На правах рукописи

**НГУЕН Ти Тхань**

# АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВУХКАСКАДНЫМИ ОБЪЕКТАМИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ ВИРТУАЛЬНЫМ АЛГОРИТМОМ

Специальность 05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка информации» (промышленность)

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Тула – 2018

Работа выполнена в Калужском филиале федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

**Научный руководитель:** кандидат технических наук, **Мышляев Юрий Игоревич**

**Официальные оппоненты:** **Андриевский Борис Ростиславич**, доктор технических наук, доцент, ФГБУН «Институт проблем машиноведения Российской академии наук (ИПМаш РАН)», г. Санкт-Петербург, ведущий научный сотрудник

**Чайковский Михаил Михайлович**, доктор технических наук, ФГУП «Научно-производственный центр автоматики и приборостроения имени академика Н.А. Пилюгина» (ФГУП «НПЦАП»), г. Москва, ведущий научный сотрудник

**Ведущая организация:** ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет», г Москва

Защита состоится «19» марта 2019 г. в $16^{00}$ часов на заседании диссертационного совета Д 212.271.05 при ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» (300012, г. Тула, пр. Ленина, 92, 12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр. Ленина, 92 и на сайте http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-212-271-05/Nguen_TT/

Автореферат разослан «25» января 2019г.

Ученый секретарь диссертационного совета М.Соколова Соколова Марина Юрьевна

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В работе рассматривается класс линейных двухкаскадных систем в условиях параметрической неопределенности. Предлагается модифицированная на этапе синтеза виртуального управления (ВУ) методика скоростного биградиента (МСБГ), обеспечивающая повышение точности за счет введения интегратора и формирования информационного выхода (ИВ), задающего желаемую динамику достижения цели управления. На основе разработанной методики синтезирован алгоритм адаптивного управления роботом-манипулятором в условиях параметрической неопределенности.

**Актуальность темы** в теоретической области продиктована требованиями повышения качества и точности управления каскадными системами в условиях параметрической неопределённости при ограничении на гладкость ВУ для конечного каскада (КК). В прикладной области – повышением качества функционирования, точности и обеспечения робастных свойств робота-манипулятора по отношению к массе переносимого груза.

**Объектом исследования** в теоретической области являются двухкаскадные линейные системы в условиях параметрической неопределенности, в практической области – робот-манипулятор.

**Предметом исследования** является адаптивные алгоритмы управления линейными каскадными системами на основе МСБГ с интегральным виртуальным управлением (ИВУ) для обеспечения ограниченности траектории замкнутой системы и желаемой динамики КК.

**Целью работы** в теоретической области является повышение качества функционирования двухкаскадных динамических систем в условиях параметрической неопределённости. Повышение качества характеризуется высокой точностью и желаемой динамикой слежения для КК и обеспечением ограниченности траекторий замкнутой системы. Целью работы в прикладной области является повышение качества и точности управления роботом-манипулятором.

В диссертационной работе решаются следующие **задачи**:

- Разработка методики синтеза адаптивного управления каскадными системами с ИВУ.
- Синтез алгоритмов адаптивного управления линейными каскадными системами и анализ их свойств.
- Синтез алгоритма адаптивного управления манипулятором на основе разработанной методики.

**Методы исследования** основываются на положениях теории систем автоматического управления, устойчивости, методов адаптивного управления.

Получены следующие результаты, характеризующиеся **научной новизной.**

1. Разработана методика синтеза адаптивного управления каскадными системами с ИВУ на основе МСБГ. В отличие от методов каскадного синтеза (скользящие режимы, Backstepping, МСБГ) для КК водится интегратор по каналу ВУ и обеспечивается устойчивость расширенной подсистемы, формируется ИВ в форме линейного однородного уравнения по элементам вектора ошибки с характеристическим уравнением, совпадающим с характеристическим уравне-

нием ЭМ. В отличие от скользящих режимов высших порядков, происходит расширение размерности КК. В отличие от метода супер-скручивания (super-twisting control), применяется каскадный синтез.

2. Синтезированы алгоритмы адаптивного управления каскадными системами с ИВУ на основе разработанной методики. Получено семейство гладких, релейных законов управления с гладкими и релейными интегральными виртуальными алгоритмами для КК. В отличие от МСБГ, виртуальное управление строится в форме интеграла от релейной или гладкой функции от информационного выхода. Управление строится в виде гладкой или релейной обратной связи не только по отклонению от многообразия, но и по ИВ.

3. Синтезирован алгоритм адаптивного управления роботом-манипулятором с учётом модели привода. Использование ИВУ обеспечивает сходимость к нулю обобщенной ошибки между траекториями механической подсистемы и эталонной модели. В отличие от каскадного синтеза на основе скользящих режимов высших порядков, проводится расширение размерности не входного каскада, а конечного. В отличие от алгоритмов управления электромеханическими системами с функцией Ляпунова, использующей весовую матрицу инерции, ВУ не представляет собой сумму компенсационной составляющей и ПД-регулятора по ошибке. В отличие от энергетического подхода используется функция Ляпунова по ошибке слежения, а желаемая динамика задается в виде эталонной модели, а не значением первого интеграла.

**Практическая ценность.** Предложенная методика может применяться для синтеза алгоритмов управления каскадными системами, в т.ч. электромеханическими системами. Полученные результаты внедрены в учебный процесс КФ МГТУ имени Н.Э. Баумана.

**Выносимые на защиту результаты.**

- Методика адаптивного управления каскадными системами с ИВУ на основе НСР.
- Гладкие и релейные законы управления с гладкими и релейными интегральными виртуальными алгоритмами для конечного каскада. Сравнительный анализ их предельных свойств. Алгоритмы адаптивного астатического виртуального управления для конечного каскада.
- Алгоритм адаптивного управления манипулятором на основе разработанной методики синтеза.

**Достоверность полученных результатов** подтверждается применением аналитических методов исследования, доказательствами теорем, сформулированных для синтезированных алгоритмов управления, определяющих условия и качество достижения поставленных целей управления; результатами компьютерного моделирования тестовых примеров и системы адаптивного управления роботом-манипулятором.

**Апробация работы**. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались на Региональной научно – технических конференции «Наукоемкие технологии в приборо– и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе» (Калуга, 2017г, 2018г), на Всероссийской конференции «Мехатронные системы (Теория и проектирование)» (Тула, 2016г), и на традиционной Молодежной Школе «Информатика, оптимизация и управление» при ИПУ РАН (2017г, 2018г).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 8 печатных работ, из них 4 статьи в ведущих рецензируемых научных журналах, включенных в перечень ВАК.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертационного исследования, анализируются относящиеся к ней научные работы, определяются цель и задачи исследования, кратко излагается содержание работы.

**В главе 1** диссертации приводится разработанная общая методика синтеза управления, обеспечивающая ограниченность траекторий замкнутой системы и слежение выхода конечного каскада за желаемым сигналом для класса двухкаскадных, динамических, линейных объектов в условиях параметрической неопределённости, синтезирован алгоритм робастного управления.

