМНК, г. Тула, 2015); IX Региональной молодежной научно-практической конференции "Молодежные инновации" (г. Тула, 2015), научных семинарах кафедры ИБ ТулГУ (2013-2015 г.).

**Публикации.** Основное содержание работы отражено в 10 публикациях, среди них 5 статей в научных изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки РФ; 1 статья, входящая в международную базу цитирования SCOPUS; 3 публикации тезисов докладов на конференциях различного уровня. Получено 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, приложений. Работа изложена на 136 страницах машинописного текста, содержит 35 рисунков и 10 таблиц. Список литературы содержит 117 наименований. Общий объем – 140 страниц.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность разработанных алгоритмов обработки изображений с сохранением локальных особенностей на основе динамического программирования. Определены цели и задачи исследования, положения, выносимые на защиту. Описана общая структура диссертации.

**В первой главе** описаны рассматриваемый в диссертации класс задач анализа массивов упорядоченных данных и общая задача восстановления изображений с сохранением локальных особенностей. Приведен обзор и анализ современных

методов решения данной задачи. Описаны общая структура оператора оценивания параметров модели изображения и результат его обработки, эквивалентная гиббсовская модель изображения, а также базовая процедура оптимизации парно-сепарабельных целевых функций на основе процедуры динамического программирования с древовидной смежностью переменных. Сформулированы основные проблемы существующих методов обработки изображений с сохранением локальных особенностей.

Задача оценивания значений скрытой функции  $\mathbf{X} = (x_t, \mathbf{t} \in T)$   $T = \{\mathbf{t} = (t_1, t_2)\}$ ,  $t_1 = 1, \dots, N_1$ ,  $t_2 = 1, \dots, N_2$  при известном наблюдении  $\mathbf{Y} = (y_t, \mathbf{t} \in T)$  может быть поставлена формально как задача минимизации действительной целевой функции  $J(\mathbf{X}|\mathbf{Y})$ , определенной на множестве всех возможных вариантов результата обработки  $\mathbf{X} = (x_t, \mathbf{t} \in T)$ :

$$J(\mathbf{X}|\mathbf{Y}) = \sum_{\mathbf{t} \in T} \psi_{\mathbf{t}}(x_{\mathbf{t}} | Y_{\mathbf{t}}) + \sum_{(\mathbf{t}', \mathbf{t}'') \in G} \gamma_{\mathbf{t}', \mathbf{t}''}(x_{\mathbf{t}'}, x_{\mathbf{t}''}). \quad (1)$$

При использовании гиббсовской математической модели изображения функция (1) имеет смысл гиббсовской энергии на кликах.

Структура целевой функции отражает свойство упорядоченности анализируемых данных вдоль двух аргументов и определяется при помощи ненаправленного графа смежности переменных  $G \subset T \times T$ . Узловые функции  $\psi_{\mathbf{t}}(x_{\mathbf{t}} | \mathbf{Y}_{\mathbf{t}})$ , соответствующие единичным гиббсовским потенциалам, выбираются в зависимости от конкретной решаемой задачи. Данные функции играют роль штрафа на различие значений исходных данных  $\mathbf{Y}$  и результирующей функции  $\mathbf{X}$  (1), и обычно выбираются квадратичными. Каждая функция связи  $\gamma_{\mathbf{t}', \mathbf{t}''}(x_{\mathbf{t}'}, x_{\mathbf{t}''})$ , соответствующая парному гиббсовскому потенциалу, налагает штраф на негладкость результата обработки на соответствующем ребре  $(\mathbf{t}', \mathbf{t}'')$  графа соседства  $G$  и может иметь различные формы представления. Так квадратичные функции связи соответствуют предположению о нормальном априорном распределении  $\mathbf{X}$ .

Результат анализа данных  $\hat{\mathbf{X}}(\mathbf{Y})$  определяется условием:

$$\hat{\mathbf{X}}(\mathbf{Y}) = \arg \min_{x_t \in \mathbf{X}} J(\mathbf{X}|\mathbf{Y}).$$

Обзор методов оптимизации для минимизации гиббсовской энергии показывает, что лидирующее положение по качеству и быстродействию в настоящее время занимают алгоритмы, использующие ациклические графы смежности целевых переменных. Такие методы, как BP (Belief Propagation), TRW-S (Sequential Tree-weighted message passing), позволяют обеспечить требуемую точность получаемого решения, но перебор по всем возможным значениям каждой оцениваемой переменной приводит к снижению быстродействия, особенно для изображения высокого разрешения. В случае непрерывных переменных, составляющих скрытую компоненту поля, подлежащего оцениванию, перебор по всем их значениям становится невозможным. Обзор различных способов параметрического задания парных потенциалов на кликах, обладающих свойством сохранения разрывов и скачков в данных, показывает, что большинство из них приводят к критериям, для которых отсутствуют эффективные методы оптимизации.

