

Калужский филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени Н.Э. БАУМАНА**
(национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи

ФИНОШИН АЛЕКСАНДР ВИКТОРОВИЧ

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

Специальность 05.13.01 — Системный анализ, управление и обработка
информации (промышленность)

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:
кандидат технических наук
Мышляев Ю. И.

Калуга — 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
| Глава 1. Постановка задачи управления колебаниями. Обзор методов синтеза алгоритмов управления | 14 |
| 1.1. Модели объектов управления..... | 14 |
| 1.2. Формализация цели управления колебаниями | 15 |
| 1.3. Методы синтеза алгоритмов управления колебаниями..... | 17 |
| Глава 2. Управление колебаниями двухкаскадной нелинейной системы | 18 |
| 2.1. Постановка задачи управления вынужденными колебаниями | 18 |
| 2.2. Методика синтеза | 19 |
| 2.3. Пример. Адаптивная синхронизация колебаний двух маятников..... | 26 |
| Глава 3. Управление колебаниями гамильтоновой системы с приводом | 39 |
| 3.1. Постановка задачи | 39 |
| 3.2. Первый подход. Управление свободными колебаниями..... | 40 |
| 3.3. Второй подход. Управление вынужденными колебаниями..... | 50 |
| 3.4. Управление колебаниями маятника с приводом | 53 |
| Глава 4. Адаптивное управление колебаниями электромеханических систем | 65 |
| 4.1. Управление колебаниями маятника с маховиком | 65 |
| 4.2. Управление вибрационным гироскопом | 75 |
| ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ | 89 |
| ЛИТЕРАТУРА | 91 |
| Приложение А. Акты внедрения..... | 98 |

ВВЕДЕНИЕ

В диссертационной работе рассматривается задача адаптивного управления колебаниями в каскадных нелинейных системах.

Актуальность темы.

Задачи адаптивного управления нелинейными колебаниями (swing-up control) возникают во многих приложениях:

- поддержание заданных колебаний рабочего тела и идентификация параметров, включая скорость основания, микроэлектромеханических (МЭМС) гироскопов,
- синхронизация колебаний звеньев робота,
- возбуждение колебаний с последующей стабилизацией неустойчивого положения маятниковых объектов или систем, описывающих схожей динамикой (перевернутый маятник на тележке, самолет, модель опрокидывающего автомобиля и т.д).

Особый интерес в задачах управления колебаниями представляет возможность существенных изменений свойств системы с помощью малых управляющих воздействий [26, 27]. Свойство «минимального вмешательства» в ход естественных процессов [26, 27] обеспечивается за счет использования подхода, основанного на введении энергетической целевой функции, т.е. рассмотрения задачи устойчивости по отношению к функции. Помимо задачи возбуждения колебаний, интерес представляет стабилизация неустойчивого положения равновесия маятниковых систем. Так как стабилизировать маятник в неустойчивом положении с использованием только энергетического подхода невозможно (M. W. Spong, Б.Р. Андриевский) [32, 33, 34, 37], достижение цели управления происходит в два этапа и реализуется алгоритмом управления с переменной структурой. На первом этапе возбуждаются колебания маятниковой системы с постепенно возрастающей амплитудой до достижения заданной окрестности положения равновесия, после чего регулятор переключается на закон управления, навязывающий маятнику вынужденное движение (модальное

управление или АКОР) и обеспечивающий асимптотическое достижение к заданной цели. Монотонное движение, в отличие от колебательного, не является свойственным маятниковым системам и потому требует значительных энергетических затрат особенно в начальный момент. Вблизи положения равновесия энергетические затраты снижаются, т.к. угловое отклонение и скорость маятника уменьшаются. Кроме того, вблизи положения равновесия поведение системы достаточно точно описывается линеаризованной моделью, поэтому для синтеза регулятора можно использовать линейные алгоритмы управления, а замкнутая система будет обладать свойством локальной экспоненциальной устойчивости.

На основе данного подхода решены задача стабилизации неустойчивого положения равновесия многих маятниковых систем (двойной маятник – М. W. Spong [42], маятник с маховиком – Б.Р. Андриевский [37], М. W. Spong [34], маятник, тележка с маятником – А.Л. Фрадков [33], М. W. Spong [36], S. C. Peters [41] и др. [35, 38, 39, 40]). Как показано А.Л. Фрадковым [27], в случае присутствия диссипативных сил энергетический подход обеспечивает достижение уровня энергии с заданной точностью при определенных требованиях к коэффициенту усиления при управлении. В качестве альтернативы можно предложить введение аддитивной обратной связи, компенсирующей влияние диссипативных сил.

В основе методики, предложенной М. W. Spong и рассмотренной в курсе «Underactuated Robotics» профессора Russ Tedrake Массачусетского Технологического Университета [49], лежат метод функций Ляпунова, принцип инвариантности Ла-Салля, пассивфикация и частичная линеаризация обратной связью. В качестве целевой функции используется невязка между текущей и желаемой энергией всей механической системы или отдельного звена. Точно такой же подход к выбору целевой функции используется и А.Л. Фрадковым, но для синтеза алгоритма управления используется алгоритм скоростного градиента [27, 29, 30]. В [27] приведено

доказательство устойчивости алгоритма для класса гамильтоновых систем. Там же приведены модификации алгоритма для лагранжевых систем.

В задачах управления колебаниями часто динамика привода оказывает существенное влияние на качество управления. Поэтому ставится задача синтеза управления колебаниями не просто механической системой, а каскадной системой, состоящей из привода и механической подсистемы. При этом требуется обеспечить замкнутой системе ограниченность всех траекторий и желаемую динамику по части переменных состояния (конечного каскада) в условиях параметрической неопределенности. Для управления каскадными системами с синтезированным виртуальным управлением для выходного каскада применяется бэкстеппинг (P.V. Kokotovic, [45]) и скользящий режим (В.И. Уткин, [31,46]).

Наибольшую сложность вызывает управление колебаниями в условиях параметрической неопределенности, т.к. в этом случае энергия системы и, как следствие, целевая функция зависят от неизвестных параметров. А.Л. Фрадковым и Д.В. Ефимовым [29, 44] предложен адаптивный наблюдатель для адаптации неизвестных параметров и использование получаемых в процессе адаптации оценок параметров для реализации управления. При этом порядок системы управления значительно возрастает.

Для решения задач управления каскадными системами в условиях параметрической неопределенности Ю.И. Мышляевым в 1999 году [21] предложен метод настраиваемого скользящего режима (НСР), сочетающий в себе адаптацию неизвестных параметров алгоритмом скоростного градиента и скользящий режим с настраиваемым многообразием, формируемым на основе оценок настраиваемых параметров. Чуть позже метод НСР был дополнен классом гладких алгоритмов управления с настраиваемыми пересечениями гиперповерхностей, обобщён на класс нелинейных, нестационарных, последовательно соединённых двух подсистем управления и стал называться методом скоростного биградиента (МСБГ) [22, 23, 24, 25].

МСБГ применим для синтеза алгоритмов управления с целевой функцией, не зависящей от параметров объекта управления (ОУ).

Решение задачи адаптивного управления колебаниями нелинейных каскадных систем также предложено Д.В. Ефимовым [29]. В отличие от МСБГ, для обхода входного каскада Д.В. Ефимов применяет алгоритмы, основанные на бэкстеппинге, что приводит к необходимости вычисления производной от виртуального управления. Для адаптации неизвестных параметров используется адаптивный наблюдатель. Доказательство работоспособности алгоритма управления приводится методом функции Ляпунова.

В современных областях науки и техники всё более важное практическое значение приобретает задача синхронизации. Существуют несколько определений и видов синхронизации, начиная от точного совпадения траекторий систем до равенства определенных характеристик, таких как частота колебаний или значение функционала [27]. Решение задачи координатной синхронизации двух разных маятников, т.е. совпадение координат векторов состояния [48, 26], приведено А.Л. Фрадковым [26]. Алгоритм включает введение динамики отклонения траекторий движения маятников между собой и от траектории, заданной эталонным гармоническим осциллятором, и синтез обратной связи, стабилизирующей динамику ошибки. В.Р. Андриевским и А.Л. Фрадковым решена задача возбуждения синхронных антифазных колебаний двух маятников с заданной амплитудой в условиях параметрической неопределенности [27, 47]. Особенность формализации цели управления – задание желаемых колебаний с помощью гамильтониана. Как следствие, синтез управления проводится методом скоростного градиента.