### 1.1. Постановка задачи адаптивного управления каскадными системами

Рассматривается линейный каскадный объект управления (ОУ). Не уменьшая общности будем считать, что $x_2 \in R^1$:

$$S_1 : \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_{11}(\xi)\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}(\xi)x_2, \tag{1}$$

$$S_2 : \dot{x}_2 = \mathbf{a}_{21}^{\mathrm{T}}(\xi)\mathbf{x}_1 + a_{22}(\xi)x_2 + b(\xi)u, \tag{2}$$

где $\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \in R^n$ – вектор состояния КК $S_1$, $x_2 \in R^1$ – фазовая координата входного каскада $S_2$, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^{\mathrm{T}} & x_2 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$, $u \in R^1$ – управление, $\mathbf{A}_{11}(\xi) = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_{n-1} \\ a_{n1} & \cdots \quad a_{nn} \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_{12}(\xi) = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & a_n \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$, $\xi \in \boldsymbol{\Xi}$ – множество неизвестных вариантов параметров ОУ, значения $\operatorname{sign} b(\xi)$, $\operatorname{sign} a_n(\xi)$ – априорно известны.

***Предположение***. ОУ (1), (2) управляем при $\forall \xi \in \boldsymbol{\Xi}$,

***Целью управления*** (ЦУ) является ограниченность всех траекторий замкнутой системы и достижение предельного соотношения

$$\mathbf{e} \to \mathbf{0} \text{ при } t \to \infty, \tag{3}$$

где $\mathbf{e} = (e_1 \cdots e_n)^{\mathrm{T}} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1^*$ – ошибка слежения, $\mathbf{x}_1^* = \left(x_{11}^* \cdots x_{1n}^*\right)^{\mathrm{T}} \in R^n$ – желаемая траектория КК, заданная эталонной моделью (ЭМ) по состоянию конечного каскада в форме

$$\dot{\mathbf{x}}_1^* = \mathbf{A}_* \mathbf{x}_1^* + \mathbf{b}_* r \Leftrightarrow g(p) x_{11}^* = g_0 r, \tag{4}$$

где $r$ – гладкая, ограниченная вместе со своей производной функция, $\mathbf{A}_* = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_{n-1} \\ -g_0 & \cdots \quad -g_{n-1} \end{pmatrix}$ – гурвицевая матрица с заданным расположением собственных чисел, $\mathbf{b}_* = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & g_0 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$, $p = d/dt$, $g(p) = p^n + g_{n-1}p^{n-1} + \cdots + g_0$.

## 1.2. Методика синтеза

***Предлагается общая методика, состоящая из следующих этапов:***

• ***Этап 1.*** Расширяется размерность КК путем добавления интегратора по каналу ВУ конечного каскада. Формируется ИВ в форме линейного однородного уравнения по элементам вектора ошибки с характеристическим уравнением, совпадающим с характеристическим уравнением ЭМ.

• ***Этап 2.*** Синтезируется «идеальное» ИВУ, обеспечивающее при полной априорной информации о параметрах системы достижение дополнительной цели управления (ДЦУ) в виде стремления ИВ к нулю и, как следствие – достижение ЦУ (3) с желаемой динамикой. Алгоритмы на входе интегратора могут иметь гладкий или релейный характер.

• ***Этап 3.*** Синтезируется ИВУ в условиях параметрической неопределённости. При измерении вектора состоянии КК и $n$-ой производной его выхода ИВУ является робастным алгоритмом. При измерении вектора состоянии КК синтезируется алгоритм прямого или непрямого адаптивного управления с настраиваемой моделью (НМ) и идентификацией параметров КК.

• ***Этап 4.*** Ставится ДЦУ в форме достижения нулевого значения невязки между входом КК и синтезированным ИВУ. Синтезируется гладкое или релейное управление замкнутой системой.

## 1.3. Алгоритм робастного управления

Пусть $x_{2\text{virt}}(\mathbf{x}_1,\xi)$ – синтезированное ИВУ. Введём отклонение реального входа КК $x_2$ от ИВУ $x_{2\text{virt}}$ в виде $\sigma = x_2 - x_{2\text{virt}}$. (5)

**Этап 1**. Модель расширенного (с интегратором) КК имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_{11}(\xi)\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}(\xi)(x_{2\text{virt}} + \sigma), \tag{6}$$

$$\dot{x}_{2\text{virt}} = v, \text{ где } v \text{ – новый вход.} \tag{7}$$

Сформулируем ИВ в виде комбинации ошибки слежения $e_1$ и её производных

$$y = g(p)e_1, \text{ где } e_1 = x_{11} - \overset{*}{x}_{11}. \tag{8}$$

Из гурвицевости многочлена $g(p)$ и $y \to 0$ при $t \to \infty$, следует достижение ЦУ (3). Из (8), (4) получаем

$$y = g(p)x_{11} - g(p)\overset{*}{x}_{11} = x_{11}^{(n)} + g_{n-1}x_{11}^{(n-1)} + \cdots + g_0 x_{11} - g_0 r. \tag{9}$$

Заметим, что если старшая производная КК $x_{11}^{(n)}$ измерима, то ИВ (9) не зависит от параметров КК и синтезируемый алгоритм является робастным.

**Этап 2.** Введём ДЦУ в виде

$$Q_y(y) \le \Delta_y, \text{ при } t > t_*, \text{ где } Q_y(y) = 0{,}5y^2,\ \Delta_y > 0. \tag{10}$$

Методом функции Ляпунова ($Q_y(y)$) синтезирован робастный алгоритм ИВУ $\dot{x}_{2\text{virt}} = v$ с входом

$$v = -\gamma \cdot \operatorname{sign}(a_n) \cdot \operatorname{sign}(y) + \gamma_m \cdot \operatorname{sgn}(\sigma), \text{ где } \gamma > 0,\ \gamma_m > 0. \tag{11}$$

Доказано, что на многообразии $\sigma \equiv 0$ при входе (11), ДЦУ (10) достигается.

**Этап 4.** Введём ДЦУ в виде неравенства

$$R(\sigma(t)) \le \Delta_\sigma \text{ при } t \ge t^*, \text{ где } R(\sigma) = 0{,}5\sigma^2,\ \Delta_\sigma > 0. \tag{12}$$

Синтезированное управление, обеспечивающее достижение ДЦУ (12):

$$u = -\gamma \cdot \mathrm{sign}\left(a_n\right) \cdot \mathrm{sign}\left(b\right) \cdot \mathrm{sign}\left(y\right). \quad (13)$$

Условия применимости и предельные свойства достижимости ЦУ (3) сформулированы в виде теоремы. В основе синтеза лежит функция Ляпунова вида $V\left(y,\sigma\right) = Q_y\left(y\right) + R\left(\sigma\right)$.

**В главе 2** диссертации синтезированы алгоритмы непрямого адаптивного управления с ДЦУ с идентификацией параметров КК.

**2.1. Постановка задачи**

Рассматривается ОУ (1), (2), ЦУ (3), ЭМ (4) и отклонение (5).

**2.2. Синтез алгоритмов управления**

**Этап 1.** Рассмотрим модель расширенного КК в форме (6), (7). Представим ИВ (9) в виде $y = \mathbf{g}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_1 - g_0 r + a_n x_{2\mathrm{virt}} = \mu\left(\mathbf{x}_1, \xi_1, r\right) + a_n x_{2\mathrm{virt}}$, (14)

где $\mu\left(\mathbf{x}_1,\xi_1,r\right) = \mathbf{g}^{\mathrm{T}}\left(\xi_1\right)\mathbf{x}_1 - g_0 r$, $\mathbf{g}(\xi_1) = \left(g_0 + a_{n1} \cdots g_{n-1} + a_{nn}\right)^{\mathrm{T}}$, $\xi_1 = \left(a_{n1} \cdots a_{nn}\right)^{\mathrm{T}}$.