В работе<sup>2</sup> было показано, что парно-сепарабельная целевая функция (1) допускает построение эффективных неитерационных процедур глобальной оптимизации в том случае, когда граф смежности ее переменных не имеет циклов, то есть представляет собой дерево. Процедура оптимизации при этом состоит в рекуррентной декомпозиции исходной задачи оптимизации функции  $|T|$  переменных, где  $|T|$  означает количество элементов в множестве  $T$ , на последовательность  $|T|$  элементарных подзадач оптимизации функции лишь одной переменной. Элементарные функции одной переменной  $\tilde{J}_t(x_t)$ , подлежащие оптимизации на каждом шаге процедуры минимизации целевой функции с древовидной сепарабельностью, играют ту же роль, что и функции Беллмана в классическом динамическом программировании, являющиеся расширенными функциями Беллмана. В случае непрерывных переменных, например при  $\mathbf{X} = (x_t, \mathbf{t} \in T), x_t \in \mathbb{R}^n$ , численная реализация процедуры динамического программирования возможна лишь, если существует конечно-параметрическое семейство функций  $\tilde{J}(x, \mathbf{a})$ , замкнутое относительно узловых функций  $\psi_t(x_t)$  и функций связи  $\gamma_{t,t''}(x_t, x_{t''})$  в том смысле, что функции Беллмана  $\tilde{J}_t(x_t)$  на каждом шаге принадлежат этому семейству. В этом случае процедура оптимизации состоит в рекуррентном пересчете параметров  $\tilde{a}_t$ , которые полностью представляют функции Беллмана  $\tilde{J}_t(x_t) = \tilde{J}_t(x_t, \tilde{a}_t)$ .

При нахождении оптимальных значений переменных для обработки двухмерных данных процедура ациклического динамического программирования, использующая древовидную аппроксимацию решетчатого графа соседства  $G$  комбинацией частичных деревьев смежности (рис.1), сводится к комбинации двух обычных процедур динамического программирования отдельно по строкам и столбцам изображения, рассматриваемых как сигналы на одномерной оси. При вертикальном проходе в качестве узловых функций должны быть использованы так называемые маргинальные функции Беллмана:

$$\hat{J}_t(x_t) = \min_{x_s, s \in T, s \neq t} J(\mathbf{X} | \mathbf{Y}), \quad (2)$$

представляющие собой зависимость частичного критерия для строки от отдельной переменной при оптимальном значении всех остальных переменных в этой строке.

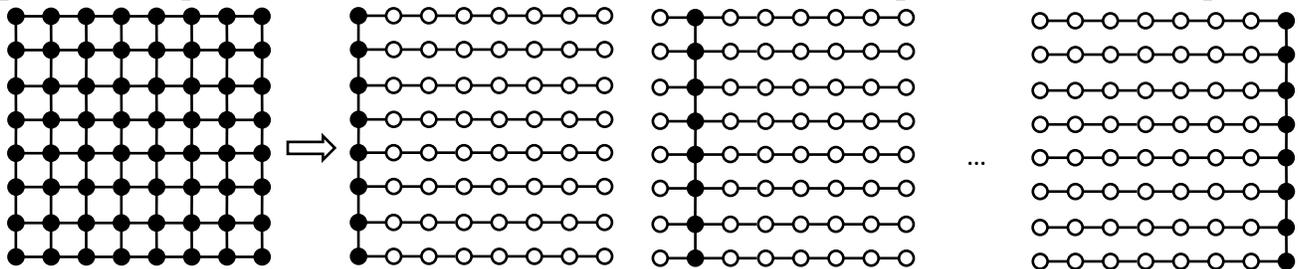


Рис. 1. Древовидная аппроксимация решетчатого графа смежности

Маргинальные функции определяют оптимальные значения переменных:

$$\hat{x}_t(x_t) = \arg \min_{x_t \in \mathbf{X}} \tilde{J}_t(x_t).$$

<sup>2</sup> Optimization techniques on pixel neighborhood graphs for image processing/ Mottl V.V. [et al.] // Graph-Based Representations in Pattern Recognition, Computing Supplement (12). Wien: Springer-Verlag, 1998: pp. 135-145.

Далее на основании вышеизложенного поставлены цель и основные задачи исследования.

**Во второй главе** предлагается новый способ задания априорных парных потенциалов моделей скрытого марковского случайного поля на кликах в виде функции двух соседних переменных, являющейся минимумом из набора квадратичных функций. Такой способ задания парных потенциалов в отличие от линейной нормальной модели, где используется одна квадратичная функция, позволяет моделировать как известные в литературе парно-потенциальные функции, обладающие свойствами сохранения локальных особенностей, так и задавать функции нового вида, обеспечивающие гибкую настройку параметров сглаживания для различных диапазонов разности значений смежных целевых переменных.

Описываются разработанные быстродействующие алгоритмы минимизации гиббсовской энергии с учетом новых моделей данных с древовидной аппроксимацией решетчатого графа соседства элементов изображения на основе динамического программирования.