В некоторых приложениях для достижения цели управления предпочтительнее возбуждать вынужденные колебания. Примером может служить задача адаптивного управления вибрационным гироскопом [44, 45, 48]. В этом случае целевая функция не зависит от неизвестных параметров, и

для синтеза алгоритма управления можно использовать алгоритм скоростного биградиента.

Таким образом, задача адаптивного управления нелинейными колебаниями является актуальной и приобретает все более возрастающее практическое значение ввиду привлекательности перспективы снижения энергетических затрат. Задача имеет ряд особенностей и сложностей, открывающих возможность для научных исследований с целью повышения качества управления.

Объектом исследования являются нелинейные двухкаскадные аффинные системы с колебательной природой в условиях параметрической неопределенности.

Предметом исследования является синтез адаптивных алгоритмов управления механическими системами с учетом динамики привода на основе метода скоростного биградиента (МСБГ) (Ю.И. Мышляев) для обеспечения ограниченности траектории замкнутой системы и желаемых колебаний механической подсистемы.

Целью работы является повышение качества адаптивного управления нелинейными колебаниями в механических системах с приводом. Повышение качества характеризуется высокой точностью достижения параметров нелинейных колебания (энергия, частота, амплитуда) при низких затратах на управление за счёт идентификации параметров.

В диссертационной работе решаются следующие **задачи**:

- разработка методики адаптивного управления вынужденными колебаниями нелинейных аффинных каскадных систем в условиях параметрической неопределенности на основе МСБГ.

- разработка методики адаптивного управления колебаниями нелинейных двухкаскадных систем с зависящей от параметров выходного каскада энергетической целевой функцией.

- синтез алгоритмов адаптивного управления в задачах:

1. синхронизации колебаний маятников с учетом динамики привода,

2. возбуждения колебаний и идентификации параметров маятника с учетом диссипативных сил и динамики привода.

В прикладной части работы рассматриваются задачи:

1. адаптивного управления и оценки угловой скорости вращения основания МЭМС-гироскопа в условиях параметрической неопределенности, вызванной технологическим разбросом при изготовлении,

2. адаптивной стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника с маховичным приводом.

Методы исследования основываются на теории автоматического управления, на положениях теории устойчивости (метод функций Ляпунова, лемма Барбалата, лемма Ла-Салля), теории колебаний механических систем.

Получены следующие результаты, характеризующиеся **научной новизной**.

1. Методика адаптивного управления вынужденными колебаниями нелинейных аффинных каскадных систем в условиях параметрической неопределенности на основе МСБГ. В отличие от МСБГ, используется неустойчивая эталонная модель (ЭМ). Учет колебательной природы при выборе ЭМ позволяет синтезировать энергетически выгодные алгоритмы управления.

2. Методика адаптивного управления колебаниями нелинейных двухкаскадных систем с зависящей от параметров выходного каскада энергетической целевой функцией. Предложено два подхода для решения поставленной задачи. В отличие от алгоритмов класса скоростного градиента (А.Л. Фрадков) обеспечивается желаемая динамика по части переменных состояния объекта управления (конечного каскада), что уменьшает размерность контура адаптации. В отличие от энергетического подхода (M. W. Spong и др.), учитывается динамика привода и проводится адаптация параметров. В отличие от МСБГ (Ю.И. Мышляев), модифицированная методика позволяет синтезировать алгоритмы управления для целевых функций, зависящих от настраиваемых параметров. В отличие от методики

адаптивного управления нелинейными каскадными системами Д.В. Ефимова, для обхода входного каскада используется алгоритм скоростного градиента в конечной форме, а не бэкстеппинг, что приводит к уменьшению сложности как процедуры синтеза алгоритма управления, так и его реализации, а для синтеза алгоритма адаптации используется алгоритм скоростного градиента в дифференциальной форме вместо адаптивного наблюдателя, что снижает размерность системы управления.

3. Алгоритм адаптивной стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника с маховичным управлением на основе энергетического подхода. В отличие от алгоритмов Б.Р. Андриевского и M. W. Spong, задача решается в условиях параметрической неопределенности и с учетом динамики привода. Обосновано использование в функционале качества парциальной энергии маятника, а не полной механической энергии.

4. Алгоритм адаптивного управления МЭМС-гироскопом. В отличие от алгоритмов J. Fei, предложена измененная целевая функция. Синтезированы алгоритмы управления на ее основе, обладающие идентифицирующими свойствами и высоким качеством.

5. Алгоритм адаптивной синхронизации маятников с учетом динамики привода. В отличие от алгоритмов А.Л. Фрадкова и Б.Р. Андриевского, учитывается динамика привода, а при решении задачи в условиях параметрической неопределенности желаемые колебания задаются не гамильтонианом, а траекторией эталонного гармонического осциллятора.

Практическая ценность. Предложенная методика может применяться для синтеза алгоритмов управления электромеханическими системами, а также для класса объектов и задач с целевой функцией, зависящей от неизвестных параметров, например, при синтезе алгоритмов управления на основе метода линейных эквивалентов в случае зависимости нелинейного преобразования координат от неизвестных параметров.

Результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс на кафедре «Системы автоматического управления» КФ МГТУ имени Н.Э. Баумана, в НИР ОАО «Автоэлектроника», г. Калуга, в НИР Военной академии Ракетных войск стратегического назначения им. Петра Великого.

Положения, выносимые на защиту:

- методика адаптивного управления вынужденными колебаниями нелинейных аффинных каскадных систем в условиях параметрической неопределенности.
- методика адаптивного управления колебаниями нелинейных двухкаскадных систем с зависящей от параметров выходного каскада энергетической целевой функцией.
- алгоритм адаптивной стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника с маховичным управлением на основе энергетического подхода.
- алгоритм адаптивного управления МЭМС-гироскопом.
- алгоритм адаптивной синхронизации колебаний маятников с учетом динамики привода.

Достоверность подтверждается компьютерным моделированием систем с синтезированными алгоритмами управления, стендовыми испытаниями на лабораторной установке.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертации докладывались на конференциях: XII и XIII Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого). Москва, ИПУ РАН, 5-8 июня 2012 г. и 1-3 июня 2016 г. [14, 20], 11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, University of Caen Basse-Normandie, Caen, France, July 3-5, 2013 [5], XII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2014). Москва, ИПУ РАН, 16-19 июня 2014 г. [7], 6th IEEE International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, 6-8 October 2014, St. Petersburg, Russia [4], 1st IFAC Conference on

Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems June 24-26, 2015, Saint Petersburg, Russia [6].

Часть результатов диссертации получены при проведении исследований по гранту РФФИ и Правительства Калужской области № 14-48-03115 по теме «Метод скоростного биградиента в задачах управления и адаптации», выполнявшемуся в 2014-2015 годах [18].

Публикации. По теме диссертации опубликовано 20 печатных работ, в т.ч. 2 работы в журналах, входящих в перечень ВАК, 5 в изданиях, индексируемых в Scopus или Web of Science.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы.

Структура и краткое содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационного исследования, анализируются относящиеся к ней научные работы, определяются цель и задачи исследования, кратко излагается содержание работы. Приводятся примеры задач управления колебаниями.

Глава 1. Постановка задачи управления колебаниями и обзор методов синтеза алгоритмов управления.

В первой главе дается определение колебаний. Акцентируется внимание на возможности учета колебательной природы системы для синтеза энергетически эффективных алгоритмов управления.

Описывается класс нелинейных каскадных систем, состоящих из механической подсистемы, обладающей колебательной природой, и исполнительного устройства, приводящего механическую подсистему в движение.

Приводится сравнение двух способов задания желаемого режима колебаниями: траектория эталонной модели и значение первого интеграла.

Дается обзор методов управления нелинейными колебаниями, большинство из которых подходит для решения задач только при известных

параметрах объекта. Такое ограничение обусловлено зависимостью целевой функции от параметров объекта.

Глава 2. Управление колебаниями двухкаскадной нелинейной системы.

Во второй главе приводится постановка задачи адаптивного управления вынужденными колебаниями каскадной системы.

Предлагается методика управления вынужденными колебаниями на основе метода скоростного биградиента с эталонной моделью, обладающей колебательной природой. Приводятся условия применимости. Формулируется и доказывается теорема, обосновывающая применение методики.