**Этап 2.** Выберем «идеальное» ИВУ в виде (7). Синтезированные входы $v$, обеспечивающие достижение ДЦУ (10), в виде семейства алгоритмов

$$v = -a_n^{-1}\left(\dot{\mu}\left(\mathbf{x}_1,\xi,r\right) + \gamma y\right), \quad (15)$$

$$v = -\gamma \cdot \mathrm{sign}\left(a_n\right) \cdot \mathrm{sign}\left(y\right), \quad (16)$$

$$v = -\gamma \cdot \mathrm{sign}\left(a_n\right) \cdot y, \quad (17)$$

$$v = -\gamma \cdot \mathrm{sign}\left(a_n\right) \cdot \mathrm{sign}\left(y\right) + \gamma_m \cdot \mathrm{sgn}\left(\sigma\right), \quad (18)$$

$$v = -\gamma \cdot \mathrm{sign}\left(a_n\right) \cdot y + \gamma_m \cdot \mathrm{sgn}\left(\sigma\right), \quad (19)$$

где $\gamma > 0$, $\gamma_m > 0$, $\dot{\mu}\left(\mathbf{x}_1,\xi,r\right) = \mathbf{g}^{\mathrm{T}}\left(\xi_1\right)\left(\mathbf{A}_{11}\left(\xi\right)\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\left(\xi\right)x_{2\mathrm{virt}}\right) - g_0\dot{r}$, $\xi = \left(\xi_1^T \vdots a_n\right)^T$ – точные значения параметров конечного каскада.

В работе доказано, что на многообразии $\sigma \equiv 0$ ($x_2 = x_{2virt}$) при любом входе $v$ из семейства алгоритмов (15)-(19), ДЦУ (10) достигается с различными предельными свойствами (таблица 2.1). При этом синтезированные ИВУ обладают гладким характером. Тем самым выполняется необходимое условие каскадного синтеза.

Таблица 2.1

«Идеальное» ИВУ и предельные свойства

| № | ИВУ $\dot{x}_{2\mathrm{virt}} = v$ | Сходимость и предельные свойства |
|---|---|---|
| 1 | $v = -\gamma\mathrm{sign}\left(a_n\right)\mathrm{sign}\, y$ | При $\forall\gamma \ge \gamma_* + \gamma_0$, $\gamma_* = \lvert\dot{\mu}(\cdot)\rvert / \lvert a_n\rvert$, $\gamma_0 > 0$. $Q_y\left(y\right) \equiv 0 \Leftrightarrow y\left(t\right) \equiv 0$, $\forall t \ge t_*$ и $t_* = 2\gamma_0^{-1}\sqrt{Q_y\left(0\right)}$. |
| 2 | $v = -\gamma\mathrm{sign}\left(a_n\right)y$ | ▪ При $\gamma \ge \bar{\gamma}\left(\Delta\right)$, $\bar{\gamma}\left(\Delta\right) = \lvert\dot{\mu}(\cdot)\rvert / 2\lvert a_n\rvert\Delta + \rho_y / 4\lvert a_n\rvert > 0$, $\forall\Delta > 0 : \lvert y\rvert \le \Delta \le \sqrt{2\Delta_y}$, $\Delta_y > 0$, $\rho_y > 0$. $Q_y\left(y\right) \le \Delta_y$, $t \to \infty$.<br>▪ При $\gamma \to \infty$. $Q_y\left(y\right) \to 0$, $t \to \infty$. |
| 3 | $v = -a_n^{-1}\dot{\mu}\left(\mathbf{x}_1,\xi,r\right) - a_n^{-1}\gamma y$ | При $\forall\gamma > 0$. $Q_y \to 0$ при $t \to \infty$. |

**Этап 3.** Синтез ИВУ в условиях параметрической неопределённости (идентификационный подход при использовании ИВ (14))

Введём ДЦУ вида

$$\lim_{t\to\infty}\hat{\xi}(t)=\xi, \tag{20}$$

где $\hat{\xi}$ – вектор оценок параметров КК.

Подсистема КК (1) представлена в виде $\dot{x}_{1n}=\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}$.

Введём НМ вида $$\dot{x}_{1n}^{\text{нм}}=\upsilon, \tag{21}$$

где $x_{1n}^{\text{нм}}\in R^{1}$ – фазовая координата НМ, $\upsilon$ – вход НМ.

Сформулирована ДЦУ в виде

$$\lim_{t\to\infty}Q_{\varepsilon}\left(\varepsilon(t)\right)\to 0 \text{ при } t\to\infty, \tag{22}$$

где $Q_{\varepsilon}\left(\varepsilon(t)\right)=0{,}5\varepsilon^{2}$, $\varepsilon=x_{1n}-x_{1n}^{\text{нм}}$ – невязка.

Синтезированный вход НМ, обеспечивающий достижения ДЦУ (22):

$$\upsilon\left(\mathbf{x},\varepsilon,\hat{\boldsymbol{\xi}}\right)=\dot{x}_{1n}\left(\mathbf{x},\hat{\boldsymbol{\xi}}\right)+\alpha\varepsilon=\hat{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}+\alpha\varepsilon,\ \alpha>0, \tag{23}$$

с алгоритмом адаптации в форме скоростного градиента

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}}=-\boldsymbol{\Gamma}\nabla_{\hat{\xi}}\dot{Q}_{\varepsilon}=\varepsilon\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{x},\ \Leftrightarrow\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}}_{1}=\varepsilon\boldsymbol{\Gamma}_{1}\mathbf{x}_{1},\ \dot{\hat{a}}_{n}=\gamma_{n+1}\varepsilon x_{2}, \tag{24}$$

где $\boldsymbol{\Gamma}=\mathrm{diag}\left\{\gamma_{1},\gamma_{2}...\gamma_{n+1}\right\}>0$.

Условия применимости и предельные свойства достижимости ДЦУ (20), (22) сформулированы в виде теоремы. Теорема доказана методом функции Ляпунова вида $V_{1}=Q_{\varepsilon}+0{,}5\left(\hat{\xi}-\xi\right)^{T}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\left(\hat{\xi}-\xi\right)$.

Получаемые в процессе адаптации оценки параметров КК $\hat{\xi}$ используем для формирования ИВ (14) и входов (15)-(19).

**Этап 4.** Синтезирован алгоритм управления замкнутой системой, обеспечивающий достижение ДЦУ (12), имеющий вид

$$u=-\gamma_{m}\cdot\mathrm{sign}(b)\cdot\mathrm{sign}\left(\sigma+\hat{a}_{n}y\right) \tag{25}$$

или $$u=-\gamma\cdot\mathrm{sign}\left(a_{n}\right)\cdot\mathrm{sign}(b)\cdot\mathrm{sign}(y) \tag{26}$$

или $$u=-\gamma\cdot\mathrm{sign}\left(a_{n}\right)\cdot\mathrm{sign}(b)\cdot y. \tag{27}$$

**Замечание:** при использовании ИВ (14) с непрямым адаптивным алгоритмом возможны комбинации алгоритмов ИВУ (15)-(19) с управлением (25)-(27), обладающими различными предельными свойствами. Условия применимости алгоритмов сформулированы в виде теорем, приведены их предельные свойства достижимости основной и дополнительных целей управления.

**В главе 3** синтезированы алгоритмы прямого адаптивного управления.

**3.1. Постановка задачи**

Вновь рассматривается ОУ (1), (2), ЦУ (3), ЭМ (4) и отклонение (5).