### ***Новый способ задания парных потенциалов на кликах в виде функции двух соседних переменных***

Предлагается новый вид функции связи (парно-потенциальных функций), представляющий собой минимум из набора квадратичных функций:

$$\gamma_t(x_t, x_{t-1}) = u \min [\gamma_t^{(1)}(x_t, x_{t-1}), \dots, \gamma_t^{(L)}(x_t, x_{t-1})], \quad (3)$$

где  $u$  – параметр сглаживания,  $\gamma_t^{(i)}(x_t, x_{t-1}) = \lambda^{(i)}(x_t - x_{t-1})^2 + d^{(i)}$  – квадратичные функции с параметрами  $\lambda^{(i)}$  и  $d^{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, L$ .

Такой вид функций связи позволяет более гибко задавать априорные предпочтения, используя различные коэффициенты штрафа для разных диапазонов различий между значениями соседних элементов изображения.

### ***Мультиквадратичная процедура динамического программирования для массивов данных (изображений) с сохранением резких изменений***

Рассмотрен частный случай вида функции связи в (3), имеющий форму минимума из набора квадратичных функций вместо единственной квадратичной функции (рис.2):

$$\gamma_t(x_t, x_{t-1}) = u \min [\lambda^{(1)}(x_t - x_{t-1})^2 + d^{(1)}, \dots, \lambda^{(L-1)}(x_t - x_{t-1})^2 + d^{(L-1)}, \Delta^2], \quad (4)$$

где  $\Delta$ ,  $u$  – параметры сглаживания,  $\lambda^{(i)}(x_t - x_{t-1})^2 + d^{(i)}$  – квадратичные функции с параметрами  $\lambda^{(i)}$  и  $d^{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, L-1$ .

Такие функции связи обладают необходимыми свойствами для сохранения резких изменений в анализируемых данных.

Узловые функции выбираются в квадратичном виде:

$$\psi_t(x_t) = (x_t - y_t)^2. \quad (5)$$

В этом случае можно построить параметрическую процедуру динамического программирования для минимизации критерия в виде (1).

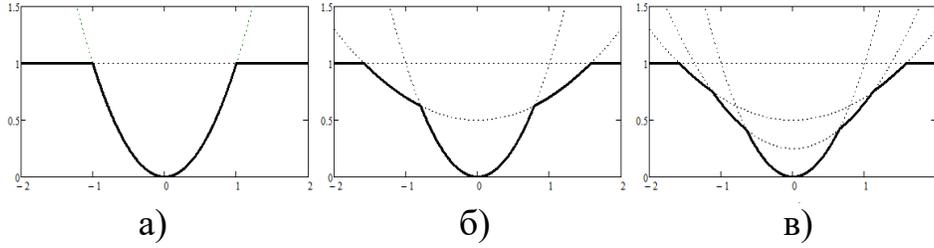


Рис. 2. Пример видов функций связи (4) в случаях: а)  $L = 2$ ; б)  $L = 3$ ; в)  $L = 4$

На рис.3 представлена общая структура обработки изображений на основе динамического программирования.

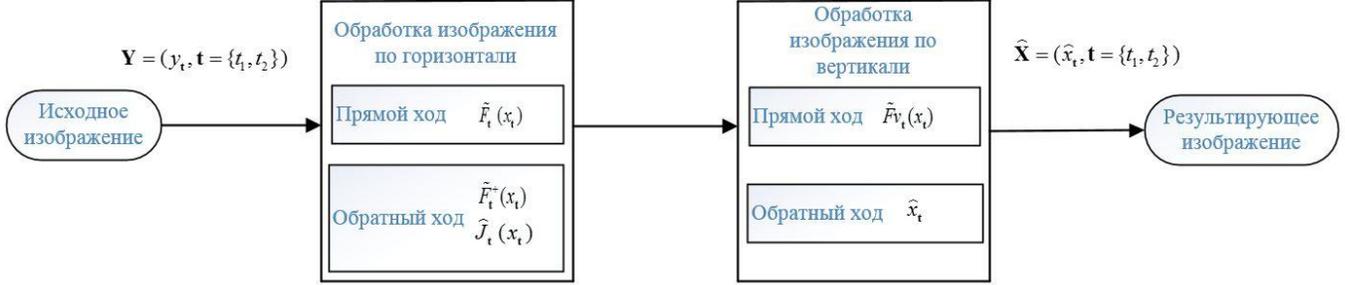


Рис. 3. Общая структура обработки изображений на основе динамического программирования с древовидной аппроксимацией графа смежности

Можно показать, что если функции связи выбраны как минимум из конечного набора квадратичных функций (4) и узловые функции имеют квадратичную форму (5), то функции Беллмана на каждом шаге динамического программирования также представлены как минимум из конечного набора квадратичных функций, что приводит к так называемой *мультикватичной процедуре динамического программирования*.

