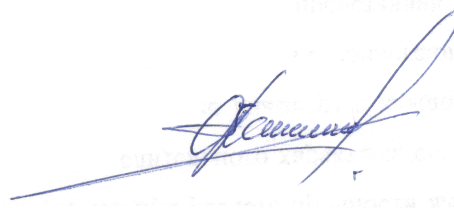


На правах рукописи

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'А.С. Новиков', with a long horizontal stroke extending to the left.

Новиков Андрей Сергеевич

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ
ОБОЛОЧЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ
ВЗРЫВНОЙ НАГРУЗКОЙ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Тула 2018

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Тульский государственный университет».

Научный руководитель: Доктор технических наук, доцент
Володин Геннадий Тимофеевич

Официальные оппоненты: **Гордон Владимир Александрович**,
доктор технических наук, профессор, ФГБОУ
ВО «Орловский государственный университет
имени И.С. Тургенева», заведующий кафедрой
«Высшая математика»

Шитикова Марина Вячеславовна,
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
технический университет (ВГТУ)», руководитель
Научного центра по фундаментальным исследо-
ваниям в области естественных и строительных
наук

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
университет»

Защита диссертации состоится «10» апреля 2018 г. в 16:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.271.05 на базе ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр-т Ленина, 92 (12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр-т Ленина, 92 и на сайте <http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-212-271-05/novikov-as/>

Автореферат разослан «15» февраля 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.271.05



Соколова Марина Юрьевна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Нахождение условий разрушения оболочечных элементов конструкций взрывом неконтактных зарядов конденсированных взрывчатых веществ (ВВ) представляет собой актуальную научно-техническую проблему. Укажем, например, на задачи проектирования взрывозащитных инженерных сооружений, несущих элементов конструкций взрывоопасных производств, систем заграждений средств гражданской обороны, определения технических условий при проектировании специальных складов боеприпасов, утилизации крупногабаритных элементов конструкций и т.д. Рассматриваемую проблему условно можно представить в форме двух взаимосвязанных задач: внешней и внутренней. Под внешней понимают задачу о формировании взрывной нагрузки, учитывающей геометрические и энергетические характеристики источника взрыва (заряда ВВ). Под внутренней – задачу об исследовании процесса высокоскоростного деформирования и разрушения элементов конструкций динамической, в частности взрывной, нагрузкой. Внутренняя задача часто представляет собой исследование деформирования элемента конструкции модельной динамической нагрузкой лишь приближающей реальную взрывную нагрузку.

Обзор открытой литературы и публикаций по тематике диссертации указывает на то, что работы, в которых внешняя и внутренняя задачи рассматриваются вместе, являются малочисленными и недостаточно изученными по сравнению с работами, в которых данные типы задач исследуются независимо друг от друга. Совместному решению внешней и внутренней задач посвящены работы В.Н. Аптукова, А.В. Герасимова, Т.М. Саламахина, Г.Т. Володина, Н.Н. Белова, Н.Т. Югова, Д.Г. Копаницы, М.А. Лебедева, В.А. Рыжанского, А.Г. Иванова, А.К. Перцева, Ю.И. Кадашевича, У. Бейкера, Н.С. Turkmen и др.

Среди указанных работ лучшим образом согласуются с экспериментальными данными те из них, в основе которых лежит энергетический метод расчета. Однако в них не рассматривается детально механизм разрушения – фиксируется лишь разрушение в опасном сечении, срединной линии, срединного слоя и т.д. Это не позволяет отслеживать возникновение и распространение зон разрушения по всему объему деформируемой конструкции, в зависимости от расположения заряда ВВ в окружающем пространстве. Кроме того, энергетический метод расчета позволяет рассчитать только конечное состояние конструкции и не отражает динамики изменения ее состояний во времени.

Представляют интерес исследования, в которых результаты решения позволяли бы отслеживать изменение напряжений в материале деформируемой взрывной нагрузкой оболочечной конструкции по всему ее объему и, как следствие, образование и развитие зон разрушения в ней.

Цель и задачи работы. Целью работы является нахождение условий разрушения оболочечной конструкции или оболочки, закрепленной в составе некоторой конструкции, взрывом неконтактных зарядов конденсированных ВВ. Это означает, что требуется связать геометрические и энергетические характеристики заряда ВВ и его расположение в ближней зоне действия взрыва с геометрическими и механическими характеристиками оболочечной конструкции и условиями её закрепления, приводящих, при взрыве заряда, к разрушению этой

оболочечной конструкции. Для достижения указанной цели сформулированы и решены следующие задачи:

1. На примере оболочки с известной геометрией, механическими характеристиками и условиями ее закрепления в составе некоторой конструкции, с использованием энергетического подхода Т.М. Саламахина, построить математическую модель ее разрушения взрывом неконтактного заряда конденсированного ВВ в воздухе.

2. Построить на основе уравнений движения альтернативную математическую модель разрушения оболочки взрывом неконтактного заряда конденсированного ВВ в воздухе.

3. Соотношения, входящие в состав построенных математических моделей задачи, должны позволять отслеживать возникновение и развитие зон разрушения в материале деформируемой оболочки по всему ее объему и учитывать: энергетические и геометрические характеристики заряда ВВ и его расположение относительно рассматриваемой конструкции; эффекты скоростного деформирования материала оболочки.

Объектом исследования являются тонкие оболочечные конструкции, находящиеся под воздействием импульсной нагрузки, созданной взрывом неконтактного заряда конденсированного ВВ в воздухе.

Предметом исследования является напряженно-деформированное состояние оболочечной конструкции, подвергшейся воздействию взрывной нагрузки.

Научная новизна состоит в том, что в работе установлена связь величины массы заряда конденсированного ВВ и его расстояния до оболочки в ближней зоне, приводящая при взрыве этого заряда к разрушению оболочки. Найдена область разрушения материала оболочки, которую можно формировать (прогнозировать), задавая наперед массу заряда ВВ и его расположение над оболочкой. Учтены эффекты скоростного деформирования материала оболочки.

Теоретическая и практическая значимость работы. Результаты выполненных исследований можно применять при проектировании взрывозащитных инженерных сооружений, несущих элементов конструкций взрывоопасных производств, в определении технических условий при проектировании специальных складов боеприпасов, утилизации крупногабаритных элементов конструкций, в военном деле и т.д.

Методы исследования. При выполнении диссертационной работы использовались классические законы механики, классические гипотезы теории тонких оболочек (гипотезы Кирхгофа-Лява), энергетический метод Т.М. Саламахина, метод Ритца-Тимошенко, метод Б.Г. Галеркина, метод Власова-Канторовича, метод Рунге-Кутты, апробированные критерии разрушения материала оболочки.