**3.2. Синтез алгоритмов управления**

**Этап 1.** Рассмотрим модель расширенного КК в форме (6), (7).

В работе показано, что ИВ (14) представим в виде

$$y = x_{2\text{virt}} - \bar{x}^*_{2\text{virt}}, \tag{28}$$

где $\bar{x}^*_{2\text{virt}}$ – «идеальное» желаемое ИВУ, которое имеет вид

$$\bar{x}^*_{2\text{virt}}\left(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\theta}_*\right) = -a_n^{-1}\mu\left(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}_1, r\right) = -\left(\boldsymbol{\theta}_1^*\right)^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_1 + \theta^*_{n+1} r = -\boldsymbol{\theta}_*^{\mathrm{T}} \mathbf{f}, \tag{29}$$

где $\boldsymbol{\theta}_1^* = \begin{pmatrix} \theta_1^* & \cdots & \theta_n^* \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\theta}_* = \left(\left(\boldsymbol{\theta}_1^*\right)^{\mathrm{T}}, \theta^*_{n+1}\right)^{\mathrm{T}}$ – вектор «идеальных» параметров регулятора, $\theta_i^* = a_n^{-1}\left(g_{i-1} + a_{ni}\right)$, $i = \overline{1,n}$, $\theta^*_{n+1} = a_n^{-1} g_0$, $\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^{\mathrm{T}} & -r \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$.

**Этап 2.** Синтезированные входы, обеспечивающие достижение ДЦУ (10) с ИВ (28) и «идеальным» желаемым ИВУ (29) представлены семейством вида

$$v = -\gamma \operatorname{sign}\left(y\right) + \gamma_m \operatorname{sgn}\left(\sigma\right), \tag{30}$$

$$v = -\gamma y + \gamma_m \operatorname{sgn}\left(\sigma\right), \tag{31}$$

$$v = -\gamma \operatorname{sign} y, \tag{32}$$

$$v = -\gamma y, \tag{33}$$

где $\gamma > 0$, $\gamma_m > 0$.

**Этап 3**. Заменим в (28) и (29) неизвестные параметры $\boldsymbol{\theta}_*$ настраиваемыми $\boldsymbol{\theta} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{T}} & \theta_{n+1} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ так, что

$$\bar{x}_{2virt} = -\boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_1 + \theta_{n+1} r = -\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} \mathbf{f}, \tag{34}$$

$$y = x_{2\text{virt}} - \bar{x}_{2\text{virt}} \tag{35}$$

В качестве ЦФ выберем квадратичную форму от ошибки слежения.

$$Q_e\left(\mathbf{e}\right) = 0{,}5\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}\mathbf{e}, \ \mathbf{H} = \mathbf{H}^{\mathrm{T}} > 0. \tag{36}$$

Синтезированный алгоритм настройки неизвестных параметров имеет вид

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\boldsymbol{\Gamma}_e \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \dot{Q}_e\left(\mathbf{e}\right) = \sum_{i=1}^{n} e_i h_{in} \tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_e \mathbf{f} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\boldsymbol{\theta}}_1 = \sum\limits_{i=1}^{n} e_i h_{in} \tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{1e} \mathbf{x}_1, \\ \dot{\theta}_{n+1} = -\sum\limits_{i=1}^{n} e_i h_{in} \tilde{\gamma}_{e(n+1)} r, \end{cases} \tag{37}$$

где $\boldsymbol{\Gamma}_e = \operatorname{diag}\left\{\gamma_{e1}, \ldots, \gamma_{e(n+1)}\right\} > 0$, $\tilde{\gamma}_{ei} = a_n \gamma_{ei}$, $\mathbf{H} = \left(h_{ij}\right)_1^n$ – $\left(n \times n\right)$ матрица – решение уравнения Ляпунова $\mathbf{H}\mathbf{A}_* + \mathbf{A}_*^{\mathrm{T}}\mathbf{H} = -\mathbf{G}$, $\mathbf{G} = \mathbf{G}^{\mathrm{T}} > 0$.

**Этап 4.** Синтезированное семейство алгоритмов управления замкнутой системой, обеспечивающих достижение ДЦУ (12), представлено в виде

$$u = -\gamma \cdot \operatorname{sign}\left(b\right) \cdot \operatorname{sign}\left(y\right), \tag{38}$$

$$u = -\gamma \cdot \operatorname{sign}\left(b\right) \cdot y, \tag{39}$$

$$u = -\gamma_m \cdot \operatorname{sign}\left(b\right) \cdot \operatorname{sign}\left(\sigma + y\right). \tag{40}$$

**Замечание:** при использовании ИВ (35), желаемого ИВУ (34) с прямым адаптивным алгоритмом возможны комбинации алгоритмов ИВУ (30)-(33) с управлением (38)-(40), обладающими различными предельными свойствами. Условия применимости алгоритмов сформулированы в виде теорем. В табл. 3.1 приведены их предельные свойства сходимости.

Таблица 3.1

Управления и предельные свойства сходимости

| № | ИВУ $\dot{x}_{2\mathrm{virt}} = v$ | управление | Сходимость и предельные свойства |
|---|---|---|---|
| **1** | $v = -\gamma \operatorname{sign}(y) + {}$ $+\gamma_m \operatorname{sgn}(\sigma)$ | $u = -\gamma \cdot \operatorname{sign}(b) \cdot$ $\cdot \operatorname{sign}(y)$ | При $\forall \gamma \geq \gamma_* + \gamma_0$, $\gamma_* = \lvert \eta_y(\cdot) \rvert / \lvert b \rvert$, $\gamma_0 > 0$. $Q_y(t) \equiv 0$ $(y(t) \equiv 0)$, при $\forall t \geq t_*$, $t_* = 2\gamma_0^{-1}\sqrt{Q_y(0)}$. При $\forall \gamma_m \geq \gamma_m^* + \gamma_{m0}$, $\gamma_{m0} > 0$, $\gamma_m^* = \lvert \eta_\sigma(\cdot) \rvert$. $R(\sigma) \equiv 0$ $(\sigma \equiv 0)$, при $\forall t \geq t^*$, $t^* = 2\gamma_{m0}^{-1}\sqrt{R(0)}$, где $\eta_y = \mathbf{a}_{21}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_1 + a_{22}x_2 - \dot{\bar{x}}_{2\mathrm{virt}} + z$, $\eta_\sigma = \mathbf{a}_{21}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_1 + a_{22}x_2 + z + \gamma(1 - \lvert b \rvert) \cdot \operatorname{sign}(y)$, $\dot{\bar{x}}_{2\mathrm{virt}} = -\left(z\mathbf{\Gamma}_{1e}\mathbf{x}_1\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_1 - \mathbf{\theta}_1^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}x_2\right) -$ $-z\gamma_{1(n+1)}r^2 + \theta_{n+1}\dot{r}$, $z = \mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}\mathbf{a}_{12} = a_n \sum_{i=1}^{n} e_i h_{in}$ |
| **2** | $v = -\gamma y + {}$ $+\gamma_m \operatorname{sgn}(\sigma)$ | $u = -\gamma \operatorname{sign}(b) y$ | При $\gamma \geq \gamma^*(\Delta)$, $\gamma^*(\Delta) = \lvert \eta_y \rvert / 2\Delta + \rho_y/4 > 0$, $\forall \Delta > 0 : \lvert y \rvert \leq \Delta \leq \sqrt{2\Delta_y}$, $\rho_y > 0$. $Q_y(t) \leq \Delta_y$, $t \to \infty$ (при $\gamma \to \infty$, $Q_y \to 0$, $t \to \infty$). При $\forall \gamma_m \geq \gamma_m^* + \gamma_{m0}$, $\gamma_m^* = \lvert \eta_\sigma(\cdot) \rvert$, $\gamma_{m0} > 0$, $R(\sigma) \equiv 0$ $(\sigma \equiv 0)$, $\forall t \geq t^*$, $t^* = 2\gamma_{m0}^{-1}\sqrt{R(0)}$. |
| **3** | $v = -\gamma \operatorname{sign}(y)$ | $u = -\gamma_m \cdot \operatorname{sign}(b) \cdot$ $\cdot \operatorname{sign}(\sigma + y)$ | При $\forall \gamma \geq \gamma_* + \gamma_0$, где $\gamma_* = \lvert \dot{\bar{x}}_{2\mathrm{virt}} \rvert$, $\gamma_0 > 0$, $y(t) \equiv 0$ и $\sigma \equiv 0$ одновременно. |
| **4** | $v = -\gamma y$ | | При $\gamma \to \infty$, $t \to \infty$. $Q_y \to 0$, $R(\sigma) \to 0$. |