Согласно прямому рекуррентному соотношению частичные функции Беллмана  $\tilde{F}_t(x_t)$  будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_t(x_t) &= \min_{x_{t-1}} [\gamma_t(x_{t-1}, x_t) + \tilde{J}_{t-1}(x_{t-1})] = \min_{x_{t-1}} [\gamma_t(x_{t-1}, x_t) + \tilde{F}_{t-1}(x_{t-1}) + \psi_{t-1}(x_{t-1})], \\ \tilde{F}_t(x_t) &= \min[\tilde{F}_t^{(1)}(x_t), \tilde{F}_t^{(2)}(x_t), \dots, \tilde{F}_t^{(\tilde{K}_t)}(x_t)], \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\tilde{F}_t^{(k)}(x_t) = \tilde{q}_t^{(k)}(x_t - \tilde{x}_t^{(k)})^2 + \tilde{d}_t^{(k)}, k = 1, \dots, \tilde{K}_t$ .

Легко видеть, что каждая функция Беллмана  $\tilde{J}_t(x_t)$  также будет иметь параметрическое представление:

$$\begin{aligned} \tilde{J}_t(x_t) &= \tilde{F}_t(x_t) + \psi_t(x_t) = \min[\tilde{F}_t^{(1)}(x_t), \tilde{F}_t^{(2)}(x_t), \dots, \tilde{F}_t^{(\tilde{K}_t)}(x_t)] + \psi_t(x_t), \\ \tilde{J}_t(x_t) &= \min[\tilde{J}_t^{(1)}(x_t), \tilde{J}_t^{(2)}(x_t), \dots, \tilde{J}_t^{(\tilde{L}_t)}(x_t)], \quad \tilde{J}_t^{(i)}(x_t) = \tilde{\omega}_t^{(i)}(x_t - \tilde{x}_t^{(i)})^2 + \tilde{\beta}_t^{(i)}, \quad i = 1, \dots, \tilde{L}_t. \end{aligned}$$

Обратное рекуррентное соотношение принимает вид:

$$\tilde{x}_{t-1}(x_t) = \arg \min_{x_{t-1} \in X} \left\{ \min \left[ f_t^{(1)}(x_{t-1}, x_t), f_t^{(2)}(x_{t-1}, x_t), \dots, f_t^{(H_{t-1})}(x_{t-1}, x_t), f_t^{(H_t)}(x_{t-1}, x_t) \right] \right\},$$

где:  $f_t^{(l)}(x_{t-1}, x_t) = u\lambda^{(l)}(x_t - x_{t-1})^2 + ud_t^{(l)} + \tilde{F}_{t-1}^{(j)}(x_{t-1}) + (x_{t-1} - y_{t-1})^2$ ,

$f_t^{(H_t)}(x_{t-1}) = u\Delta^2 + \tilde{F}_{t-1}^{(j)}(x_{t-1}) + (x_{t-1} - y_{t-1})^2, l = 1, \dots, H_t - 1, j = 1, \dots, \tilde{L}_t, i = 1, \dots, L - 1$ .

Если для любого  $x_t \in \mathbb{R}$ :  $\tilde{F}_t^{(1)} \geq \min[\tilde{F}_t^{(2)}(x_t), \dots, \tilde{F}_t^{(\tilde{K}_t)}(x_t)]$ , то

$$\tilde{F}_t(x_t) = \min[\tilde{F}_t^{(2)}(x_t), \dots, \tilde{F}_t^{(\tilde{K}_t)}(x_t)].$$

Таким образом, число функций в представлении частичные функции Беллмана  $\tilde{F}_t(x_t)$  на шаге  $t$  может быть уменьшено. Легко видеть, что если значения  $\tilde{x}_t$  являются точками минимума критерия (1), то  $\tilde{x}_t \in [a, b]$  для каждого  $t$ , где  $a = \min(\mathbf{Y})$  и  $b = \max(\mathbf{Y})$ . Таким образом, мы можем опустить все  $\tilde{F}_t^{(i)}(x_t) \geq \min_{i \neq j} [\tilde{F}_t^{(j)}(x_t)]$ ,  $i \neq j$ ,  $x_t \in [a, b]$ , поскольку их значения не являются минимальными ни для какой точки области определения  $[a, b]$ .