Положения, выносимые на защиту:

– постановка задачи с использованием энергетического метода, предложенного Т.М. Саламахиным (физическая и математическая модель) и ее решение методом Ритца-Тимошенко;

– альтернативная постановка задачи (альтернативная математическая модель) и ее решение методами Власова-Канторовича и Б.Г. Галеркина;

– результаты решения (расчетов) задачи по построенным математическим моделям.

Степень достоверности результатов. Достоверность результатов, приводимых в диссертации, базируется на использовании фундаментальных законов механики деформируемого твердого тела, на использовании апробированных теоретических зависимостей, гипотез и методов решения; строгостью применяемого математического аппарата.

Апробация работы. Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на Международной научной конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики» (Россия, Тула, 2012, 2013, 2014), IX международна научна практична конференция «Новината за напреднали наука – 2013» (Республика Болгария, София, 2013), IX mezinárodní vědecko-praktická konference «Aplikované vědecké novinky – 2013» (Чешская республика, Прага, 2013), Международной научно-практической конференции «Наука и образование в XXI веке» (Россия, Тамбов, 2013), II Международной научной конференции «Технические науки: традиции и инновации» (Россия, Челябинск, 2013), V Международной научно-практической конференции «Современные концепции научных исследований» (Россия, Москва, 2014); XII Всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Техника XXI века глазами молодых ученых и специалистов» (Россия, Тула, 2013); на конкурсе научно-технического творчества молодых инженерно-технических работников в ОАО «Конструкторское бюро приборостроения» (Россия, Тула, 2013); на семинарах д.ф.-м.н., проф. А.А. Маркина кафедры Математического моделирования ТулГУ и на заседаниях кафедры Математического анализа ТулГУ.

Публикации автора по теме исследований. Основные научные результаты диссертационных исследований опубликованы в 17 печатных работах, из которых: 5 [1-5] – в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ; 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ [17].

Личный вклад автора. В работах [1-3] соавтору принадлежат общие идеи постановок задач и методов их решения. Соискателем даны конкретные (детальные) постановки задач в соответствии с принятыми моделями, выполнены решения поставленных задач для многих вариантов закрепления оболочек, физических и механических свойств материалов, расположения заряда ВВ в ближней зоне действия взрыва. В работе [4, 5] соавтору и соискателю принадлежит постановка задачи. Соискателем дано решение и проведены многочисленные расчеты. Автором самостоятельно проведен анализ публикаций и литературы по тематике диссертации (введение и глава 1).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы, состоящего из 134 источников, из которых 15 – зарубежных авторов. Работа изложена на 150 страницах машинного текста, содержит 44 рисунка и 9 таблиц. Общий объем – 166 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность выбранного направления исследований, указаны цель и задачи, решаемые в диссертации, излагаются основные

положения, выносимые на защиту. Сформулирована научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы. Представлен обзор работ, посвященных совместному рассмотрению внешней и внутренней задач.

Первая глава диссертации носит теоретический характер и представляет собой общий анализ работ и публикаций по тематике диссертации. Состоит из пяти разделов, существенно отражающих рассматриваемую тему исследований: раздел 1.1 посвящен общей постановке задачи, рассматриваемой в диссертации; раздел 1.2 – математическим моделям, описывающим взрывное воздействие на преграду; раздел 1.3 – математическим моделям, описывающим деформированное состояние оболочек; раздел 1.4 – механическим и физическим свойствам материалов и критериям их разрушения; раздел 1.5 – методам решения задач теории пластин и оболочек.

Вторая глава состоит из трех разделов: раздел 2.1 посвящен постановке задачи (физическая модель) о разрушении тонкой открытой круговой цилиндрической оболочки прямоугольной в плане взрывом неконтактного заряда конденсированного ВВ в воздухе в ближней зоне (рис. 1); в разделе 2.2 на основе физической модели задачи и энергетического метода Т.М. Саламахина построена математическая модель задачи на случай разрушения материала оболочки при больших прогибах (прогибах сравнимых с толщиной), проведены расчеты; в разделе 2.3 на основе результатов полученных в разделе 2.2 построена математическая модель задачи на случай разрушения материала оболочки при малых прогибах, проведены расчеты.

Физическая модель (постановка задачи). Рассмотрим действие нагрузки, создаваемой взрывом неконтактного заряда конденсированного ВВ в воздухе, на тонкую открытую круговую цилиндрическую оболочку (рис. 1),

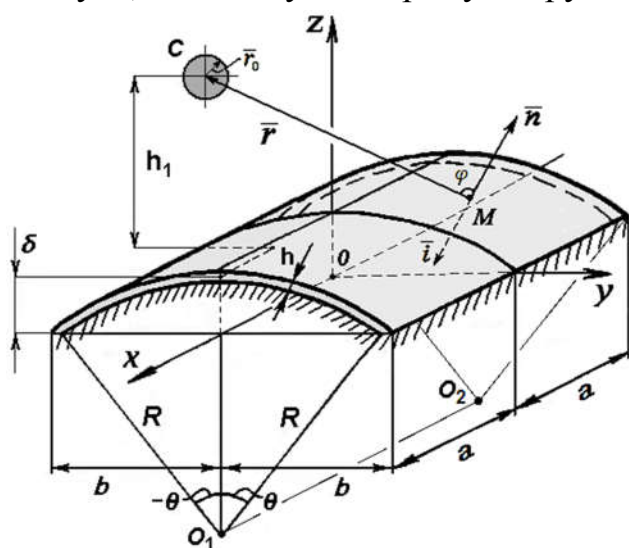


Рис. 1. Схема расположения заряда ВВ над оболочкой при взрыве

прямоугольную в плане (размер плана оболочки $2a \times 2b$). При этом нагрузка от взрыва должна быть достаточной для того, чтобы пришедшая в движение оболочка разрушилась при достижении максимальных прогибов (в первом цикле). Деформированное состояние тонкой оболочки описываем при помощи классических гипотез Кирхгофа-Лява, вследствие чего, деформированное состояние оболочки в целом определяется деформированным состоянием ее срединного слоя. Рассматриваемая оболочка полая, однослойная с постоянной толщиной h (рис. 1). Как известно, оболочка считается полой и тонкой, если выполняются соответственно соотношения $\delta/\min[a, b] \leq 2/5$ и $h/R \leq 1/20$, где δ – стрела подъема срединного слоя оболочки над ее планом (рис. 1), а R – радиус кривизны срединного слоя. Граничные условия, заданные на контуре оболочки, неизменны на протяжении всего процесса деформирования и соответствуют способу её закрепления по краям (в диссертационной работе рассмотрено защемление оболочки в идеальных (недеформируемых) опорах).