### 3.3. Алгоритмы астатического виртуального управления линейными двухкаскадными объектами

#### 3.3.1. Формализация задачи

Вновь рассматривается ОУ (1), (2). ЦУ задана в виде ограниченности всех траекторий замкнутой системы и достижение $e_\infty \to 0$ при $t \to \infty$, (41)

где $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$, $e(t) = r(t) - x_B(t)$ – ошибка слежения за задающим полиномиальным воздействием $r(t) = a_0 + a_1 t + \ldots + a_{l-1}t^{(h-1)}$, $h > 1$, $x_B = x_{11}$ – выход КК.

#### 3.3.2. Синтез алгоритмов управления

Вновь рассмотрим отклонение от многообразия σ вида (5). Рассмотрим синтез алгоритмов управления, обеспечивающих повышение точности конечного каскада в предположении, что известны все параметры конечного каскада. Типовая система управления конечным каскадом по ошибке слежения с астатизмом $h$-ого порядка и структурное преобразование представлены на рис. 3.1, 3.2.

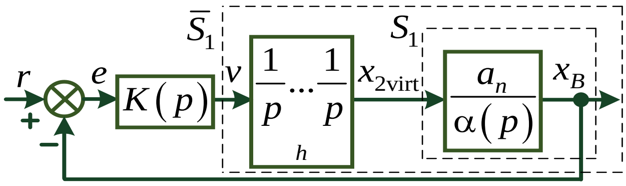


Рис. 3.1. Структурная схема управления КС по ошибке

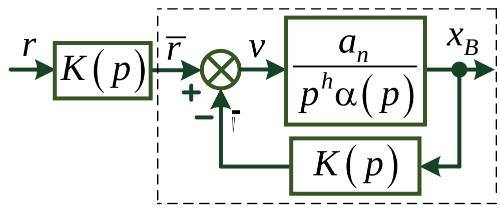


Рис. 3.2. Преобразованная структурная схема

Таким образом, синтез сводится к решению задачи модального управления $\bar{v} = K(p)x_B$ и формированию $\bar{r} = K(p)r$.

Синтез алгоритмов управления в условиях параметрической неопределённости представлен двумя подходами. При измерении выхода и его производных до $(n+h-1)$-ого порядка синтезируется алгоритм прямого адаптивного управления (**первый подход**). При измерении фазовых координат расширенного конечного каскада синтезируется алгоритм непрямого адаптивного управления с НМ и идентификацией параметров конечного каскада (**второй подход**).

**3.3.2.1. Первый подход**

**Этап 1.** Расширение КК представлено в виде

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 = \tilde{\mathbf{A}}_{11}\tilde{\mathbf{x}}_1 + \tilde{\mathbf{a}}_{12}v + \tilde{\mathbf{a}}_{12}\sigma, \tag{42}$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^{\mathrm{T}} & x_{2\text{virt}} & x_{1(n+2)} & \ldots & x_{1(n+h)} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$, $\tilde{\mathbf{A}}_{11} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{h-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\tilde{\mathbf{a}}_{12} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{12}^{T}\,\underbrace{0\ldots0}_{h} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$.

Для удобства синтеза алгоритма управления в работе показано приведение модели (42) к виду

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}_1 = \bar{\mathbf{A}}_{11}\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{a}}_{12}v + \bar{\mathbf{a}}\sigma, \tag{43}$$

где $\bar{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{T}\tilde{\mathbf{x}}_1$, $\bar{\mathbf{a}}_{12} = \begin{pmatrix} \underbrace{0\ldots0}_{n+h-1} & a_n \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$, $\bar{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \underbrace{0\ldots0}_{n-1}\beta_0\ldots\beta_h \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$, $\bar{\mathbf{A}}_{11} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & & & \mathbf{I}_{n+h-1} \\ 0\ldots0 & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$,

$\mathbf{T}$ – нижно-треугольная матрица перехода.

Введём ДЦУ в виде

$$\boldsymbol{\varepsilon} \to \mathbf{0} \text{ при } t \to \infty, \tag{44}$$

где $\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_1^*$ – ошибка слежения за траекторией ЭМ, заданной в виде

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}_1^* = \bar{\mathbf{A}}_*\bar{\mathbf{x}}_1^* + \bar{\mathbf{B}}_*\bar{r}, \tag{45}$$

где $\bar{r}$ – задающее воздействие (определяется ниже см. (47)), $\bar{\mathbf{A}}_* = \begin{pmatrix} 0 & & \mathbf{I}_{n+h-1} \\ -\alpha_1 & \ldots & -\alpha_{n+h} \end{pmatrix}$ – гурвицевая матрица, $\alpha_i > 0$, $i = \overline{1, n+h}$, $\bar{\mathbf{B}}_* = \begin{pmatrix} 0\ldots0 & 1 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$.

Синтезированный «идеальный» вход $v^*$, обеспечивающий достижение ДЦУ (44), имеет вид

$$\begin{aligned} v^* &= a_n^{-1}\Big(\bar{r} - \alpha_1\bar{x}_{11} - \ldots - \alpha_h\bar{x}_{1h} - (\alpha_{h+1} + a_{n1})\bar{x}_{1(h+1)} - \ldots - (\alpha_{h+n} + a_{nn})\bar{x}_{1(h+n)}\Big) = \\ &= a_n^{-1}\big(\bar{r} - K_*(p)x_B\big) = a_n^{-1}eK_*(p) = \theta_0^*\Big(\alpha_1 e + \alpha_2\dot{e} + \ldots + \alpha_h e^{(h-1)}\Big) + \mathbf{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}_1^* = \mathbf{f}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}^*, \end{aligned} \tag{46}$$

где $K_*(p) = \alpha_1 + \alpha_2 p + \ldots + \alpha_h p^{h-1} + k_{h+1}^* p^h + \ldots + k_{h+n}^* p^{h+n-1}$, $k_{h+i}^* = \alpha_{h+i} + a_{ni}$, задающее воздействие $\bar{r}$ в виде

$$\bar{r} = K_*(p)r, \tag{47}$$

$\theta_0^* = 1/a_n$, $\boldsymbol{\theta}_1^* = \left(\theta_1^* ... \theta_n^*\right)^{\mathrm{T}}$, $\theta_i^* = k_{h+i}^*/a_n$, $\boldsymbol{\theta}^* = \left(\theta_0^* \quad \left(\boldsymbol{\theta}_1^*\right)^{\mathrm{T}}\right)^{\mathrm{T}}$ – идеальный вектор параметров регулятора, $\mathbf{f} = \left(\alpha_1 e + \alpha_2 \dot{e} + ... + \alpha_h e^{(h-1)} \quad \mathbf{e}^{\mathrm{T}}\right)^{\mathbf{T}}$ – вектор сенсора, $\mathbf{e} = \left(e^{(h)} \quad ... \quad e^{(h+n-1)}\right)^{\mathrm{T}}$.