Синтезируются алгоритмы синхронизации двух разных маятников в условиях параметрической неопределенности с учетом динамики привода на основе предложенной методики. Достижение заданного режима синхронных колебаний демонстрируется результатами компьютерного моделирования.

Глава 3. Управление колебаниями гамильтоновой системы с приводом.

В третьей главе рассматривается класс электромеханических систем, заданных в каскадной форме. Входным каскадом является модель исполнительного устройства, а выходным – модель механической подсистемы в гамильтоновой форме.

Формируется задача синтеза алгоритма адаптивного управления, обеспечивающего ограниченность всех траекторий замкнутой системы и возбуждение в гамильтоновой подсистеме колебаний с заданным уровнем энергии. Приводится соответствующая ЦФ, характеризующая отклонение энергии гамильтоновой подсистемы от желаемого уровня энергии [А.Л. Фрадков]. Отмечается зависимость ЦФ от неизвестных параметров, что приводит к невозможности непосредственного применения МСБГ.

Предложено и обосновано два подхода, позволяющих синтезировать алгоритмы управления на основе МСБГ. Первый подход – модификация

МСБГ путем введения на втором этапе синтеза настраиваемой модели (НМ) конечного каскада для адаптации параметров виртуального управления. Формулируются теоремы и утверждение, обосновывающие использование данного подхода.

Второй подход – модификация энергетической целевой функции посредством сведения задачи возбуждения колебаний к задаче слежения за ЭМ с заданным уровнем энергии. Показано применение методики главы 2 для синтеза управления.

Синтезированы алгоритмы управления диссипативными системами на примере лабораторного стенда «Мотор-маятника». Достижение цели управления подтверждено стендовыми испытаниями.

Глава 4. Адаптивное управление колебаниями электромеханических систем.

В четвертой главе приведены примеры применения рассмотренных в главах 2 или 3 методик для синтеза алгоритмов управления колебаниями в зависимости от объекта и цели управления. Для стабилизации верхнего неустойчивого положения равновесия маятника с маховичным управлением использован энергетический подход, описанный в главе 3. Для определения угловой скорости вибрационного гироскопа, напротив, целесообразно возбуждать вынужденные колебания по методике из главы 2. Представлены постановки задачи управления с уравнениями объекта и целями управления, приведена процедура синтеза и результаты компьютерного моделирования, подтверждающие достижение в системе заданного качества.

Глава 1. Постановка задачи управления колебаниями. Обзор методов синтеза алгоритмов управления

1.1. Модели объектов управления

В работе рассматривается класс нелинейных каскадных систем, состоящих из механической подсистемы, обладающей колебательной природой, и исполнительного устройства, приводящего механическую подсистему в движение.

Рассматриваемые системы относятся к классу **нелинейных каскадных аффинных систем** (рис. 1.1) [24]. Для удобства синтеза алгоритмов управления к выходному каскаду удобно отнести часть (или всю) механическую подсистему, к которой предъявляются повышенные требования к качеству управления.

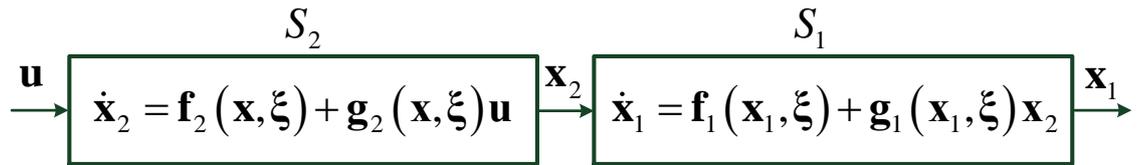


Рис. 1.1. Структурная схема двухкаскадной электромеханической системы

На рис. 1.1 $\mathbf{x}^T = (\mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_2^T) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ – векторы состояния и входа объекта, $\xi \in \Xi$ – вектор неизвестных параметров, $\det \mathbf{g}_2(\mathbf{x}_1, \xi) \neq 0$ и $\|\mathbf{g}_2^{-1}(\mathbf{x}_1, \xi)\| \leq C_\xi = \text{const} \quad \forall \xi \in \Xi, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

Часто колебательный режим характерен для выходной подсистемы, заданной в лагранжевой или гамильтоновой формах, что являются частными случаями аффинных нелинейных систем.

Математическая модель системы, заданной в гамильтоновой форме, имеет вид [27]:

$$S_1 : \dot{q}_i = \frac{\partial H(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi)}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi)}{\partial q_i}, \quad i=1, \dots, h, \quad h = (n - m) / 2,$$

где $\mathbf{x}_1 = \text{col}\{\mathbf{q}, \mathbf{p}\} \in \mathbb{R}^{n-m}$ – вектор состояния гамильтоновой подсистемы, $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^m$ – входной сигнал гамильтоновой подсистемы, $\mathbf{q} = \text{col}\{q_1, \dots, q_h\}$, $\mathbf{p} = \text{col}\{p_1, \dots, p_h\}$ – обобщенные координаты и импульсы, $\xi \in \Xi$ – вектор неизвестных параметров объекта управления, $H(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi) = H_0(\mathbf{x}_1, \xi) + \mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1, \xi)^T \mathbf{x}_2$ – гамильтониан, $H_0(\mathbf{x}_1, \xi)$ – гамильтониан (энергия) свободной консервативной системы, $\mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1, \xi)$ – гамильтониан взаимодействия.

Голономная лагранжева система, находящаяся под действием потенциальных, гироскопических и управляющих обобщенных сил, имеет вид [27]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \dot{q}_i} + \sum_{j=1}^m d_{ij}(q) \dot{q}_j + \sum_{j=1}^m b_{ij} u_j, \quad i=1, \dots, h,$$

где q_i – обобщенные координаты; \dot{q}_i – обобщенные скорости; $d_{ij} = -d_{ji}$; $T = \frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q}$ – кинетическая энергия; $\Pi = \Pi(q)$ – потенциальная энергия.

1.2. Формализация цели управления колебаниями

Желаемый режим колебаний удобно задавать траекторией эталонной модели конечного каскада \mathbf{x}_* или значением первого интеграла H_* (гамильтониан или энергия системы) [28]. В первом случае ЦУ формируется в виде задачи слежения за траекторией эталонной модели, характерны постоянные затраты на поддержание режима вынужденных колебаний. Во втором случае ЦФ представляет собой невязку между текущим и желаемым значением гамильтониана, а синтезированные алгоритмы управления позволяют обеспечить режим свободных колебаний.

Колебания эталонной модели (ЭМ) могут носить как вынужденный, так и свободный характер. Если ЭМ обладает свойством асимптотической

устойчивости по входу-выходу, а задающее воздействие имеет вид гармонической функции, то колебания эталонной модели носят вынужденный характер. Данный подход является известным и не будет рассмотрен в диссертации.

Для снижения энергетических затрат на управление ввиду колебательной природы объекта структура ЭМ должна совпадать со структурой выходной подсистемы. Вход такой ЭМ синтезируется на основе энергетического подхода, что позволяет получать на выходе ЭМ свободные колебания с заданными характеристиками. Для синтеза алгоритма слежения за траекторией ЭМ формируется модель ошибки между траекториями ЭМ и выходной подсистемы и обеспечивается асимптотическая устойчивость ее нулевого положения равновесия.

Сведение задачи управления колебаниями к задаче слежения за траекторией ЭМ имеет ряд недостатков. Во-первых, исходной механической подсистеме будут навязаны вынужденные колебания, природа которых чужда динамике системы, что приведет к значительным энергетическим затратам. Во-вторых, введение ЭМ повышает размерность системы управления.

Для учета колебательных особенностей системы используется управление собственными колебаниями исходной механической подсистемы. Колебательный режим консервативной системы связан с движением по определенным уровням первых интегралов (гамильтониан или энергия системы). Каждому значению первого интеграла соответствует частота и амплитуда колебаний. Следовательно, задавая желаемое значение энергии или гамильтониана, можно обеспечить требуемое качество движения системы. Принципиальным преимуществом энергетического подхода является управление собственными колебаниями. Данный подход представляет возможность существенных изменений свойств системы с помощью малых управляющих воздействий (А.Л. Фрадков).