Заряд взрывчатого вещества, сферической формы радиуса r_0 и массой S , располагается в ближней области действия взрыва, для которой давлением окружающей среды можно пренебречь по сравнению с давлением продуктов взрыва. При этом геометрический центр заряда ВВ сферической формы находится на расстоянии $\delta + h_1$ от плана оболочки (рис. 1). Отметим, что область действия взрыва считается ближней, если выполняется соотношение $h_1/r_0 \leq 15$. Тип и энергетические характеристики заряда ВВ определяются обобщенным параметром A_0 (в диссертационной работе рассмотрено действие взрыва заряда ВВ, изготовленного из литого тротила, для которого $A_0 = 400$ м/с).

Вследствие кратковременности действия взрывной нагрузки (время её действия τ не превышает $2 \cdot 10^{-4}$ с) начальными смещениями точек оболочки (за время действия нагрузки) можно пренебречь.

Распределение удельного импульса по поверхности оболочки определяется функцией $I_* = I_*(i_*, i)$, где i_* и i , соответственно, – тангенциальная и нормальная составляющая удельного импульса I_* . Тангенциальной составляющей удельного импульса i_* , в предположении, что поверхность оболочки является в достаточной степени гладкой, пренебрегаем по сравнению с нормальной компонентой удельного импульса i . Это означает, что в расчетах тангенциальной составляющей удельного импульса I_* можно пренебречь (рис. 1):

$$I_* = I_*(0, i) = i. \quad (1)$$

Для материала оболочки принимаются гипотезы о его сплошности, однородности и изотропности. Для любого момента времени при деформировании, вплоть до разрушения, материал оболочки считаем упругим и подчиняющимся закону Гука, т.е. рассматривается хрупкое разрушение. При этом под разрушением оболочки понимаем утрату её несущей способности вследствие появления в ней трещин, сколов или разделений на фрагменты.

Изменение прочностных характеристик материала оболочки при высокоскоростном деформировании учитываем введением коэффициента динамичности μ_3 , а их дисперсию – введением коэффициента однородности на разрушение k_{0*} .

Тепловыми потерями, распространением деформационных волн в материале оболочки и затухающей составляющей в векторе перемещений $\bar{A}$ точек срединного слоя оболочки пренебрегаем.

Математическая модель и решение задачи на случай прогибов сравнимых с толщиной оболочки (раздел 2.2). Введем правую прямоугольную декартову систему координат $Oxyz$, оси Ox и Oy расположим в плоскости плана оболочки, а начало координат – в центре симметрии плана (рис. 1). Геометрический центр заряда ВВ находится в точке с координатами $C(x_*, y_*, \delta + h_1)$, где $x_* \in (-a, a)$, $y_* \in (-b, b)$. Пусть в некоторый момент времени происходит взрыв заряда ВВ сферической формы, находящегося в ближней области действия взрыва. Т.М. Саламахин показал, что при относительных расстояниях $h_1/r_0 \leq 15$ (ближняя область действия взрыва), нормальная компонента удельного импульса взрывной нагрузки i , действующая на элемент преграды (оболочки), может быть вычислена, с учетом отражения продуктов взрыва и

деформирования поверхности преграды, по формуле:

$$i = \frac{A_0 C}{r^2} \cos^2 \varphi, \quad (2)$$

где r – расстояние от некоторой точки M срединного слоя оболочки (рис. 1) до геометрического центра заряда ВВ, $r = |\vec{r}|$; φ – угол образованный вектором скорости потока продуктов взрыва с нормалью к поверхности преграды, $\varphi = \vec{r} \hat{=} \vec{n}$. Для нахождения условий разрушения материала оболочки (рис. 1), которые связывают ее геометрические и механические характеристики, способ закрепления по краям, с геометрическими и энергетическими характеристиками заряда ВВ, применим энергетический метод, предложенный Т.М. Саламахиным.

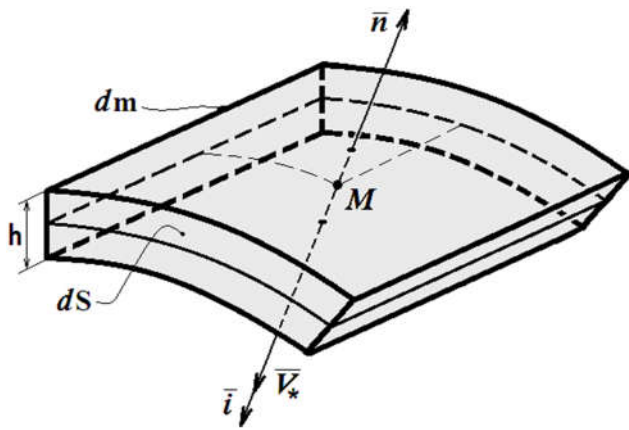


Рис. 2 – Элемент оболочки

Согласно этому методу кинетическая энергия $\mathcal{E}$, полученная оболочкой за время τ действия взрывной нагрузки, полностью расходуется на работу ее деформирования Π вплоть до разрушения:

$$\mathcal{E} = \Pi. \quad (3)$$

Для нахождения кинетической энергии $\mathcal{E}$, получаемой оболочкой, выделим, вокруг произвольной точки M срединного слоя, бесконечно малый элемент (изображён схематично на рис.

2). Масса dm бесконечно малого элемента (рис. 2) равна $dm = \rho h \cdot dS$, где ρ – плотность материала оболочки, dS – площадь поверхности элемента. Кинетическая энергия $d\mathcal{E}$, полученная элементом оболочки (рис. 2), согласно импульсному характеру действующей нагрузки, с учетом (1), (2), вычисляется в виде

$$d\mathcal{E} = \frac{A_0^2 C^2 R}{2\rho h r^4 \sqrt{R^2 - y^2}} \cos^4 \varphi \cdot dx dy. \quad (4)$$

Введем безразмерные переменные

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{b}, \quad U = \frac{u}{a}, \quad V = \frac{v}{b}, \quad W = \frac{w}{h}, \quad \lambda = \frac{H}{h}, \quad T = \frac{t}{t_0}, \quad (5)$$