**Этап 2.** Работоспособность КК в условиях параметрической неопределённости обеспечивается виртуальным алгоритмом ($x_{2\mathrm{virt}}^{(h)} = v$, $v = \mathbf{f}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}$) адаптивного управления вида

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\boldsymbol{\Gamma}\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\dot{Q}_{\varepsilon}\left(\boldsymbol{\varepsilon}\right) = -\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}\left(0...01\right)^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}\mathbf{f}, \tag{48}$$

где $Q_{\varepsilon} = 0{,}5\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}\boldsymbol{\varepsilon}$, $\mathbf{H} = \mathbf{H}^{\mathrm{T}} > 0$, $\boldsymbol{\Gamma} = \mathrm{diag}\left\{\gamma_1,...,\gamma_n\right\} > 0$, $\tilde{\boldsymbol{\Gamma}} = \mathrm{sign}\left(a_n\right)\boldsymbol{\Gamma}$.

**Этап 3.** Синтезированное управление замкнутой системой, обеспечивающее достижение ДЦУ (12) имеет вид

$$u = -\tau \cdot \mathrm{sign}\left(b\right) \cdot \mathrm{sign}\left(\sigma\right), \text{ где } \tau > 0. \tag{49}$$

В работе условия применимости, предельные свойства достижимости ЦУ (12), (44) сформулированы в виде теоремы.

**3.3.2.2. Второй подход**

**Этап 1.** Вход (46) с учётом $\bar{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{T}\tilde{\mathbf{x}}_1$ представим в виде

$$v^* = a_n^{-1}\bar{r} - a_n^{-1}\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\mathbf{T}\tilde{\mathbf{x}}_1, \tag{50}$$

где $\boldsymbol{\alpha} = \left(\alpha_1 \quad ... \quad \alpha_h \quad \alpha_{h+1} + a_{n1} \quad ... \quad \alpha_{h+n} + a_{nn}\right)^{\mathrm{T}}$.

Для формирования обратной связи в (50) и $a_n^{-1}$, $\bar{r} = K\left(p, \xi_1\right)r$, $\xi_1 = \left(a_{n1} \quad a_{n2} \quad \cdots \quad a_{nn}\right)^{\mathrm{T}}$ требуется значений параметров КК.

**Этап 2.** Для идентификации параметров КК (см. этап 3 глава 2) используется НМ вида (21) с обратной связью (23) и алгоритм адаптации вида (24)

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}} = -\boldsymbol{\Gamma}\nabla_{\hat{\boldsymbol{\xi}}}\dot{Q}_{\varepsilon} = \varepsilon\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{x}, \Leftrightarrow \dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}}_1 = \varepsilon\boldsymbol{\Gamma}_1\mathbf{x}_1, \ \dot{\hat{a}}_n = \gamma_{n+1}\varepsilon x_2, \text{ где } \boldsymbol{\xi} = \left(\boldsymbol{\xi}_1^{\mathrm{T}} \ a_n\right)^{\mathrm{T}}.$$

**Этап 3.** Синтезированное управление замкнутой системой обеспечивается достижение ДЦУ (12) в форме (49)

$$u = -\tau \cdot \mathrm{sign}\left(b\right) \cdot \mathrm{sign}\left(\sigma\right), \text{ где } \tau > 0.$$

**В главе 4** диссертационной работы синтезирован алгоритм децентрализованного адаптивного управления роботом-манипулятором в условии параметрической неопределённости на основе предложенного в главе 3 подхода (в п. 3 таб. 3.1)

**4.1. Постановка задачи**

ОУ описывается моделью в каскадной форме (рис. 4.1):

$$S_1 : \mathbf{M}\left(\mathbf{q}, m\right)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\left(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, m\right)\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\left(\mathbf{q}, m\right) = \boldsymbol{\tau}, \tag{51}$$

$$S_2 : \dot{\boldsymbol{\tau}} = c\left(c_1\mathbf{u} - \boldsymbol{\tau}\right) - c_2\dot{\mathbf{q}}, \tag{52}$$

где $\mathbf{q} = \left(q_1 \quad q_2\right)^{\mathrm{T}}$ – вектор обобщенных координат; $\mathbf{G}\left(\cdot\right) = \left(0 \quad G_{22}\right)^{T}$ – вектор силы тяжести; $\mathbf{M}\left(\cdot\right) = diag\left\{m_{11}, m_{22}\right\} > 0$ – матрица моментов инерции;

$\mathbf{B}(\cdot)=\zeta\begin{pmatrix}\dot q_2 & \dot q_1\\ -\dot q_1 & 0\end{pmatrix}$ – матрица кориолисовых и центробежных членов, $\mathbf{u}=\begin{pmatrix}u_1 & u_1\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор управления, $\boldsymbol{\tau}=\begin{pmatrix}\tau_1 & \tau_1\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор моментов; $G_{22}=mgl_2\sin(q_2)+g\dfrac{3J_2}{2l_2}\sin(q_2)$, $m_{22}=J_2+ml_2^2+$ $+n_{22}J_{m22}$, $m_{11}=\dfrac{3J_2}{l_2^2}\left(l_1+\dfrac{l_2}{2}\sin(q_2)\right)^2+J_1+n_{11}J_{n11}+$ $+m\big(l_1+l_2\sin(q_2)\big)^2$, $0<m<10\,кг$ – неизвестный

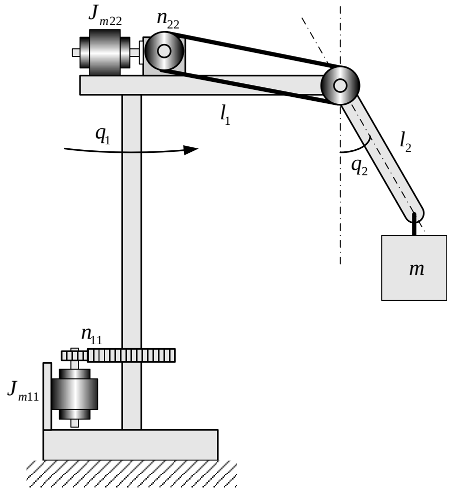

Рис.4.1. Робот-манипулятор

параметр, $\zeta=\dfrac{J_2}{2}\left(\sin(2q_2)+\dfrac{3l_1}{l_2}\cos(q_2)\right)+m\big(l_1+l_2\sin(q_2)\big)l_2\cos(q_2)$, $J_1$, $J_2$ – моменты инерции, $l_1$, $l_2$ – длины жестких однородных стержней, $n_{11}$, $n_{22}$ – передаточные числа редукторов, $c$ – электромагнитная постоянная времени, $c_1$, $c_2$ – константы.