1.3. Методы синтеза алгоритмов управления колебаниями

Для синтеза и обоснования алгоритмов управления механической системой А.Л. Фрадков использует алгоритм скоростного градиента для класса гамильтоновых систем [27], а М. W. Spong – пассивфикацию относительно функции выхода в виде энергии для класса лагранжевых систем [32, 35]. Для адаптивного управления нелинейными каскадными системами (рис. 1.1) с целевыми функциями, не зависящими от фазовых координат входного каскада, удобно использовать метод скоростного биградиента (МСБГ) (Ю.И. Мышляев), состоящий из трех этапов [25]. На первом этапе синтезируется «идеальное» виртуальное управление выходным каскадом, гарантирующее достижение ЦУ для выходного каскада в предположении, что параметры объекта известны. На втором этапе неизвестные параметры заменяются настраиваемыми и синтезируется алгоритм адаптации. На третьем этапе вводится отклонение от многообразия – невязки между выходом входной подсистемы и виртуальным управлением, и синтезируется закон управления, гарантирующий стремление траектории замкнутой системы к многообразию. Для применения МСБГ необходимо, чтобы целевая функция не зависела от неизвестных параметров объекта управления.

Глава 2. Управление колебаниями двухкаскадной нелинейной системы

2.1. Постановка задачи управления вынужденными колебаниями

Рассмотрим нелинейную каскадную аффинную систему в условиях параметрической неопределенности (рис. 1.1) [6]

$$S_1 : \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \xi) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \xi) \mathbf{x}_2, \quad (2.1)$$

$$S_2 : \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \xi) + \mathbf{g}_2(\mathbf{x}, \xi) \mathbf{u}. \quad (2.2)$$

Желаемая траектория выходного каскада S_1 задается с помощью эталонной модели (ЭМ). Для уменьшения энергетических затрат предложено использовать ЭМ, обладающую колебательной природой, без внешнего гармонического воздействия

$$\dot{\mathbf{x}}_1^* = \mathbf{f}_1^*(\mathbf{x}_1^*), \quad (2.3)$$

где $\mathbf{x}_1^* \in R^{n-m}$ – вектор состояния ЭМ.

Целью управления является ограниченность всех траекторий замкнутой системы и достижение целевого неравенства

$$Q(\mathbf{e}_1) \leq \Delta_{e_1}, \quad t \geq t_*, \quad (2.4)$$

где $\Delta_{e_1} > 0$ – заданная точность, $t_* > 0$ – время достижения ЦУ, $\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1^*$ – отклонение траектории выходной подсистемы от траектории ЭМ.

Целевая функция (ЦФ) $Q(\mathbf{e}_1)$ должна удовлетворять условию роста.

Условие Q (условие роста) [26]. Функция $Q(\mathbf{x}, t)$ неотрицательна, равномерно непрерывная на множестве $\{(\mathbf{x}, t) : \|\mathbf{x}\| \leq \beta, t \geq 0\}$ и радиально неограничена: $\inf_{t \geq 0} Q(\mathbf{x}, t) \rightarrow +\infty$ при $\|\mathbf{x}\| \rightarrow +\infty$. Радиальная неограниченность требуется для установления ограниченности решений системы. Условие Q позволяет вывести ограниченность $\|\mathbf{x}\|$ из ограниченности $Q(\mathbf{x}, t)$.

В частном случае ЦФ может быть задана в квадратичной форме:

$$Q(\mathbf{e}_1) = 0,5 \mathbf{e}_1^T \mathbf{H} \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}^T > 0. \quad (2.5)$$

2.2. Методика синтеза [6]

Введем модель ошибки между траекториями выходного каскада (2.1) и ЭМ (2.3)

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \xi) - \mathbf{f}_1^*(\mathbf{x}_1^*) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \xi)\mathbf{x}_2. \quad (2.6)$$

Условие L1. Функции $\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \xi)$, $\mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \xi)$, $\mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \xi)$, $\mathbf{g}_2(\mathbf{x}, \xi)$ – непрерывны и локально ограничены по своим аргументам при $\forall \xi \in \Xi$.

Условие L1 гарантирует существование и единственность решений системы (2.1)–(2.2) по крайней мере на конечном интервале [26].

Рассмотрим систему, состоящую из входного каскада (2.2) и модели ошибки (2.6). Т.к. целевая функция (2.5) зависит от фазовых переменных только выходного каскада (2.6), а в уравнение динамики ОУ входят неизвестные параметры, воспользуемся МСБГ для синтеза алгоритма управления.

На **этапе 1** введем виртуальное управление $\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}) \in R^{n-m}$ конечным каскадом (2.6), где $\mathbf{z} = col\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1^*\}$, $\boldsymbol{\theta} \in R^l$ – вектор настраиваемых параметров виртуального управления, и отклонение между виртуальным управлением и выходом входного каскада

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}) \quad (2.7)$$

Синтезируем «идеальное» виртуальное управление выходным каскадом $\mathbf{x}_{2virt}^* = \mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}_*)$ в предположении, что параметры объекта ξ известны, $\boldsymbol{\theta}_* = \boldsymbol{\theta}_*(\xi)$ – вектор вторичных параметров.

Вычислим полную производную по времени функционала (2.5) в силу траектории системы (2.6) с «идеальным» виртуальным управлением $\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}_*)$

$$w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}_*, \boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{e}_1^T \left(\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \xi) - \mathbf{f}_1^*(\mathbf{x}_1^*) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \xi)(\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}_*) + \boldsymbol{\sigma}) \right) \quad (2.8)$$

Будем предполагать, что цель управления (2.4) достижима при полной априорной информации о параметрах конечного каскада. Введём следующее условие.

Условие D1 (условие достижимости) [25]. Существует вектор $\theta_* = \theta_*(\xi) \in R^l$, непрерывная, ограниченная по своим аргументам вектор-функция $\mathbf{x}_{2virt}^* = \mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \theta_*)$, скалярная, непрерывная, строго возрастающая функция $\rho_Q(Q) > 0$ такая, что $\rho_Q(0) = 0$ и выполняется неравенство

$$w(\mathbf{z}, \theta_*, 0) \leq -\rho_Q(Q(\mathbf{e}_1)).$$

Если $\|\mathbf{g}_1^{-1}(\mathbf{x}_1, \xi)\| \leq C = const \quad \forall \xi \in \Xi$, то в частном случае \mathbf{x}_{2virt}^* можно выбрать в виде модального регулятора с компенсацией нелинейности

$$\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \theta_*) = \mathbf{g}_1^{-1}(\mathbf{x}_1, \xi)(\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \xi) - \mathbf{f}_1^*(\mathbf{x}_1^*) + \mathbf{A}_* \mathbf{e}_1),$$

где \mathbf{A}_* – гурвицева матрица. При этом выполняется условие достижимости

D1 с функцией $\rho_Q(Q) = \rho_Q \cdot Q(\mathbf{e}_1)$, где $\rho_Q = \frac{\min \lambda(\mathbf{G})}{\max \lambda(\mathbf{H})}$, $\mathbf{A}_*^T \mathbf{H} + \mathbf{H} \mathbf{A}_* = -\mathbf{G}$,

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}^T > 0.$$

Предполагая, что «идеальное» виртуальное управление можно представить в виде произведения матричной функции сенсоров размера $(m \times l)$ Φ , состоящей из измеряемых или вычисляемых на основе измерений функций, и вектор-функции «идеальных» вторичных параметров виртуального управления θ_* , параметризуем «идеальное» виртуальное управление:

$$\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \theta_*) = \Phi(\mathbf{z}) \theta_*(\xi). \quad (2.9)$$

Из условия L1 матрица Φ локально ограниченная.

На **этапе 2** вектор неизвестных параметров «идеального» виртуального управления (2.9) θ_* заменятся вектор-функцией настраиваемых параметров θ и формируется виртуальное управление вида

$$\mathbf{x}_{2\text{virt}}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{z})\boldsymbol{\theta}, \quad (2.10)$$

Так как вектор параметров $\boldsymbol{\theta}$ входит в (2.10) линейно, функция $w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma})$ выпукла по $\boldsymbol{\theta}$. Для любой вектор-функции $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \in R^l$ выполнено равенство

$$w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) - w(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\sigma}) = (\boldsymbol{\theta} - \tilde{\boldsymbol{\theta}})^T \nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}),$$

где $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) = (\partial w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) / \partial \boldsymbol{\theta})^T = \boldsymbol{\Phi}^T(\mathbf{z})(\mathbf{e}_1 \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}))^T$ – градиент по настраиваемым параметрам от (2.8).