где u, v, w – компоненты вектора перемещений $\vec{L}$ точки срединного слоя оболочки M ; H – расстояние от срединного до некоторого фиксированного слоя оболочки, $H \in [-h/2; h/2]$; $t_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ с. Пусть заряд ВВ расположен над центром симметрии плана оболочки. Тогда выражение для кинетической энергии $\mathcal{E}$, с учетом (4), в переменных (5) примет вид

$$\mathcal{E} = \frac{A_0^2 C^2 ab}{2\rho h R^4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathcal{E}_*(\xi, \eta; h_1, R, a, b) d\xi d\eta, \quad (6)$$

где выражение для $\mathcal{E}_*(\xi, \eta; h_1, R, a, b)$ здесь не приводится ввиду его громоздкости. Выражение для нахождения работы упругого деформирования Π цилиндрической оболочки, имеет вид:

$$\Pi = \Pi(U, V, W) = \frac{Ehab}{2(1 - \mu^2)} P(U, V, W), \quad (7)$$

где E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона;

$$P = P(U, V, W) = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B(\eta) \cdot J(U, V, W) d\xi d\eta + \frac{1}{12} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B(\eta) \cdot L(U, V, W) d\xi d\eta,$$

$B(\eta)$ – коэффициент первой квадратичной формы срединной поверхности оболочки, $J(U, V, W)$, $L(U, V, W)$ – выражения, в состав которых входят соответствующие частные производные функций перемещений точек срединной поверхности оболочки $U = U(\xi, \eta)$, $V = V(\xi, \eta)$, $W = W(\xi, \eta)$ по координатам ξ , η .

Выражение (3), с учетом (6) и (7), преобразуем в виду

$$K = P, \quad (8)$$

$$\text{где } K = \frac{A_0^2 C^2 (1 - \mu^2)}{Eph^2 R^4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathfrak{A}_*(\xi, \eta; h_1, R, a, b) d\xi d\eta.$$

Критерий разрушения – критерий энергии формоизменения – согласно введенным допущениям (раздел 2.1) и основным (классическим) гипотезам теории тонких оболочек (раздел 1.3), в переменных (5), запишем в виде

$$\begin{aligned} & [\sigma_1 + \lambda \cdot \sigma_2]^2 + [\sigma_3 + \lambda \cdot \sigma_4]^2 - [\sigma_1 + \lambda \cdot \sigma_2] \cdot [\sigma_3 + \lambda \cdot \sigma_4] + \\ & + 3[\tau_1 + \lambda \cdot \tau_2]^2 \geq \left(k_* \cdot \frac{\sigma_T}{E} \right)^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\lambda \in [-1/2, 1/2]$; $\sigma_1 = \sigma_1(U, V, W)$, $\sigma_2 = \sigma_2(U, V, W)$, $\sigma_3 = \sigma_3(U, V, W)$, $\sigma_4 = \sigma_4(U, V, W)$, $\tau_1 = \tau_1(U, V, W)$, $\tau_2 = \tau_2(U, V, W)$ – безразмерные напряжения (здесь ввиду громоздкости не приводятся), k_* – коэффициент, показывающий во сколько раз увеличивается статический предел прочности при растяжении σ_T материала оболочки при его динамическом нагружении. Рассматривая в выражении (9) равенство, после некоторых преобразований, получим квадратное (относительно λ) уравнение, корни которого будут равны

$$\lambda_{1,2} = \lambda_{1,2}(U, V, W) = \lambda_{1,2}(\xi, \eta). \quad (10)$$

Выражения $\lambda_1(U, V, W)$ и $\lambda_2(U, V, W)$ из (10) определяют поверхность, на которой и внутри которой материал оболочки разрушен. Граничные условия задачи соответствуют виду закрепления оболочки по краям. Для рассматриваемого в диссертации случая защемления оболочки в идеальных (недеформируемых) опорах, имеем

$$\begin{aligned} & U = 0, V = 0, W = 0, \text{ при } \xi = \pm 1, \\ & U = 0, V = 0, W = 0, \text{ при } \eta = \pm 1, \\ & \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0, \frac{\partial V}{\partial \xi} = 0, \frac{\partial W}{\partial \xi} = 0, \text{ при } \xi = \pm 1, \\ & \frac{\partial U}{\partial \eta} = 0, \frac{\partial V}{\partial \eta} = 0, \frac{\partial W}{\partial \eta} = 0, \text{ при } \eta = \pm 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, математическая модель задачи в безразмерных переменных (5), полученная с применением энергетического метода, представлена уравнением (8), граничными условиями (11) и выражением (10), определяющим

зоны разрушения материала оболочки по всему ее объему.

Решение задачи – неизвестные функции прогибов $U = U(\xi, \eta)$, $V = V(\xi, \eta)$, $W = W(\xi, \eta)$, определяющие форму деформированного срединного слоя цилиндрической оболочки – будем искать, используя метод Ритца-Тимошенко и вариационный принцип Лагранжа. Согласно методу Ритца-Тимошенко

$$U(\xi, \eta) \approx U_n(\xi, \eta), \quad V(\xi, \eta) \approx V_m(\xi, \eta), \quad W(\xi, \eta) \approx W_p(\xi, \eta),$$

$$U_n(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^n \alpha_k \cdot e_k(\xi, \eta), \quad V_m(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot g_j(\xi, \eta), \quad (12)$$

$$W_p(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^p \gamma_i \cdot f_i(\xi, \eta),$$

где $n, m, p \in N$; $\alpha_k, \beta_j, \gamma_i$ – неизвестные коэффициенты, подлежащие определению; $e_k(\xi, \eta), g_j(\xi, \eta), f_i(\xi, \eta)$ – некоторые заранее выбранные аналитические линейно-независимые координатные функции, удовлетворяющие граничным условиям задачи. После подстановки рядов (12) в функционал $P = P(U, V, W)$ (7) и вычисления соответствующих интегралов (численно с использованием алгоритма Ромберга), получим, что функционал $P(U, V, W)$ станет функцией неопределенных коэффициентов $\alpha_k, \beta_j, \gamma_i$:

$$P = P(\alpha_1, \dots, \alpha_n, \beta_1, \dots, \beta_m, \gamma_1, \dots, \gamma_p). \quad (13)$$

Согласно вариационному принципу Лагранжа ($\delta P = 0$) и (13), приходим к системе уравнений для нахождения неопределенных коэффициентов $\alpha_k, \beta_j, \gamma_i$:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial \alpha_k} = 0; \frac{\partial P}{\partial \beta_j} = 0; \frac{\partial P}{\partial \gamma_i} = 0, \end{cases} \quad (14)$$

где $k = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, i = \overline{1, p}$. При этом следует учесть, что искомые коэффициенты $\alpha_k, \beta_j, \gamma_i$ и, определяемые ими прогибы U, V, W (12), должны не только обеспечивать выполнение условия (14), но и удовлетворять такому состоянию деформированной оболочки, при котором ее материал в некоторой зоне (или зонах) был бы разрушен. Для этого некоторый неизвестный коэффициент из набора $\alpha_k, k = \overline{1, n}, \beta_j, j = \overline{1, m}, \gamma_i, i = \overline{1, p}$ необходимо положить не варьируемым. Положим, например, не варьируемым коэффициент γ_1 . Это означает, что из системы (14) необходимо исключить уравнение $\partial P / \partial \gamma_1 = 0$.