Найдем необходимое и достаточное условие пересечения квадратичных функций (6):

$$\tilde{q}_t^{(i)}(x_t - \tilde{x}_t^{(i)})^2 + \tilde{d}_t^{(i)} = \tilde{q}_t^{(j)}(x_t - \tilde{x}_t^{(j)})^2 + \tilde{d}_t^{(j)}, i \neq j. \quad (7)$$

Координаты точек пересечения (7) на числовой оси определены следующими соотношениями:

$$x_{-c1_t}^{(ij)} = \frac{1}{\tilde{q}_t^{(i)} - \tilde{q}_t^{(j)}} (\tilde{q}_t^{(i)} \tilde{x}_t^{(i)} - \tilde{q}_t^{(j)} \tilde{x}_t^{(j)} + \sqrt{\Lambda}), \quad x_{-c2_t}^{(ij)} = \frac{1}{\tilde{q}_t^{(i)} - \tilde{q}_t^{(j)}} (\tilde{q}_t^{(i)} \tilde{x}_t^{(i)} - \tilde{q}_t^{(j)} \tilde{x}_t^{(j)} - \sqrt{\Lambda}), \quad (8)$$

где  $\Lambda = \tilde{q}_t^{(i)} \tilde{q}_t^{(j)} (\tilde{x}_t^{(j)} - \tilde{x}_t^{(i)})^2 + (\tilde{d}_t^{(j)} - \tilde{d}_t^{(i)}) (\tilde{q}_t^{(i)} - \tilde{q}_t^{(j)})$ .

Точки пересечения  $x_{-c1_t}^{(ij)}$  и  $x_{-c2_t}^{(ij)}$  имеют вещественные координаты, если  $\Lambda \geq 0$ :

$$\tilde{q}_t^{(i)} \tilde{q}_t^{(j)} (\tilde{x}_t^{(j)} - \tilde{x}_t^{(i)})^2 \geq (\tilde{d}_t^{(j)} - \tilde{d}_t^{(i)}) (\tilde{q}_t^{(j)} - \tilde{q}_t^{(i)}). \quad (9)$$

Отберем функции, точки пересечения которых удовлетворяют условию:

$$a \leq x_{-c1_t}^{(ij)}, x_{-c2_t}^{(ij)} \leq b. \quad (10)$$

**Алгоритм 1: Отбор квадратичных функций в представлении функций Беллмана**

1. В начале выполняем сортировку по возрастанию значений  $\tilde{d}_t^{(i)}$  массивов  $\tilde{F}_t^{(i)}(x_t), i = 1, \dots, \tilde{K}_t$ .

2. При присутствии параметра  $\Delta$ , на каждом шаге ищем минимальную константу  $D_t = \tilde{d}_t^{(1)} + u \cdot \Delta^2$  и все остальные константы отбрасываем.

3. Отбрасываем все функции, минимум которых больше или равен данной константы ( $\tilde{d}_t^{(i)} \geq D_t, i = 2, \dots, \tilde{K}_t$ ).

4. Среди оставшихся функций выбираем функцию с наименьшим значением минимума и оставляем ее.

5. Проверяем пересечение с остальными функциями, используя выражения (7-10). Все функции, для которых пересечение отсутствует, отбрасываем.

6. Среди проверенных функций выбираем функцию с наименьшим значением минимума. Оставляем ее.

7. Повторяем до тех пор пока не останется функций, для которых не принято решение о принятии или отбрасывании.

**Конец алгоритма 1**

Примечательно также, что если граф смежности  $G$  имеет вид цепи, то на каждом шаге число  $\tilde{L}_t$  квадратичных функций, необходимых для представления функции Беллмана  $\tilde{J}_t(x)$ , увеличивается не более чем на единицу. **Алгоритм 1**

позволяет производить отбор квадратичных функций в представлении функций Беллмана на каждом шаге динамического программирования.

При использовании данного подхода для обработки массива двумерных данных (изображения) на основе древовидной аппроксимации решетчатого графа соседства элементов количество квадратичных функций в представлении функций Беллмана может быть слишком большим даже при применении алгоритма отбора квадратичных функций (*алгоритм 1*). Дело в том, что при вертикальном проходе в качестве узловых функций должны быть использованы маргинальные функции Беллмана (2), которые также представляют собой минимум из конечного числа квадратичных функций:

$$\hat{J}_t(x_t) = \min \left[ \hat{J}_t^{(1)}(x_t), \hat{J}_t^{(2)}(x_t), \dots, \hat{J}_t^{(\hat{K}_t)}(x_t) \right], \quad \hat{J}_t^{(i)}(x_t) = \hat{q}_t^{(i)}(x_t - \hat{x}_t)^2 + \hat{d}_t^{(i)}, \quad i = 1, \dots, \hat{K}_t, \quad (11)$$

что приводит при вертикальном проходе к экспоненциальному росту квадратичных функций в составе функций Беллмана.

Для эффективной реализации мультиквадратичной процедуры динамического программирования обработки изображений предложены три схемы:

- С аппроксимацией набора квадратичных функций в представлении маргинальных функций Беллмана (11) после горизонтального прохода на основе кластеризации методом к-средних;

- С аппроксимацией набора квадратичных функций в представлении маргинальных функций Беллмана (11) после горизонтального прохода одной квадратичной функцией;

- С аппроксимацией набора квадратичных функций в представлении функций Беллмана на каждом шаге процедуры динамического программирования на прямом ходе по вертикали  $\tilde{F}v_t(x_t)$  меньшим числом квадратичных функций на основе кластеризации методом к-средних.