Закон адаптации выбирается в форме алгоритма скоростного градиента (АСГ) в дифференциальной форме

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\Gamma \nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) = -\Gamma \boldsymbol{\Phi}^T(\mathbf{z}) \mathbf{g}_1^T(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}) \mathbf{e}_1, \quad (2.11)$$

где $\Gamma = \Gamma^T > 0$ – $(l \times l)$ матрица.

Замечание 2.1. В алгоритм управления (2.6) входит матрица $\mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi})$, зависящая от неизвестных параметров $\boldsymbol{\xi}$. Поэтому алгоритм реализуем в случаях [24]:

а) $\mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}) = \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1)$;

б) существования матрицы $\tilde{\mathbf{g}}_1(\mathbf{x}_1)$, удовлетворяющей условию $\tilde{\mathbf{g}}_1^T(\mathbf{x}_1) \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}) = \mathbf{G}(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi})$, где $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \mathbf{G}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})^T > 0$ для любых $\boldsymbol{\xi} \in \Xi$, $\mathbf{x}_1 \in R^{n-m}$. В этом случае можно использовать в алгоритме адаптации вместо матрицы $\mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi})$ матрицу $\tilde{\mathbf{g}}_1(\mathbf{x}_1)$, обеспечивая настройку параметров в направлении, псевдоградиентном по отношению к $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma})$.

Условие I (условие идентифицируемости [27]). Алгоритм адаптации обладает идентифицирующими свойствами, если матричная функция $\boldsymbol{\Phi}(t)$ – интегрально невырожденная на $[0, \infty)$, т.е. она измерима и ограничена на

$$[0, \infty) \text{ и существуют } \alpha > 0, L > 0: \int_{\tau}^{\tau+L} \boldsymbol{\Phi}^T(s) \boldsymbol{\Phi}(s) ds \geq \alpha \mathbf{I} \quad \forall \tau \geq 0.$$

На **этапе 3** введем дополнительную цель управления (ДЦУ) в виде неравенства

$$R(\boldsymbol{\sigma}) \leq \Delta_\sigma \text{ при } t \geq \tilde{t}_*, \Delta_\sigma > 0, \quad (2.12)$$

где

$$R(\boldsymbol{\sigma}) = 0,5\boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma}. \quad (2.13)$$

Вычислим скорость отклонения траектории движения от пересечения многообразий гиперповерхностей $\boldsymbol{\sigma} \equiv 0$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\eta}(\cdot) + \mathbf{g}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})\mathbf{u}, \quad (2.14)$$

где $\boldsymbol{\eta}(\cdot) \triangleq \mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - \frac{\partial \mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \mathbf{z}} \dot{\mathbf{z}} - \frac{\partial \mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \dot{\boldsymbol{\theta}}$.

Условие L2. Функции $\frac{\partial \mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \mathbf{z}}$, $\frac{\partial \mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ – локально ограничены по своим аргументам при $\forall \boldsymbol{\theta}$.

Условие D2 (условие достижимости). Существует вектор $\mathbf{u}_* \in \mathbb{R}^m$, скалярная, непрерывная, строго возрастающая функция $\rho_R(R) > 0$ такая, что $\rho_R(0) = 0$ и выполняется неравенство $\mu(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}_*) \leq -\rho_R(R(\boldsymbol{\sigma}))$, где $\mu(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}_*) = \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\sigma}}$ – полная производная по времени функционала (2.13) в силу траекторий системы (2.14), (2.1)–(2.3), (2.6), (2.10), (2.11).

Условие достижимости D2 выполнено, если «идеальное» управление \mathbf{u}_* выбрать, например, в виде $\mathbf{u}_* = \mathbf{g}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})^{-1} \{-\boldsymbol{\eta}(\cdot) - \rho_R \boldsymbol{\sigma}\}$, $\rho_R > 0$.

Алгоритм управления системой, обеспечивающий достижение ДЦУ (2.12), синтезируется в конечной форме АСГ [29, 30] в виде

$$\mathbf{u} = -\gamma_m \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}), \quad (2.15)$$

где вектор–функция $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma})$ принимает релейный или гладкий вид соответственно

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) = \text{sign} \nabla_{\mathbf{u}} \mu(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}) = \text{sign}(\mathbf{g}_2^T(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \boldsymbol{\sigma}), \quad (2.16)$$

$$\varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) = \nabla_{\mathbf{u}} \mu(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}) = \mathbf{g}_2^T(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \boldsymbol{\sigma}. \quad (2.17)$$

Замечание 2.2. В алгоритмы управления (2.16), (2.17) входит матрица $\mathbf{g}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$, в общем случае зависящая от неизвестных параметров $\boldsymbol{\xi}$. Случаи реализуемости алгоритма описаны в замечании 2.1.

Теорема 2.1. Пусть выполнены условия D1, D2, C, L. Тогда для системы (2.1)–(2.3), (2.7), (2.10), (2.11) справедливы утверждения:

1. При алгоритме управления (2.16) с $\gamma_m \geq \|\bar{\mathbf{u}}_*\| + \gamma_0$, где $\gamma_0 > 0$, $\bar{\mathbf{u}}_* = \mathbf{u}_* - \mathbf{g}_2^{-1} \mathbf{g}_1^T \mathbf{H} \mathbf{e}_1$, выполняются предельные соотношения $Q(\mathbf{e}_1) \rightarrow 0$, $R(\boldsymbol{\sigma}) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, следовательно, цели управления (2.4), (2.12) достигаются при любых $\Delta_{e_1} > 0$, $\Delta_{\boldsymbol{\sigma}} > 0$. Все траектории системы ограничены. При $\gamma_m \geq \|\mathbf{u}_*\| + \gamma_0$ существует момент времени t^* такой, что $R(\boldsymbol{\sigma}) \equiv 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\sigma} \equiv 0$ при $t \geq t^*$.

2. При алгоритме управления (2.17) с $\gamma_m \geq \frac{\|\bar{\mathbf{u}}_*\|}{\|\mathbf{g}_2^T \boldsymbol{\sigma}\|} + \gamma_0$, $\gamma_0 > 0$, выполняются предельные соотношения $Q(\mathbf{e}_1) \rightarrow 0$, $R(\boldsymbol{\sigma}) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, следовательно, цели управления (2.4), (2.12) достигаются при любых $\Delta_{e_1} > 0$, $\Delta_{\boldsymbol{\sigma}} > 0$. Все траектории системы ограничены.

3. Существует функция Ляпунова

$$V(\mathbf{e}_1, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\theta}) = Q(\mathbf{e}_1) + R(\boldsymbol{\sigma}) + 0,5 \|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*\|_{\Gamma^{-1}}^2, \quad (2.18)$$

где $\Gamma = \text{diag} \{ \gamma_j \}$, $\gamma_j > 0$, $j = \overline{1, 7}$.

Доказательство.

Найдем производные от каждого слагаемого функции (2.18) в силу системы (2.2), (2.3), (2.6), (2.7), (2.10), (2.11), (2.15). Для простоты опустим аргументы, где это возможно.