Зафиксируем некоторое значение $\gamma_1 = \tilde{\gamma}_1^*$ ($\tilde{\gamma}_1^* \in R, \tilde{\gamma}_1^* \neq 0$). Тогда решения системы уравнений (14) (без уравнения $\partial P / \partial \gamma_1 = 0$) будут иметь вид:

$$\alpha_k = \alpha_k(\tilde{\gamma}_1^*), \quad k = \overline{1, n}; \quad \beta_j = \beta_j(\tilde{\gamma}_1^*), \quad j = \overline{1, m}; \quad \gamma_i = \gamma_i(\tilde{\gamma}_1^*), \quad i = \overline{2, p}. \quad (15)$$

Найденные коэффициенты $\alpha_k, \beta_j, \gamma_i$ (15) при $\gamma_1 = \tilde{\gamma}_1^*$ полностью определяют прогибы U, V, W (12): $U = U(\xi, \eta; \tilde{\gamma}_1^*), V = V(\xi, \eta; \tilde{\gamma}_1^*), W = W(\xi, \eta; \tilde{\gamma}_1^*)$.

Наличие зон разрушения в материале оболочки, при указанных прогибах, определяется согласно выражению (10): $\lambda_{1,2}^* = \lambda_{1,2}(\xi, \eta; \tilde{\gamma}_1^*)$. Массу C заряда ВВ,

взрыв которого приводит к прогибам $U = U(\xi, \eta; \tilde{\gamma}_1^*)$, $V = V(\xi, \eta; \tilde{\gamma}_1^*)$, $W = W(\xi, \eta; \tilde{\gamma}_1^*)$, найдем, согласно (8), по формуле

$$C = \tilde{C} = \tilde{C}(\tilde{\gamma}_1^*, h_1) = \frac{h \cdot R^2}{A_0} \sqrt{\frac{E\rho}{1-\mu^2}} \sqrt{\frac{P(\tilde{\gamma}_1^*)}{\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathfrak{D}_*(\xi, \eta; h_1, R, a, b) d\xi d\eta}}, \quad (16)$$

где $P(\tilde{\gamma}_1^*)$ – значение функции (13) при коэффициентах (15) и $\gamma_1 = \tilde{\gamma}_1^*$.

По приведённой математической модели произведены расчеты выполненной из дюралюминия оболочки (рис.1), имеющей следующие геометрические и механические характеристики: $a = 0.5\text{ м}$, $b = 0.4\text{ м}$, $R = 0.6\text{ м}$, $\delta \approx 0.153\text{ м}$, $h = 8 \cdot 10^{-3}\text{ м}$, $\mu = 0.34$, $\rho = 2.8 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$, $k_* = 1.25$, $E = 7.3 \cdot 10^{10}\text{ Па}$, $\sigma_T = 4.5 \cdot 10^8\text{ Па}$. Зоны разрушения материала указанной оболочки $\lambda_{1,2}^*$, рассчитанные для приближения (12) вида $U(\xi, \eta) = \alpha_2 \cdot e_2(\xi, \eta)$, $V(\xi, \eta) = \beta_2 \cdot g_2(\xi, \eta)$, $W(\xi, \eta) = \gamma_2 \cdot f_2(\xi, \eta)$, где $e_2(\xi, \eta) = \sin^3(\pi\xi) \cdot (1 - \eta^2)^3$, $g_2(\xi, \eta) = \sin^3(\pi\eta) \cdot (1 - \xi^2)^3$, $f_2(\xi, \eta) = (1 - \xi^2)^3 (1 - \eta^2)^3$, при $\gamma_2 = \tilde{\gamma}_2^* = -0.56$, показаны на рис. 3А (показаны только те зоны разрушения $\lambda_{1,2}^*$, которые находятся непосредственно внутри и на гранях прямоугольного параллелепипеда Δ_λ со сторонами: $L_\xi = 2$ ($-1 \leq \xi \leq 1$), $L_\eta = 2$ ($-1 \leq \eta \leq 1$), $L_\lambda = 1$ ($-1/2 \leq \lambda \leq 1/2$)). На рис. 3Б показан соответствующий вид деформированного срединного слоя оболочки (сверху схематично изображен заряд ВВ изначально расположенный над центром симметрии плана оболочки и имевший до взрыва массу C). Отметим, что указанному деформированному слою оболочки (рис.3Б) соответствует слой $\lambda = 0$ параллелепипеда Δ_λ (рис. 3А). Массы $C = \tilde{C}$ (16) заряда ВВ, взрыв которых приводит к образованию в материале оболочки зоны разрушения, изображенной на рис. 3А, при расстояниях $h_1 = \{0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}$ м будут соответственно равны $\tilde{C} = \{0.170; 0.270; 0.380; 0.504\}$ кг.

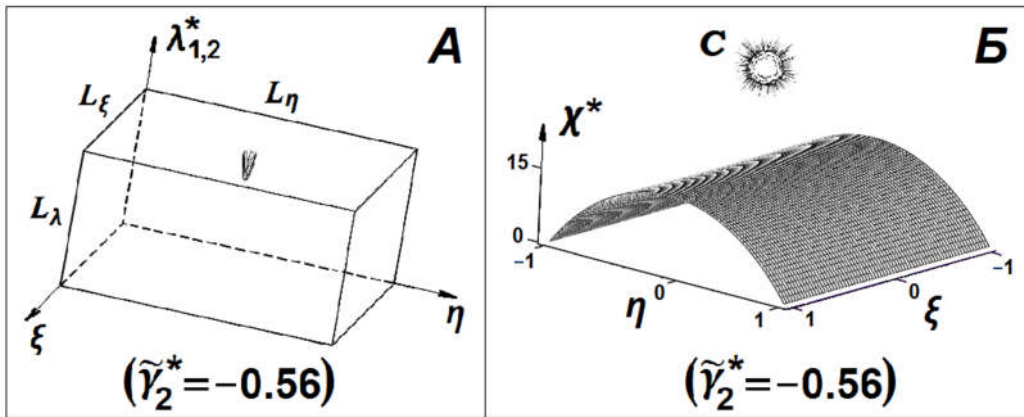


Рис. 3. Зоны разрушения материала оболочки(А) и прогибы срединного слоя (Б)

Решение задачи на случай малых прогибов (раздел 2.3). В указанном разделе рассматривается случай, когда материал цилиндрической оболочки (рис. 1) обладает такими механическими свойствами, при которых его разрушение наступает при небольших (малых) прогибах (прогибы оболочки счита-

ются малыми, если они не превышают $1/5$ ее толщины h). В качестве основы для расчета взята математическая модель из раздела 2.2, в которую внесены соответствующие изменения.