**ЦУ** является ограниченность всех траекторий системы (42), (43) и достижение предельного соотношения

$$\|\mathbf{e}_i\|\le\Delta_i,\forall t\ge t_*,\ \Delta_i>0,\ i=1,2, \tag{53}$$

где $\mathbf{e}_i=\begin{pmatrix}q_i-q_i^* & \dot q_i-\dot q_i^*\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{q}_i^*(t)=\begin{pmatrix}q_i^* & \dot q_i^*\end{pmatrix}$ – желаемая траектория КК (по каналам управления). Измерению доступны компоненты векторов $\mathbf{q}$ и $\dot{\mathbf{q}}$.

### 4.2. Синтез алгоритма управления

Введем вектор виртуальных моментов $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{virt}}=\begin{pmatrix}\tau_{\mathrm{virt1}} & \tau_{\mathrm{virt2}}\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ и отклонение реальных моментов $\boldsymbol{\tau}$ от вектора виртуальных моментов $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{virt}}$

$$\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{virt}},\ \text{где}\ \boldsymbol{\sigma}=\begin{pmatrix}\sigma_1 & \sigma_2\end{pmatrix}^{\mathrm{T}},\ \sigma_i=\tau_i-\tau_{\mathrm{virt}i}. \tag{54}$$

**Этап 1.** Расширенные КК (51) в соответствие с (6), (7) примут вид

$$\begin{cases}\dot q_1=q_3,\\ \dot q_3=-2m_{11}^{-1}\zeta q_3q_4+m_{11}^{-1}(\tau_{\mathrm{virt1}}+\sigma_1),\\ \dot\tau_{\mathrm{virt1}}=v_1,\end{cases},\quad \begin{cases}\dot q_2=q_4,\\ \dot q_4=m_{22}^{-1}\zeta q_3^2-m_{22}^{-1}G_{22}+m_{22}^{-1}(\tau_{\mathrm{virt2}}+\sigma_2),\\ \dot\tau_{\mathrm{virt2}}=v_2,\end{cases} \tag{55}$$

где $v_1$, $v_2$ – новые входы.

ЭМ в форме (4) по каждому каналу зададим матрицами вида

$$\mathbf{A}_*=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -g_0 & -g_1\end{pmatrix},\ \mathbf{b}_*=\begin{pmatrix}0\\ g_0\end{pmatrix},\ g_i>0.$$

Желаемое ИВУ $\bar{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{virt}}=\begin{pmatrix}\bar\tau_{\mathrm{virt1}} & \bar\tau_{\mathrm{virt2}}\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ и ИВ $\mathbf{y}=\begin{pmatrix}y_1 & y_2\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ в форме (34), (35), соответственно, примет вид:

$$\begin{cases}\bar{\tau}_{\text{virt1}} = \hat{m}k_1(\cdot)+\tilde{k}_1(\cdot),\\ \bar{\tau}_{\text{virt2}} = \hat{m}k_2(\cdot)+\tilde{k}_2(\cdot),\end{cases} ;\begin{cases} y_1 = \tau_{\text{virt1}}-\bar{\tau}_{\text{virt1}},\\ y_2 = \tau_{\text{virt2}}-\bar{\tau}_{\text{virt2}},\end{cases} \tag{56}$$

где $k_1(\cdot) = (g_0 r_1 - g_0 q_1 - g_1 q_3)\left(l_1 + l_2\sin(q_2)\right)^2 + 2q_4 q_3\left(l_1 + l_2\sin(q_2)\right)l_2\cos(q_2)$,

$$\tilde{k}_1(\cdot) = \left(J_1 + \frac{3J_2}{l_2^2}\left(l_1 + \frac{l_2}{2}\sin(q_2)\right)^2 + n_{11}J_{n11}\right)(g_0 r_1 - g_0 q_1 - g_1 q_3) +$$

$$+q_4 q_3 J_2\left(\sin(2q_2) + \frac{3l_1}{l_2}\cos(q_2)\right), \qquad k_2(\cdot) = (g_0 r_2 - g_0 q_2 - g_1 q_4)l_2^2 + g l_2\sin(q_2) -$$

$$-q_3^2\left(l_1 + l_2\sin(q_2)\right)l_2\cos(q_2), \qquad \tilde{k}_2(\cdot) = (g_0 r_2 - g_0 q_2 - g_1 q_4)(J_2 + n_{22}J_{m22}) -$$

$$-q_3^2\frac{J_2}{2}\left(\frac{3l_1}{l_2}\cos(q_2) + \sin(2q_2)\right) + g\frac{3J_2}{2l_2}\sin(q_2).$$

**Этап 2.** Алгоритм управления $\mathbf{v} = (v_1 \quad v_2)^{\mathrm{T}}$ конечным каскадом в соответствие с (32) имеет вид

$$v_i = -\gamma_i \operatorname{sign}(y_i),\ \gamma_i > 0. \tag{57}$$

**Этап 3.** Контур адаптации в соответствие с (33) имеет вид

$$\dot{\hat{m}} = -\tilde{\gamma}_1(e_1 h_{12} + e_3 h_{22})k_1(\cdot) - \tilde{\gamma}_2(e_2 h_{12} + e_4 h_{22})k_2(\cdot), \tag{58}$$

где $\tilde{\gamma}_1 = \tilde{\gamma}m_{11} > 0$; $\tilde{\gamma}_2 = \tilde{\gamma}m_{22} > 0$; $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12}\\ h_{21} & h_{22}\end{pmatrix}$ – решение уравнения Ляпунова.

**Этап 4.** Алгоритм управления $\mathbf{u}$ замкнутой системой в соответствие с (40) имеет вид

$$u_i = -\gamma_{mi}\cdot \operatorname{sign}(\sigma_i + y_i),\ \gamma_{mi} > 0. \tag{59}$$

### 4.3. Результаты компьютерного моделирования

На рис. (4.2)-(4.7) приведены результаты компьютерного моделирования робота-манипулятора с прямым виртуальным адаптивным управлением в задаче слежения за сигналом $r(t) = \sin(2t)$. Из рис. 4.2, 4.3 видно, что для конечного каскада обеспечивается решение задачи слежения. Из рис. 4.2-4.5 видно, что ЦУ (53) достигается.