1. Применяя последовательно условия D1 и C,

$$\begin{aligned}
\dot{Q} &= \mathbf{e}_1^T \mathbf{H} (\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \xi) - \mathbf{f}_1^*(\mathbf{x}_1^*) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \xi)(\mathbf{x}_{2\text{virt}}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\sigma}) \pm \mathbf{x}_{2\text{virt}}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}_*)) = \\
&= w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}_*, \mathbf{0}) + w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) - w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}_*, \boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{e}_1^T \mathbf{H} \mathbf{g}_1 \boldsymbol{\sigma} \leq \\
&\leq -\rho_Q(Q(\mathbf{e}_1)) + (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*)^T \nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{e}_1^T \mathbf{H} \mathbf{g}_1 \boldsymbol{\sigma}.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

2. С учетом (2.14) и условия D2

$$\begin{aligned}
\dot{R} &= \boldsymbol{\sigma}^T (\boldsymbol{\eta} + \mathbf{g}_2 \mathbf{u} \pm \mathbf{g}_2 \mathbf{u}_*) = \mu(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}_*) + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2 (\mathbf{u} - \mathbf{u}_*) \leq \\
&\leq -\rho_R(R(\boldsymbol{\sigma})) + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2 (-\gamma_m \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) - \mathbf{u}_*).
\end{aligned} \tag{2.20}$$

3. Из алгоритма адаптации (2.11)

$$\frac{d}{dt} 0,5(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*)^T \Gamma^{-1} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*) = (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*)^T \Gamma^{-1} \dot{\boldsymbol{\theta}} = -(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*)^T \nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}). \tag{2.21}$$

Объединяя слагаемые (2.19)–(2.21), с учетом $\mathbf{e}_1^T \mathbf{H} \mathbf{g}_1 \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2 \mathbf{g}_2^{-1} \mathbf{g}_1^T \mathbf{H} \mathbf{e}_1$,

$$\dot{V} \leq -\rho_Q(Q(\mathbf{e}_1)) - \rho_R(R(\boldsymbol{\sigma})) - \gamma_m \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2 \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) - \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2 \bar{\mathbf{u}}_*, \tag{2.22}$$

где $\bar{\mathbf{u}}_* = \mathbf{u}_* - \mathbf{g}_2^{-1} \mathbf{g}_1^T \mathbf{H} \mathbf{e}_1$.

Из условий L1 и L2 вектор–функция $\bar{\mathbf{u}}_*$ локально ограничена.

Рассмотрим два случая.

1. Пусть управление имеет вид (2.15), (2.16). Тогда при $\gamma_m \geq \|\bar{\mathbf{u}}_*\| + \gamma_0$,

$\gamma_0 > 0$ получаем

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -\rho_Q(Q(\mathbf{e}_1)) - \rho_R(R(\boldsymbol{\sigma})) - \gamma_m \|\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2\| - \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2 \bar{\mathbf{u}}_* \leq \\
&\leq -\rho_Q(Q(\mathbf{e}_1)) - \rho_R(R(\boldsymbol{\sigma})) - \gamma_0 \|\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2\|.
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Т.к. $\|\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2\| = \sqrt{\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2 \mathbf{g}_2^T \boldsymbol{\sigma}} \geq \sqrt{2\lambda_{\min}(\mathbf{g}_2 \mathbf{g}_2^T)} \sqrt{R(\boldsymbol{\sigma})}$, где $\lambda_{\min}(\mathbf{g}_2 \mathbf{g}_2^T)$ –

минимальное собственное число матрицы $\mathbf{g}_2 \mathbf{g}_2^T$, то из (2.20)

$$\dot{V} \leq -\rho_Q(Q(\mathbf{e}_1)) - \rho_R(R(\boldsymbol{\sigma})) - \tilde{\gamma}_0 \sqrt{R(\boldsymbol{\sigma})}, \tag{2.24}$$

где $\tilde{\gamma}_0 = \gamma_0 \sqrt{2\lambda_{\min}(\mathbf{g}_2 \mathbf{g}_2^T)}$.

Из (2.24) следует, что $\dot{V} < 0$, следовательно все слагаемые функции Ляпунова (2.18) ограничены. Из квадратичных форм слагаемых функции Ляпунова, удовлетворяющих условию Q, следует ограниченность \mathbf{e}_1 , $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\theta}$.

Из ограниченности \mathbf{e}_1 и $\boldsymbol{\theta}$, условия локальной ограниченности L1 и (2.10) следует ограниченность $\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta})$.

Из (2.7) и ограниченности $\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta})$ и $\boldsymbol{\sigma}$ следует ограниченность \mathbf{x}_2 .

Из (2.6), ограниченности \mathbf{x}_2 и условия L1 следует ограниченность $\dot{\mathbf{e}}_1$.

Из (2.11), ограниченности \mathbf{e}_1 и условия L1 следует ограниченность $\dot{\boldsymbol{\theta}}$.

Из (2.14), ограниченности $\dot{\boldsymbol{\theta}}$, $\dot{\mathbf{z}} = col\{\dot{\mathbf{x}}_1, \dot{\mathbf{x}}_1^*\}$, условий L1, L2 следует ограниченность $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$.

Лемма Барбалата [26]. Если дифференцированная функция f имеет конечный предел при $t \rightarrow \infty$ и \dot{f} равномерно-непрерывна, тогда $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{f} = 0$.

Из (2.21) и ограниченности $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ и $\dot{\mathbf{e}}_1$ следует ограниченность \ddot{V} . Из ограниченности \ddot{V} следует равномерная непрерывность функции \dot{V} . Тогда по лемме Барбалата $\dot{V} \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$. Следовательно, $\rho_Q(Q(\mathbf{e}_1)) \rightarrow 0$, $\rho_R(R(\boldsymbol{\sigma})) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Из квадратичных форм функционалов $Q(\mathbf{e}_1)$ и $R(\boldsymbol{\sigma})$ следует, что $\mathbf{e}_1 \rightarrow 0$, $\boldsymbol{\sigma} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Неравенство (2.20) позволяет получить более точную оценку сходимости к многообразию $\boldsymbol{\sigma} \equiv \mathbf{0}$

$$\dot{R} \leq -\rho_R(R(\boldsymbol{\sigma})) - \gamma_m \|\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2\| - \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{g}_2 \mathbf{u}_*. \quad (2.25)$$

Тогда, проводя преобразования, аналогичные случаю с \dot{V} , при $\gamma_m \geq \|\mathbf{u}_*\| + \gamma_0$, $\gamma_0 > 0$ получаем неравенство вида (2.24)

$$\dot{R} \leq -\rho_R(R(\boldsymbol{\sigma})) - \tilde{\gamma}_0 \sqrt{R(\boldsymbol{\sigma})} \leq -\tilde{\gamma}_0 \sqrt{R(\boldsymbol{\sigma})}. \quad (2.26)$$

Интегрируя (2.26), получаем

$$\sqrt{R(\boldsymbol{\sigma}(t))} \leq \sqrt{R(\boldsymbol{\sigma}(0))} - \frac{\tilde{\gamma}_0}{2} t. \quad (2.27)$$

Так как $R(t) \geq 0$, то существует момент времени t_* , при котором $R(t) = 0$ при $t > t_*$, следовательно, $\boldsymbol{\sigma}(t) \equiv \mathbf{0}$ при $t \geq t_*$. Таким образом, при

достаточно большом коэффициенте $\gamma_m \geq \|\mathbf{u}_*\| + \gamma_0$ устойчивый настраиваемый скользящий режим достигается в системе за конечное время t_* , и справедлива оценка $t_* \leq \frac{2}{\tilde{\gamma}_0} \sqrt{R(\boldsymbol{\sigma}(0))}$.

Доказательство теоремы для управления (2.15), (2.16) завершено.

2. Пусть управление имеет вид (2.15), (2.17). Тогда из (2.23) получаем

$$\dot{V} \leq -\rho_Q(Q(\mathbf{e}_1)) - \rho_R(R(\boldsymbol{\sigma})) - \gamma_m z^2 + \|\bar{\mathbf{u}}_*\| z, \quad (2.28)$$

где $z \triangleq \|\mathbf{g}_2^T \boldsymbol{\sigma}\|$. Из (2.23) следует, что при $\gamma_m \geq \frac{\|\bar{\mathbf{u}}_*\|}{z} + \gamma_0$, $\gamma_0 > 0$, выполняется неравенство

$$\dot{V} \leq -\rho_Q(Q(\mathbf{e}_1)) - \rho_R(R(\boldsymbol{\sigma})) - \gamma_0 z < 0. \quad (2.29)$$

Из (2.29) следует ограниченность \mathbf{e}_1 и $\boldsymbol{\sigma}$. Аналогично случаю 1 доказывается ограниченность всех траекторий замкнутой системы, равномерная непрерывность \dot{V} и \ddot{V} и справедливость предельных соотношений $\mathbf{e}_1 \rightarrow 0$, $\boldsymbol{\sigma} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Из (2.23) следует, что при $\gamma_m \rightarrow \infty$ обеспечивается свойство предельной асимптотической устойчивости $R(\boldsymbol{\sigma}^*) \rightarrow 0$, и, как следствие из положительно определенной квадратичной формы, $\boldsymbol{\sigma}^* \rightarrow \mathbf{0}$.

При выполнении условия I справедливо предельное соотношение: $\boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_*$ при $t \rightarrow \infty$.