**Алгоритм 2: Аппроксимация набора квадратичных функций одной квадратичной функцией для представления маргинальных функций Беллмана**

Входные данные:

$$\hat{J}_t(x_t) = \left[ \hat{J}_t^{(1)}(x_t), \dots, \hat{J}_t^{(\hat{K}_t)}(x_t) \right], \quad \hat{J}_t^{(i)}(x_t) = \hat{q}_t^{(i)}(x_t - \hat{x}_t)^2 + \hat{d}_t^{(i)}, \quad i = 1, \dots, \hat{K}_t.$$

Выходные данные:  $\hat{J}_t(x_t) \approx \hat{q}_t^*(x_t - \hat{x}_t^*)^2 + \hat{d}_t^*$ ,

$$\hat{d}_t^* = \min(\hat{d}_t^{(1)}, \dots, \hat{d}_t^{(\hat{K}_t)}) \quad \hat{x}_t^* = \hat{x}_t^{(i)} \quad \text{при} \quad \hat{d}_t^{(i)} = \hat{d}_t^*,$$

$$\hat{q}_t^* = \begin{cases} (\hat{J}_{\min\_left_t} - \hat{d}_t^*) / (b - \hat{x}_t^*)^2, & \text{если } \hat{J}_{\min\_left_t} \geq \hat{J}_{\min\_right_t} \\ (\hat{J}_{\min\_right_t} - \hat{d}_t^*) / (b - \hat{x}_t^*)^2, & \text{если } \hat{J}_{\min\_left_t} < \hat{J}_{\min\_right_t} \end{cases},$$

Где  $\hat{J}_{\min\_left_t} = \min(\hat{J}_t^{(1)}(a), \dots, \hat{J}_t^{(\hat{K}_t)}(a))$ ,  $\hat{J}_{\min\_right_t} = \min(\hat{J}_t^{(1)}(b), \dots, \hat{J}_t^{(\hat{K}_t)}(b))$ .

**Конец алгоритма 2**

**Способ определения расстояния между квадратичными функциями**

На произвольном шаге мультиквадратичной процедуры динамического программирования, частичная функция Беллмана имеет представление:

$$F(x) = \min(F^{(1)}(x), \dots, F^{(N)}(x)), \quad F^{(i)}(x) = q^{(i)}(x - x^{(i)})^2 + d^{(i)}, \quad i = 1, \dots, N.$$

Можно заметить, что согласно критерию (1), оцененное значение скрытого случайного поля не может превышать максимального значения наблюдения  $b$  и быть

меньше минимального значения наблюдения  $a$ . Поэтому расстояние между квадратичными функциями можно вычислить аналитически как сумму квадратов разности по ограниченной значениями  $[a, b]$  области определения:

$$d(F^{(i)}, F^{(j)}) = \int_a^b \left[ q^{(i)} \cdot (x - x^{(i)})^2 + d^{(i)} - q^{(j)} \cdot (x - x^{(j)})^2 - d^{(j)} \right]^2 dx,$$

$$d(F^{(i)}, F^{(j)}) = c_1 s_2^2 + c_2 s_3^2 + c_3 (2s_1^2 + s_2 s_3) + c_4 s_1 s_3 + c_5 s_1 s_2, \quad (12)$$

где  $c_1 = (b^5 - a^5) / 5$ ;  $c_2 = (b - a)$ ;  $c_3 = 2(b^3 - a^3) / 3$ ;  $c_4 = 2(a^2 - b^2)$ ;  $c_5 = (a^4 - b^4)$ ;  
 $s_1 = q^{(i)} x^{(i)} - q^{(j)} x^{(j)}$ ;  $s_2 = q^{(i)} - q^{(j)}$ ;  $s_3 = q^{(i)} (x^{(i)})^2 - q^{(j)} (x^{(j)})^2 + d^{(i)} - d^{(j)}$ ;  $i = 1, \dots, N$ ;  $i \neq j$ .

Предположим, что число  $N$  является заданным количеством групп для алгоритма  $k$ -средних ( $H < N$ ).

**Алгоритм 3: Аппроксимация набора квадратичных функций на основе кластеризации методом  $k$ -средних**

*Входные данные:*  $H < N$ ,  $F(x) = \min(F^{(1)}(x), \dots, F^{(N)}(x))$

*Выходные данные:*  $F(x) = \min(F^{(1)}(x), \dots, F^{(H)}(x))$

1. Воспользуемся алгоритмом кластеризации множества по расстояниям (12) его элементов<sup>3</sup>.

2. По каждой из  $H$  групп кластеров, полученных в результате работы кластеризации методом  $k$ -средних, используем **алгоритм 2** для реализации аппроксимации набора квадратичных функций группы одной квадратичной функцией:

$$Cluster_k = \min(F^{(1)}(x), \dots, F^{(N_k)}(x)) \approx q_k^* (x - x_k^*)^2 + d_k^*, \quad k = 1, \dots, H,$$

$$F(x) = \min(Cluster_1, \dots, Cluster_k).$$

**Конец алгоритма 3**

Предварительные экспериментальные исследования показывают, что для подавляющего большинства массивов исходных данных число групп  $H = [3, 4]$ , как правило, достаточно полностью отражает каждую функцию Беллмана.