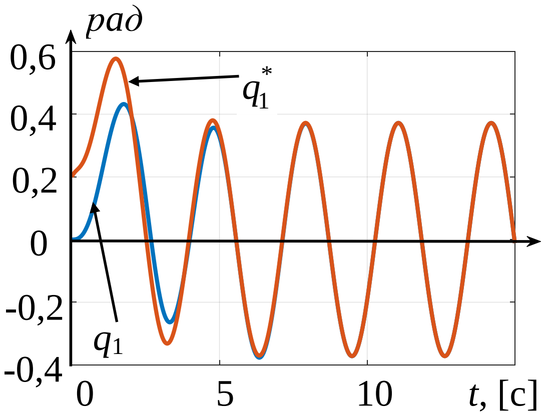


*Рис. 4.2. Слежение по углу $q_1$*

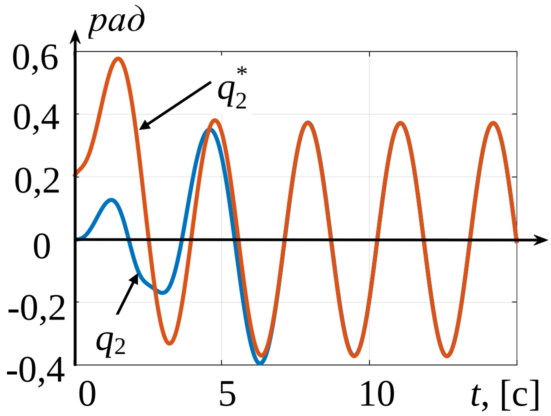


*Рис. 4.3. Слежение по углу $q_2$*

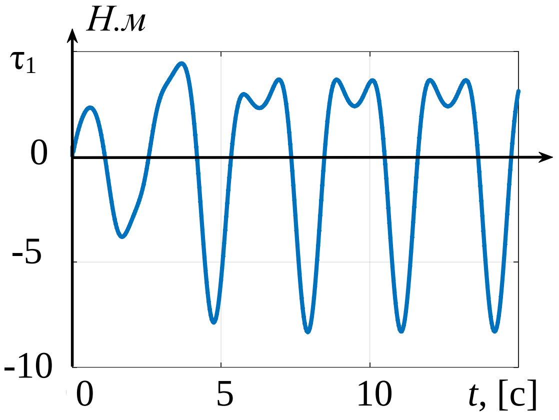


*Рис. 4.4. Фазовая траектория* $\tau_1$

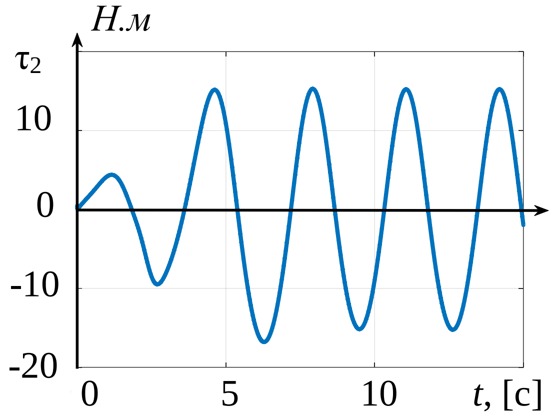


*Рис. 4.5. Фазовая траектория* $\tau_2$

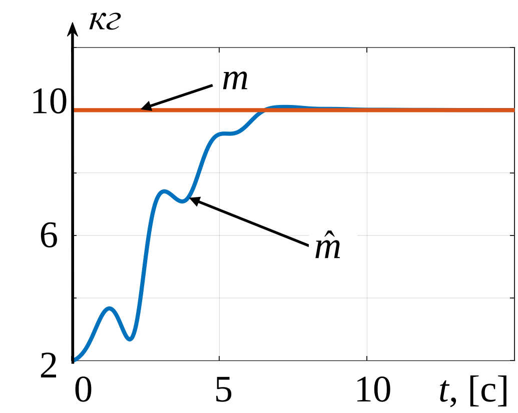


*Рис. 4.6. Масса* $m$ *и её оценка* $\hat{m}$

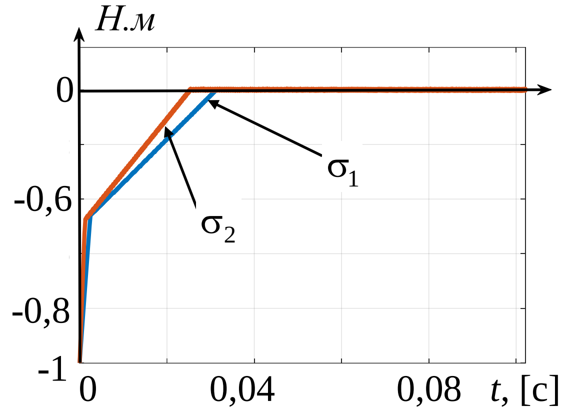


*Рис. 4.7. Отклонении* $\sigma_1, \sigma_2$

На рис. 4.6 представлен характер оценивания массы переносимого груза и наличие идентифицирующего свойства алгоритма адаптации. Из рис. 4.7 видно возникновение скользящих режимов за конечное время.

## Основные выводы и результаты исследований

1. Разработана методика адаптивного управления каскадными системами с ИВУ на основе метода скоростного биградиента. Методика позволяет синтезировать семейство алгоритмов адаптивного управления линейными каскадными системами в условиях параметрической неопределённости при повышенных требованиях к качеству управления конечным каскадом.

2. Синтезировано семейство алгоритмов, обладающих различными предельными свойствами достижимости цели управления и условиями применимости. Алгоритмы позволяют увеличивать точность слежения конечного каскада и синтезировать интегральное виртуальное управление с формированием желаемой динамики сходимости модели ошибки между траекториями механической подсистемы и эталонной моделью. Сформулированы и доказаны теоремы, подтверждающие работоспособность синтезированных алгоритмов, проведен анализ их предельных свойств сходимости, получены оценки коэффициентов регулятора. Синтезированные алгоритмы с астатическим виртуальным управлением, позволяющие повысить точность слежения за полиномиальным задающим сигналом для конечного каскада при неопределённости его параметров в двухкаскадной линейной системе.

3. На основе предложенного подхода синтезирован алгоритм адаптивного управления роботом-манипулятором, приведены результаты компьютерного моделирования, подтверждающие достижение основной и дополнительной целей управления. Показана возможность распространения рассматриваемой методики на случай нелинейных систем.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ


**Публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК:**

1. Нгуен Ти Тхань, Мышляев Ю.И. Адаптивное управление роботом-манипулятором с интегральным виртуальным алгоритмом // Перспективы науки. 2018г. № 6(105). С. 29-34.
2. Мышляев Ю.И., Нгуен Ти Тхань, Финошин А.В. Робастное управление каскадной системой с интегральным виртуальным алгоритмом // Труды ФГУП "НПЦАП". Системы и приборы управления. 2018г. № 3. С. 75–78.
3. Мышляев Ю.И., Нгуен Ти Тхань, Финошин А.В. Непрямое адаптивное управление каскадными системами с интегральным виртуальным алгоритмом // Автоматизация. Современные технологии. Т. 72, № 9, 2018г. С. 921-927.
4. Мышляев Ю.И., Нгуен Ти Тхань, Финошин А.В. Управление каскадными объектами с интегральным виртуальным настраиваемым скользящим режимом // Известия ТулГУ. Тула: Изд-во ТулГУ, 2018г. № 9. С. 54-69.

**Другие публикации:**

5. Мышляев Ю.И., Нгуен Ти Тхань, Финошин А.В. Адаптивная стабилизация линейного объекта с устойчивой нуль-динамикой // Вестник ТулГУ. Тула: Изд-во ТулГУ, 2016г. – С. 102-105.
6. Асатрян Т.А., Нгуен Ти Тхань, Мышляев Ю.И. Исследование применимости пассификации к задаче управления двухзвенным манипулятором с гибкими сочленениями // Наукоемкие технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе: Материалы региональной научно–технической конференции 18–20 апреля, Т.1.– М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017г. С. 202–206.
7. Нгуен Ти Тхань, Афанаскин Д.С., Финошин А.В. Алгоритм интегрального управления в задаче слежения // Наукоемкие технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе: Материалы региональной научно–технической конференции 17–19 апреля, Т.1.– М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018г. С. 203–206.
8. Нгуен Ти Тхань, Афанаскин Д.С. Стабилизация линейного объекта с интегральным управлением // Наукоемкие технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе: Материалы региональной научно–технической конференции 17–19 апреля, Т.1.– М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018г. С. 259–266.



Подписано в печать 2019г.

Формат 56 × 84/16. Печать офсетная. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Печ. л. 1,25. Усл. п. л. 1,16. Тираж 70 экз. Заказ № _1_.

Отпечатано с готового оригинал- макета в Редакционно-издательском отделе КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана 247000, г. Калуга, ул. Баженова, 2, тел. 54-31-87