2.3. Пример. Адаптивная синхронизация колебаний двух маятников

Продemonстрируем применение описанной методики для синтеза алгоритма синхронизации колебаний двух разных маятников в условиях параметрической неопределенности [5, 26].

Постановка задачи.

Математические модели маятников (2.30) с приводами (2.31) имеют вид [10]

$$S_1 : \begin{cases} \dot{x}_{1i} = x_{2i}, \\ \dot{x}_{2i} = \xi_i \sin x_{1i} + k_i x_{3i}, \end{cases} \quad (2.30)$$

$$S_2 : \dot{x}_{3i} = u_i, \quad (2.31)$$

где x_{1i} – угловое перемещение i -го маятника, ξ_i , k_i – неизвестные параметры, $k_i \geq 0$, $i=1,2$ – номер маятника (рис. 1). Параметры маятника в общем случае различны.

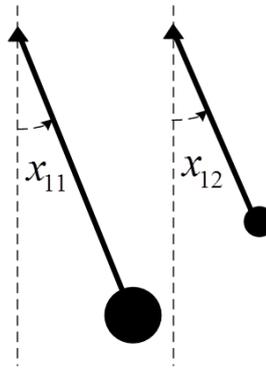


Рис. 2.1. К постановке задаче синхронизации колебаний маятников

ЦУ [26]: ограниченность всех траекторий системы и поддержание условий синхронизации нужного режима

$$x_{11} = x_{12} \quad (2.32)$$

и нужного режима усредненного поведения системы

$$y = x_{11} + x_{12}, \quad (2.33)$$

заданного с помощью уравнения эталонного гармонического осциллятора

$$\ddot{y} + \omega^2 y = 0, \quad y(0) \neq 0. \quad (2.34)$$

Амплитуда колебаний осциллятора определяется начальными условиями $y(0)$, частота колебаний – параметром ω .

Синтез алгоритма управления [5, 10, 11, 12, 13].

Преобразуем модель (2.30), (2.34) к задачно-ориентированной форме (2.6), введя переменные, характеризующие нарушение условий

синхронизации $e \triangleq x_{11} - x_{12}$ и отклонение от режима усредненных колебаний $\varepsilon \triangleq x_{11} + x_{12} - y$.

$$\ddot{e} - \xi_1 \sin x_{11} + \xi_2 \sin x_{12} = v_1 \quad (2.35)$$

$$\ddot{\varepsilon} - \xi_1 \sin x_{11} - \xi_2 \sin x_{12} - \omega^2 y = v_2 \quad (2.36)$$

где $v_i = k_1 x_{31} + (-1)^i k_2 x_{32}$ – обобщенные виртуальные управления.

Введем целевую функцию вида (2.5)

$$Q = 0.5 \sum_{i=1}^2 \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_i, \quad (2.37)$$

где $\mathbf{e}_1 = [e \quad \dot{e}]^T$, $\mathbf{e}_2 = [\varepsilon \quad \dot{\varepsilon}]^T$, и преобразуем ЦУ (2.32), (2.33) к виду (2.4)

$$Q \rightarrow 0, t \rightarrow \infty. \quad (2.38)$$

Применим методику скоростного биградиента для синтеза алгоритма управления вынужденными колебаниями системы, состоящей из выходного каскада (2.35)-(2.36) и входного каскада S_2 (2.32) с целевым функционалом (2.37), зависящем от фазовых координат только выходного каскада

Этап 1. Выберем обобщенные «идеальные» виртуальные управления выходной системой (2.35)–(2.36) в условиях полной априорной информации о параметрах объекта управления в виде суммы компенсационной составляющей и модального управления

$$v_1^* = -\xi_1 \sin x_{11} + \xi_2 \sin x_{12} + \alpha_1 e + \beta_1 \dot{e},$$

$$v_2^* = -\xi_1 \sin x_{11} - \xi_2 \sin x_{12} - \omega^2 y + \alpha_2 \varepsilon + \beta_2 \dot{\varepsilon},$$

где $\alpha_i, \beta_i: \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \alpha_i & \beta_i \end{bmatrix}$ – гурвицевая матрица.

В терминах «идеального» виртуального управления выходным каскадом S_1 объекта (2.30) получаем алгоритмы вида (2.9):

$$x_{3i\text{virt}}^* = \left((-1)^{i+1} v_1^* + v_2^* \right) / 2k_i = \theta_{1i}^* \sin x_{1i} + \theta_{2i}^* \lambda_i,$$

где $\theta_{1i}^* \triangleq -\xi_i/k_i$, $\theta_{2i}^* \triangleq 1/k_i$, $\lambda_i = (-1)^{i+1} \mu_1(e) + \mu_2(\varepsilon, y)$, $\mu_1(e) \triangleq 0.5(\alpha_1 e + \beta_1 \dot{e})$,
 $\mu_2(\varepsilon, y) \triangleq 0.5(-\omega^2 y + \alpha_2 \varepsilon + \beta_2 \dot{\varepsilon})$.

Этап 2. Синтез алгоритма адаптации.

Заменяя «идеальные» параметры θ_{ji}^* настраиваемыми параметрами $\theta_{ji}(t)$, получаем выражения для виртуального управления в форме (2.10)

$$x_{3i\text{virt}}(t) = \Phi_i(e, \varepsilon, y) \theta_i(t), \quad (2.39)$$

где $\theta_i(t) = [\theta_{1i}(t) \quad \theta_{2i}(t)]^T$, $\Phi_i(e, \varepsilon, y) = [\sin x_{1i} \quad \lambda_i]$.

Алгоритм самонастройки параметров управления выберем в форме (2.11)

$$\dot{\theta}_i = -\Gamma_i \Phi_i(e, \varepsilon, y) k_i \left(\dot{\varepsilon} + (-1)^{i+1} \dot{e} \right). \quad (2.40)$$

или с учетом $k_i > 0$ и замечания 1, получаем

$$\dot{\theta}_{11} = -\gamma_1 (\dot{\varepsilon} + \dot{e}) \sin x_{11},$$

$$\dot{\theta}_{12} = -\gamma_3 (\dot{\varepsilon} - \dot{e}) \sin x_{12},$$

$$\dot{\theta}_{21} = -\gamma_2 (\dot{\varepsilon} + \dot{e}) (\mu_1(e) + \mu_2(e, y)),$$

$$\dot{\theta}_{22} = -\gamma_4 (\dot{\varepsilon} - \dot{e}) (-\mu_1(e) + \mu_2(e, y)), \text{ где } \gamma_k > 0, k = 1..4.$$

Этап 3. Формирование поверхности скольжения.

Введем пересечение гиперповерхностей вида (2.7)

$$\sigma_i = x_{3i} - x_{3i\text{virt}}. \quad (2.41)$$

Сформулируем дополнительную цель управления вида (2.12)

Используя функцию Ляпунова вида $R(\sigma) = 0.5 \sigma^T \sigma$, где $\sigma = [\sigma_1 \quad \sigma_2]^T$,

легко показать, что цель управления (2.12) достигается при использовании релейного алгоритма (2.17)

$$u_i = -\gamma_{mi} \text{sign } \sigma_i \quad (2.42)$$

или гладкого (2.16)

$$u_i = -\gamma_{mi} \sigma_i \quad (2.43)$$

и $\gamma_{mi} > 0$.

Для замкнутой системы (2.30), (2.31), (2.34), (2.39), (2.40), (2.41), (2.42) или (2.43) существует функция Ляпунова вида (2.18).