**В третьей главе** создаются новые неитерационные параметрические процедуры на основе мультиквадратичной процедуры динамического программирования. Предлагается описание разработанных процедур для обработки изображения с сохранением локальных особенностей.

**Алгоритм 4: Обработка изображения на основе мультиквадратичного динамического программирования**

1. Вычисление левых  $\tilde{F}_{t_1, t_2}^- (x_{t_1, t_2})$  и правых  $\tilde{F}_{t_1, t_2}^+ (x_{t_1, t_2})$  частичных горизонтальных функций Беллмана. На каждом шаге вычисления  $\tilde{F}_{t_1, 1}^- (x_{t_1, 1})$ ,  $\tilde{F}_{t_1, t_2}^+ (x_{t_1, t_2})$  для отбора квадратичных функций применяется **алгоритм 1**.

2. Вычисление маргинальных функций  $\hat{J}(x_{t_1, t_2})$  с использованием процедуры динамического программирования «вперед и навстречу»<sup>4</sup>:

<sup>3</sup> Двоенко С. Д. Кластеризация множества, описанного парными расстояниями и близостями между его элементами // Сибирский журнал индустриальной математики. 2009. Т. XII, № 1(37). С. 61-73.

$$\widehat{J}_{t_1, t_2}(x_{t_1, t_2}) = \widetilde{F}_{t_1, t_2}(x_{t_1, t_2}) + \widetilde{F}_{t_1, t_2}^+(x_{t_1, t_2}) + \psi_{t_1, t_2}(x_{t_1, t_2}).$$

На каждом шаге вычисления  $\widehat{J}_{t_1, t_2}(x_{t_1, t_2})$  для отбора квадратичных функций применяется *алгоритм 1* без выполнения его шагов (2-3).

3. Вычисление частичных вертикальных функций Беллмана  $\widetilde{F}v_{t_1, t_2}(x_{t_1, t_2})$ . Для отбора квадратичных функций применяется *алгоритм 1*.

4. Вычисление результирующего изображения  $\widehat{X} = (\widehat{x}_{t_1, t_2})$ .

#### Конец алгоритма 4

Дано математическое описание реализации алгоритма обработки изображения на основе мультиквадратичного динамического программирования (*алгоритм 4*) с учетом вида узловых функций (4) и функций связи (5).

На основе *алгоритма 4* и алгоритмов аппроксимации набора квадратичных функций (*алгоритмы 2-3*) создаются следующие параметрические процедуры динамического программирования для обработки изображений:

#### • Первая параметрическая процедура

Первая процедура основана на непосредственном применении *алгоритма 4* за исключением того, что после шага 2 используется *алгоритм 3* для аппроксимации набора квадратичных функций в представлении маргинальных функций Беллмана  $\widehat{J}(x_{t_1, t_2})$  на основе кластеризации методом к-средних.

#### • Вторая параметрическая процедура

Вторая процедура состоит из тех же шагов *алгоритма 4* за исключением того, что после шага 2 используется *алгоритм 2* для аппроксимации набора квадратичных функций в представлении маргинальных функций Беллмана  $\widehat{J}(x_{t_1, t_2})$  одной квадратичной функцией.

#### • Третья параметрическая процедура

Третья процедура состоит из тех же шагов *алгоритма 4* за исключением того, что после шага 3 используется *алгоритм 3* для аппроксимации набора квадратичных функций в представлении частичных функций Беллмана  $\widetilde{F}v_t(x_t)$  меньшим числом квадратичных функций на каждом шаге прямого хода процедуры обработки по вертикали. При этом константа в составе набора квадратичных функций исключается из процесса кластеризации методом к-средних и сохраняется в результате обработки.

Вычислительная сложность мультиквадратичных процедур динамического программирования для обработки изображения является линейной относительно количества элементов изображений.

**В четвертой главе** описываются экспериментальные исследования для прикладных задач шумоподавления изображения с сохранением локальных особенностей, приведено описание проблемно-ориентированной программы устранения шума с сохранением локальных особенностей на изображении на основе мультиквадратично динамического программирования. Проводится анализ полученных результатов и на их основе делаются выводы о разработанных процедурах.

<sup>4</sup>Алгоритмы динамического программирования для анализа нестационарных сигналов / Костин А. А. и др. // Журнал . вычисл. матем. и матем. физ., 2004. Т. 44, № 1, С. 70-86.

Приведены результаты тестирования на стандартном множестве изображений в градациях серого цвета с 8 битами на пиксель при различных уровнях аддитивного белого гауссовского шума с различными стандартными отклонениями.

- Выполнено сравнительное исследование предлагаемого и существующих видов парно-потенциальных функций для шумоподавления изображения с сохранением локальных особенностей.