Третья глава состоит из трёх разделов: в разделе 3.1, на основе, приведенной в разделе 2.1 физической модели задачи и известных уравнений движения оболочки, построена альтернативная математическая модель задачи на случай разрушения материала оболочки при больших прогибах, проведены расчеты; в разделе 3.2 на основе результатов полученных в разделе 3.1 построена математическая модель задачи

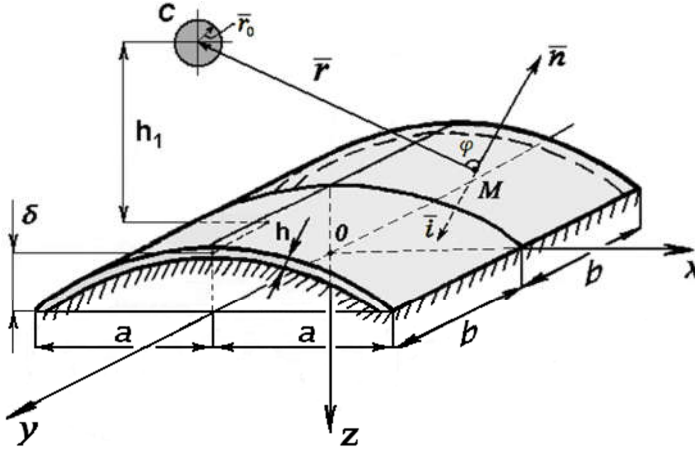


Рис. 4. Схема расположения заряда ВВ над оболочкой при взрыве

на случай разрушения материала оболочки при малых прогибах, проведены расчеты; в разделе 3.3 проведено сравнение двух подходов (раздел 2.2 и раздел 3.1) к решению задачи.

Математическая модель и решение задачи на случай прогибов сравнимых с толщиной оболочки (раздел 3.1). Введем правую прямоугольную декартову систему координат $Oxyz$ так, как показано

на рис. 4 (оси Ox и Oy расположены в плоскости плана оболочки, а начало координат – в центре симметрии плана). Уравнения движения, для рассматриваемой полой цилиндрической оболочки (рис. 4), будут иметь вид

$$\begin{aligned}\Omega_1(u, v, w) + \frac{1-\mu^2}{Eh} p_x(x, y, t) - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0, \\ \Omega_2(u, v, w) + \frac{1-\mu^2}{Eh} p_y(x, y, t) - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0, \\ \Omega_3(u, v, w) + \frac{1-\mu^2}{Eh} q(x, y, t) - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0,\end{aligned}\tag{17}$$

где выражения для $\Omega_1(u, v, w)$, $\Omega_2(u, v, w)$, $\Omega_3(u, v, w)$ здесь не приводятся ввиду их громоздкости; $u = u(x, y, t)$, $v = v(x, y, t)$, $w = w(x, y, t)$ – перемещения точки M срединного слоя оболочки, вызванные действием взрывной нагрузки, вдоль осей Ox , Oy , Oz ; t – время деформирования оболочки; $p_x(x, y, t)$, $p_y(x, y, t)$, $q(x, y, t)$ – компоненты внешней распределенной нагрузки от взрыва заряда ВВ. Деформирование оболочки происходит уже после действия взрывной нагрузки (т.е. после получения оболочкой начального импульса от взрыва заряда ВВ), в течение ее движения по инерции. Вследствие этого, уравнения движения (17) в переменных (5) запишем в виде

$$\begin{aligned}\Omega_1(U, V, W) - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \left(\frac{a}{t_0} \right)^2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} &= 0, \\ \Omega_2(U, V, W) - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \left(\frac{b}{t_0} \right)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial T^2} &= 0,\end{aligned}\tag{18}$$

$$\Omega_3(U, V, W) + 12\rho \left(\frac{a}{h}\right)^4 \frac{1-\mu^2}{E} \left(\frac{h}{t_0}\right)^2 \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} = 0.$$

Рассматриваемая начально-краевая задача требует введения граничных и начальных условий. Граничные условия в переменных (5) имеют вид (11). Примем за начало отсчета времени $t = 0$ – момент начала движения оболочки по инерции и положим, что заряд ВВ (рис. 4) располагается над центром симметрии плана оболочки. Тогда начальные условия для (18), с учетом принятых допущений (раздел 2.1), (1) и (2), будут иметь вид

$$U(\xi, \eta, T)|_{T=0} = 0, \quad V(\xi, \eta, T)|_{T=0} = 0, \quad W(\xi, \eta, T)|_{T=0} = 0. \quad (19)$$

$$\left. \frac{\partial U(\xi, \eta, T)}{\partial T} \right|_{T=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial V(\xi, \eta, T)}{\partial T} \right|_{T=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial W(\xi, \eta, T)}{\partial T} \right|_{T=0} = C \cdot V_1^*(\xi, \eta), \quad (20)$$

где выражение для $V_1^*(\xi, \eta) = V_1^*(\xi, \eta; A_0, t_0, a, b, R, h, h_1, \rho)$ здесь не приводятся ввиду его громоздкости. Критерий разрушения – критерий энергии формоизменения – имеет вид (9). Выражение (10), определяющее зоны разрушения материала соответственно примет вид

$$\lambda_{1,2} = \lambda_{1,2}(U, V, W) = \lambda_{1,2}(\xi, \eta, T). \quad (21)$$

Таким образом, математическая модель задачи, в данном разделе диссертации, включает в себя: уравнения движения (18), начальные и граничные условия (19), (20), (11), а также выражение (21), определяющее зоны разрушения материала оболочки. Решение задачи – неизвестные функции прогибов $U = U(\xi, \eta, T)$, $V = V(\xi, \eta, T)$, $W = W(\xi, \eta, T)$ – согласно методу Власова-Канторовича, будем искать в виде

$$U(\xi, \eta, T) \approx U_p(\xi, \eta, T), \quad V(\xi, \eta, T) \approx V_m(\xi, \eta, T), \quad W(\xi, \eta, T) \approx W_n(\xi, \eta, T),$$

$$U_p(\xi, \eta, T) = \sum_{k=1}^p \alpha_k(T) \cdot e_k(\xi, \eta), \quad V_m(\xi, \eta, T) = \sum_{j=1}^m \beta_j(T) \cdot g_j(\xi, \eta), \quad (22)$$

$$W_n(\xi, \eta, T) = \sum_{i=1}^n \gamma_i(T) \cdot f_i(\xi, \eta),$$

где $p, m, n \in N$; $\alpha_k(T)$, $\beta_j(T)$, $\gamma_i(T)$ – неизвестные функции времени T , подлежащие определению; $e_k(\xi, \eta)$, $g_j(\xi, \eta)$, $f_i(\xi, \eta)$ – системы некоторых известных аналитических линейно-независимых координатных функций, удовлетворяющих граничным условиям задачи.

Согласно указанному методу, выражениям (18) и (22), имеем

$$\begin{cases} \int_{G_A} \left(\Omega_1(U_p, V_m, W_n) - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \left(\frac{a}{t_0}\right)^2 \frac{\partial^2 U_p}{\partial T^2} \right) \cdot e_k(\xi, \eta) d\Lambda = 0, \\ \int_{G_A} \left(\Omega_2(U_p, V_m, W_n) - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \left(\frac{b}{t_0}\right)^2 \frac{\partial^2 V_m}{\partial T^2} \right) \cdot g_j(\xi, \eta) d\Lambda = 0, \\ \int_{G_A} \left(\Omega_3(U_p, V_m, W_n) + 12\rho \left(\frac{a}{h}\right)^4 \frac{1-\mu^2}{E} \left(\frac{h}{t_0}\right)^2 \frac{\partial^2 W_n}{\partial T^2} \right) \cdot f_i(\xi, \eta) d\Lambda = 0, \end{cases} \quad (23)$$

где $k = \overline{1, p}$, $j = \overline{1, m}$, $i = \overline{1, n}$; $G_\Lambda = [-1; 1] \times [-1; 1]$; $d\Lambda = d\xi d\eta$. Система уравнений (23) после некоторых преобразований и вычисления интегралов (численно по методу Ромберга), приводится к системе дифференциальных уравнений второго порядка относительно искомых функций времени $\alpha_k(T), \beta_j(T), \gamma_i(T)$. Из (19), (20) получаем, что $\alpha_k(0) = 0$, $\beta_j(0) = 0$, $\gamma_i(0) = 0$, $\dot{\alpha}_k(0) = 0$, $\dot{\beta}_j(0) = 0$, а для нахождения $\dot{\gamma}_i(0)$, согласно методу Б.Г. Галеркина, имеем систему уравнений

$$\left\{ \int_{G_\Lambda} \left[C \cdot V_1^*(\xi, \eta) - \sum_{i=1}^n \dot{\gamma}_i(0) \cdot f_i(\xi, \eta) \right] \cdot f_i(\xi, \eta) d\Lambda = 0, i = \overline{1, n}. \right. \quad (24)$$

Найденные значения $\dot{\gamma}_i(0)$ из (24) будут зависеть от величины массы C заряда ВВ и расстояния h_1 (рис. 4). Таким образом, приходим к задаче Коши – нахождению частного решения системы дифференциальных уравнений (ДУ) относительно неизвестных функций времени, удовлетворяющего найденным начальным условиям. Решение задачи Коши произведено двумя численными методами: явным методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности с переменным шагом и методом RADAU5 (жесткие системы ДУ). Найденные решения $\alpha_k(T), \beta_j(T), \gamma_i(T)$ системы ДУ полностью определяют перемещения U, V, W (22), и, как следствие, дадут возможность проверить материал оболочки на наличие в нем зон разрушения (21) в некоторый момент времени $T = T_*$: $\lambda_{1,2}^* = \lambda_{1,2}(\xi, \eta, T_*)$. Зоны разрушения $\lambda_{1,2}^*$ материала дюралюминиевой оболочки (рассмотренной в разделе 2.2), получаемые при массе заряда ВВ $C = 0.15$ кг, расстоянии $h_1 = 0.2$ м, момента времени $T_* = 1.4$ и приближении (22) вида $U = \alpha_1(T) \cdot e_1(\xi, \eta)$, $V = \beta_1(T) \cdot g_1(\xi, \eta)$, $W = \gamma_7(T) \cdot f_7(\xi, \eta)$, где $e_1(\xi, \eta) = -\sin^3(\pi\xi) \cdot (1 - \eta^2)^2$, $g_1(\xi, \eta) = \sin^3(\pi\eta) \cdot (1 - \xi^2)^2$, $f_7(\xi, \eta) = (1 - \xi^2)^8 (1 - \eta^2)^8$, показаны на рис. 5А. На рис. 5Б показан соответствующий вид деформированного срединного слоя оболочки (сверху схематично изображен заряд ВВ изначально расположенный над центром симметрии плана оболочки и имевший до взрыва массу C). Отметим, что указанному деформированному слою оболочки (рис.5Б) соответствует слой $\lambda = 0$ параллелепипеда Δ_λ (рис. 5А).

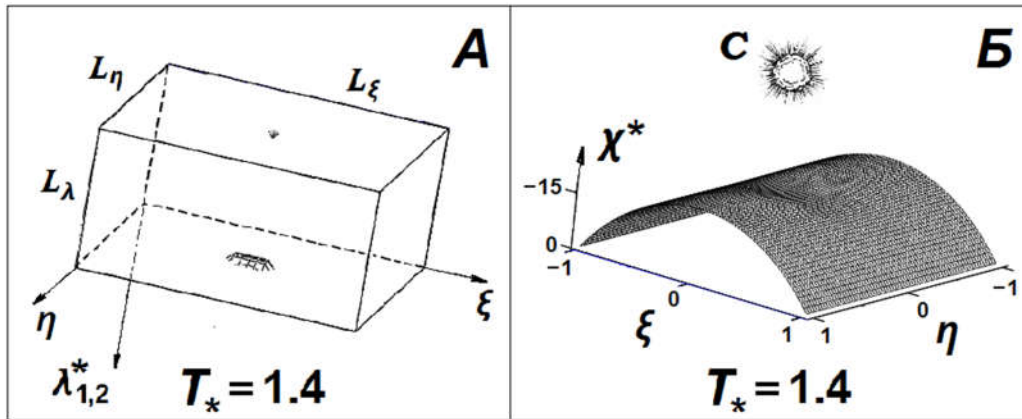


Рис. 5. Зоны разрушения материала оболочки (А) и прогибы срединного слоя (Б)

Решение задачи на случай малых прогибов (раздел 3.2). В разделе 3.2 рассматривается случай, когда материал цилиндрической оболочки (рис. 4) обладает такими механическими свойствами, при которых его разрушение

наступает при небольших (малых) прогибах. В качестве основы для расчета взята математическая модель из раздела 3.1, в которую внесены соответствующие изменения.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. На основе энергетического метода построена математическая модель разрушения тонкой пологой открытой цилиндрической оболочки прямоугольной в плане взрывом неконтактного заряда конденсированного ВВ в воздухе.