- Выполнено исследование свойств разработанных процедур минимизации гиббсовских энергий в задаче обработки изображений с сохранением локальных особенностей и проведено их сравнение с аналогами (TRWS, BP-S).

- Выполнено сравнительное тестирование разработанных процедур и современных методов шумоподавления изображения с сохранением локальных особенностей.

Программная реализация выполнена в среде MATLAB. Программа позволяет обрабатывать изображения в распространенных графических форматах, задавать вид и параметры парно-потенциальных функций и вид обрабатываемой процедуры.

Сравнительные исследования показывают, что процедуры анализа изображений на основе новых априорных моделей данных значительно расширяют класс решаемых прикладных задач и позволяют учесть наличие неоднородностей и разрывов в исходных данных, сохранив высокую вычислительную эффективность процедуры динамического программирования. Предложенные алгоритмы имеют высокое качество шумоподавления, особенно в случае изображений с высоким разрешением.

**В заключении** приведены основные результаты и выводы по выполненной работе.

## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ**

1. Предложена новая гиббсовская математическая модель изображения и результата его обработки на основе задания парных потенциалов гиббсовского случайного поля в виде функции двух соседних переменных, являющейся минимумом из набора квадратичных функций.

2. Предложена формальная постановка задачи сглаживания изображений с сохранением локальных особенностей как задачи сепарабельной оптимизации с критерием, содержащим минимум из набора квадратичных функций от квадрата разности значений соседних переменных.

3. Разработаны способы сокращения количества квадратичных функций в представлении функции Беллмана для снижения вычислительных затрат.

4. Созданы новые неитерационные эффективные параметрические процедуры оптимизации гиббсовской энергии на основе мультиквадратичного динамического программирования с различными способами уменьшения количества квадратичных функций в представлении функции Беллмана.

5. Разработана проблемно-ориентированная программа для проведения вычислительного эксперимента с целью исследования свойств разработанных процедур.

6. Разработанные параметрические процедуры применены для восстановления изображений с сохранением структуры и локальных особенностей изображений.

7. Результаты диссертационной работы использованы в учебном процессе на кафедре «Информационная безопасность» в ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» при преподавании дисциплин «Компьютерные методы анализа изображений», «Системы технического зрения» и «Компьютерное зрение»; на факультете информационных технологий Данангского педагогического университета (г. Дананг, Вьетнам), при проведении лекционных и практических занятий по дисциплине «Геоинформационные системы».

### **СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

1. Фам К.Т., Копылов А.В. Мультиквадратичная процедура динамического программирования для восстановления изображений с сохранением локальных особенностей // Известия ТулГУ. Естественные науки. 2014. Вып. 4. С. 143–157.

2. Фам К.Т., Копылов А.В. Метод невыпуклой минимизации для шумоподавления изображений // Известия ТулГУ. Технические науки. 2015. Вып. 5. Ч. 2. С. 290–303.

3. Фам К.Т., Копылов А.В. Отбор квадратичных функций в процедуре мультиквадратичного динамического программирования для задач анализа сигналов и изображений // Известия ТулГУ. Технические науки. 2015. Вып. 5. Ч. 2. С. 304–312.

4. Фам К.Т., Копылов А.В. Анализ видов парно-потенциальных функций для байесовского восстановления изображений // Известия ТулГУ. Естественные науки. 2015. Вып. 3. С.105-116.

5. Фам К.Т., Копылов А.В. Математическое описание минимизации гиббсовской энергии в задаче сглаживания изображений // Известия ТулГУ. Естественные науки. 2015. Вып. 4. С.79-90.

6. Pham C.T. and Kopylov A.V. Multi-quadratic dynamic programming procedure of edge-preserving denoising for medical images // Int. Arch. Photogramm. Remote Sens. Spatial Inf. Sci., XL-5/W6, doi:10.5194/isprsarchives-XL-5-W6-101-2015. 2015. pp. 101-106.

7. Фам К.Т., Копылов А.В. Сглаживание изображений на основе мультиквадратичной процедуры динамического программирования // Сборник тезисов докладов научно-технической конференции «Техническое Зрение в Системах Управления». М.: Изд-во ИКИ РАН, 2015. С. 122-123.

8. Фам К.Т. Сравнительное исследование процедур мультиквадратичного и дискретного динамического программирования для обработки изображений // Материалы X магистерской научной конференции (РМНК). Тула: Изд-во ТулГУ, 2015. Ч. 1. С. 22-24.

9. Фам К.Т. Квадратичная аппроксимация функций Беллмана для задачи анализа изображений // Материалы X региональной магистерской научной конференции (РМНК). Тула: Изд-во ТулГУ, 2015. Ч. 1. С. 24-27.

10. Фам К.Т., Копылов А.В. Программа устранения шума с сохранением локальных особенностей на изображении на основе мультиквадратичной процедуры динамического программирования // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ – № 2016610122, дата регистрации 11.01.2016.