2. На основе классических уравнений движения оболочки построена альтернативная математическая модель разрушения тонкой пологой открытой цилиндрической оболочки прямоугольной в плане взрывом неконтактного заряда конденсированного ВВ в воздухе.

3. С использованием построенных математических моделей найдены аналитические соотношения, позволяющие определить по известным механическим и геометрическим характеристикам оболочечной конструкции, способу ее закрепления по краям, массу заряда ВВ данного типа, взрыв которого на заданном расстоянии от оболочечной конструкции (в ближней зоне) приводит к ее разрушению. Указанные соотношения позволяют отслеживать возникновение и развитие зон разрушения в материале деформируемой оболочки по всему ее объему. Учтены эффекты скоростного деформирования материала оболочки.

4. Методика и результаты проведенного исследования могут быть использованы при расчетах различных защитных сооружений в гражданской обороне, во взрывоопасных производствах, в военном деле и других инженерных расчетах, связанных с использованием взрыва зарядов обычных ВВ.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Володин Г.Т., Новиков А.С. Разрушение открытой цилиндрической оболочки взрывом неконтактных зарядов конденсированных взрывчатых веществ // Известия ТулГУ. Естественные науки. 2013. – Вып. 1. С. 75-84

2. Володин Г.Т., Новиков А.С. Гарантированное разрушение открытой цилиндрической оболочки взрывом неконтактных зарядов конденсированных ВВ // Известия РАН. 2013. – Вып. 4. С. 56-62

3. Володин Г.Т., Новиков А.С. Деформация и разрушение цилиндрических оболочек взрывом неконтактных зарядов конденсированных взрывчатых веществ // Известия ТулГУ. Естественные науки. 2014. – Вып. 1. Ч.1. С. 117-132

4. Володин Г.Т., Новиков А.С. Геометрическая нелинейность в задачах разрушения оболочечных конструкций взрывом // Известия ТулГУ. Технические науки. 2014. – Вып. 3. С. 94-103

5. Володин Г.Т., Новиков А.С. Энергетический метод в задачах разрушения элементов конструкций взрывной нагрузкой // Известия ТулГУ. Технические науки. 2017. – Вып. 6. С. 243-255

6. Володин Г.Т., Новиков А.С. Энергетический метод исследования разрушения оболочечных конструкций взрывной нагрузкой // Материалы Международной научной конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики». Тула: Изд-во ТулГУ, 2012. С. 125

7. Новиков А.С. Разрушение круговой цилиндрической оболочки взрывом неконтактного заряда конденсированного взрывчатого вещества // Материалы

XII Всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Техника XXI века глазами молодых ученых и специалистов». Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. С. 253-257

8. Володин Г.Т., Новиков А.С. Гарантированное разрушение оболочечных конструкций взрывной нагрузкой // Материалы за IX международна научна практична конференция «Новината за напреднали наука – 2013». Република България, София: ООД «Бял ГРАД-БГ», 2013. – Том 53. Математика. С. 78-85

9. Володин Г.Т., Новиков А.С. Метод Б.Г. Галеркина в задачах гарантированного разрушения оболочечных конструкций взрывом // Materiály IX mezinárodní vědecko-praktická konference «Aplikované vědecké novinky – 2013». Czech Republic, Praha: Publishing House «Education and Science» s.r.o, 2013. – Díl 12. Matematika. Fyzika. Tělovýchova a sport. P. 28-35

10. Володин Г.Т., Новиков А.С. Метод Б.Г. Галеркина в задаче гарантированного разрушения открытой цилиндрической оболочки взрывом неконтактного заряда ВВ // Материалы Международной научной конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики». Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. С. 218-221

11. Новиков А.С. Разрушение оболочечных конструкций взрывом // Материалы Международной научно-практической конференции «Наука и образование в XXI веке». Тамбов: Изд-во ТРОО «Бизнес-Наука-Общество», 2013. – Ч. 23. С. 89-92

12. Новиков А.С. Поведение полой оболочки при воздействии взрыва неконтактного заряда конденсированного ВВ // Ежемесячный научный журнал «Молодой ученый». 2013. – № 10. С. 6-10

13. Володин Г.Т., Новиков А.С. Разрушение бетонных оболочек взрывом // Материалы II Международной научной конференции «Технические науки: традиции и инновации». Челябинск: Два комсомольца, 2013. С. 44-47

14. Володин Г.Т., Новиков А.С. О проблеме гарантированного разрушения оболочечных конструкций взрывом неконтактных зарядов конденсированных ВВ // Вестник ТулГУ. Сер. Дифференциальные уравнения и прикладные задачи. 2013. – Вып. 1. С. 40-47

15. Володин Г.Т., Новиков А.С. О гарантированном разрушении оболочечных элементов конструкций взрывом неконтактных зарядов конденсированных взрывчатых веществ // Материалы Международной научной конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики». Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. С. 157-163

16. Володин Г.Т., Новиков А.С. Деформация и гарантированное разрушение оболочечных элементов конструкций взрывом неконтактных зарядов конденсированных ВВ // Ежемесячный научный журнал «Евразийский Союз Ученых». 2014. – № 5. Ч.3. С. 86-89

17. Новиков А.С. Расчёт оболочечных элементов конструкций на взрывные разрушающие воздействия // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017619308, выданное Федеральной службой по интеллектуальной собственности (Роспатент). Программа внесена в Реестр программ для ЭВМ 22.08.2017 г.

Подписано в печать 08.02.2018 г.

Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Печать трафаретная.

Тираж 80 экз. Заказ № 85

Отпечатано в типографии «ТППО»
300041, г. Тула, ул. Каминского, д. 33
Тел. +7 (4872) 31-16-69