Проверим условие идентифицируемости для параметров i -го маятника при $Q \rightarrow 0$ (т.е. в установившемся режиме). В установившемся режиме $x_{1i} = a \sin \omega t$, $y = 2a \sin \omega t$, $\ddot{y} = -2a\omega^2 \sin \omega t$.

$$\Phi(s)^T \Phi(s) = \begin{bmatrix} \sin^2 x_{1i} & (0.5(-2\ddot{y})) \sin x_{1i} \\ (0.5(-2\ddot{y})) \sin x_{1i} & (0.5(-2\ddot{y}))^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin^2 x_{1i} & -\ddot{y} \sin x_{1i} \\ -\ddot{y} \sin x_{1i} & \ddot{y}^2 \end{bmatrix}$$

Пусть a – малая амплитуда. Тогда $\sin x_{1i} \approx x_{1i}$ и

$$\Phi(s)^T \Phi(s) = \begin{bmatrix} a^2 \sin^2 \omega t & 2a^2 \omega^2 \sin^2 \omega t \\ 2a^2 \omega^2 \sin^2 \omega t & 4a^2 \omega^4 \sin^2 \omega t \end{bmatrix},$$

$$\int \Phi(s)^T \Phi(s) dt = \begin{bmatrix} a^2 \frac{2t\omega - \sin 2t\omega}{4\omega} & a^2 \omega \frac{2t\omega - \sin 2t\omega}{4} \\ a^2 \omega \frac{2t\omega - \sin 2t\omega}{4} & a^2 \omega^3 \frac{2t\omega - \sin 2t\omega}{4} \end{bmatrix}.$$

Видно, что $\left| \int \Phi(s)^T \Phi(s) dt \right| = 0$. Аналогичный результат получаем при

использовании полигармонического входного воздействия

$$y = 2a(\sin \omega t + \sin 2\omega t):$$

$$\int \Phi(s)^T \Phi(s) dt = \begin{bmatrix} a^2 t - \frac{a^2 g}{24\omega} & -a^2 \omega \frac{g - 24t\omega}{24} \\ -a^2 \omega \frac{g - 24t\omega}{24} & -a^2 \omega^3 \frac{g - 24t\omega}{24} \end{bmatrix}, \quad \left| \int \Phi(s)^T \Phi(s) dt \right| = 0,$$

где $g = -24 \sin t\omega + 6 \sin 2t\omega + 8 \sin 3t\omega + 3 \sin 4t\omega$.

Равенство нулю определителя в установившемся режиме при малых амплитудах вытекает из (2.26) и линейной зависимости компонентов вектора Φ_i . Действительно, в установившемся режиме $\lambda_i = -0.5\omega^2 y = -\omega^2 x_{1i}$. Таким образом, система не обладает идентифицирующими свойствами в

установившемся режиме. Однако методом моделирования можно показать, что в переходном режиме происходит настройка параметров.

Для проверки условия идентифицируемости возможна еще одна интерпретация. В режиме установившихся колебаний передаточная функция линеаризованных моделей маятников от выхода x_{1i} ко входу y имеют вид:

$$W_i(s) = -\frac{1}{2} \frac{k_i \theta_{2i} \omega^2}{s^2 + (\xi_i + k_i \theta_{1i})}.$$

После подстановки «идеальных» параметров получаем:

$$W_i(s) = -\frac{\omega^2}{2s^2},$$

что соответствует дифференциальному уравнению $2\ddot{x}_{1i} = -\omega^2 y$, гарантирующему поддержку заданного режима колебаний.

Однако уравнение

$$-\frac{1}{2} \frac{k_i \theta_{2i} \omega^2}{s^2 + (\xi_i + k_i \theta_{1i})} = -\frac{\omega^2}{2s^2}, \quad \text{или} \quad \omega^2 - \xi_i = k_i (\theta_{2i} \omega^2 + \theta_{1i}) \quad \text{для каждой}$$

частоты может содержать неединственное решение относительно установившегося значения настраиваемых параметров. Для однозначного нахождения параметров регулятора необходимо на вход системы подавать полигармонический сигнал с частотами ω_1 и ω_2 .

Компьютерное моделирование.

Проведем моделирование замкнутой системы (2.30), (2.31), (2.34), (2.39), (2.40), (2.41), (2.42) при следующих начальных условиях и параметрах:

первый маятник: $\xi_1 = -2$, $k_1 = 1$, $x_{11}(0) = -0,2$, $x_{21}(0) = -0,2$, $x_{31}(0) = 0$,

второй маятник: $\xi_2 = -2$, $k_2 = 4$, $x_{12}(0) = -0,2$, $x_{22}(0) = -0,2$, $x_{32}(0) = 0$,

контур адаптации: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 1$, $\theta_1(0) = (3 \ 3)^T$, $\theta_2(0) = (3 \ 3)^T$,

алгоритм управления: $\alpha_1 = \alpha_2 = -1$, $\beta_1 = \beta_2 = -3$, $\gamma_{m1} = \gamma_{m2} = 10$,

эталонный гармонический осциллятор: $\omega = 1$, $y(0) = 1$.

Результаты моделирования системы представлены на рис. 2.2–2.6.

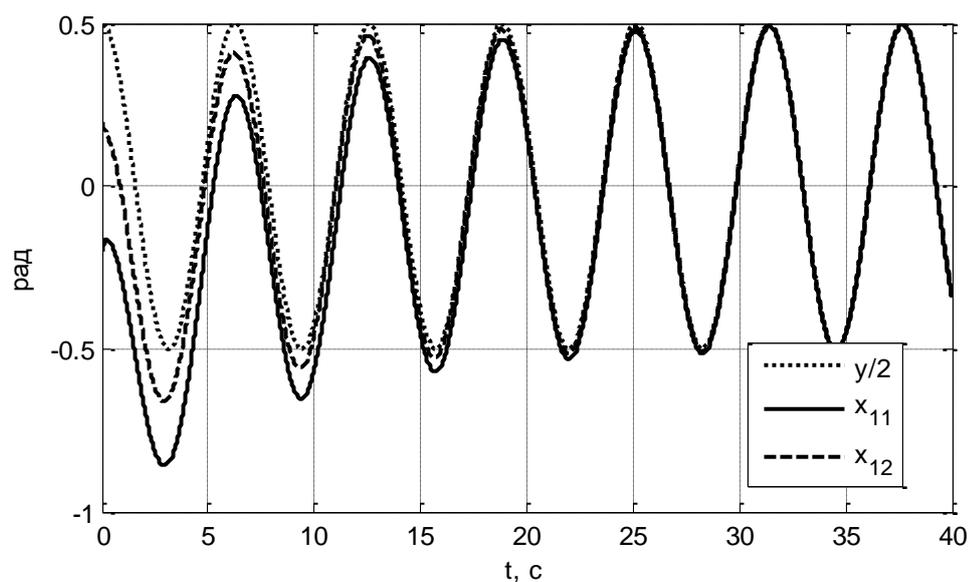


Рис. 2.2. Траектории маятников и идеального гармонического осциллятора.

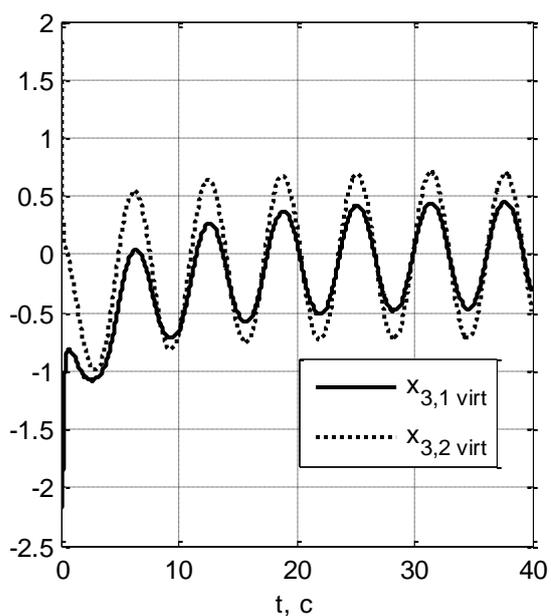


Рис. 2.3. Виртуальные управления

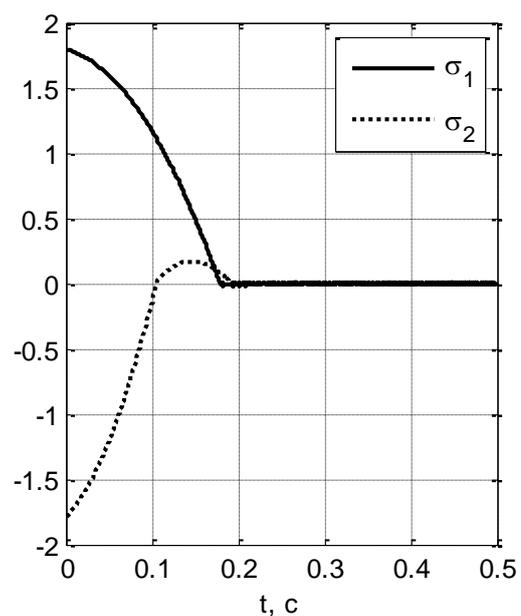


Рис. 2.4. Отклонения от пересечения многообразий

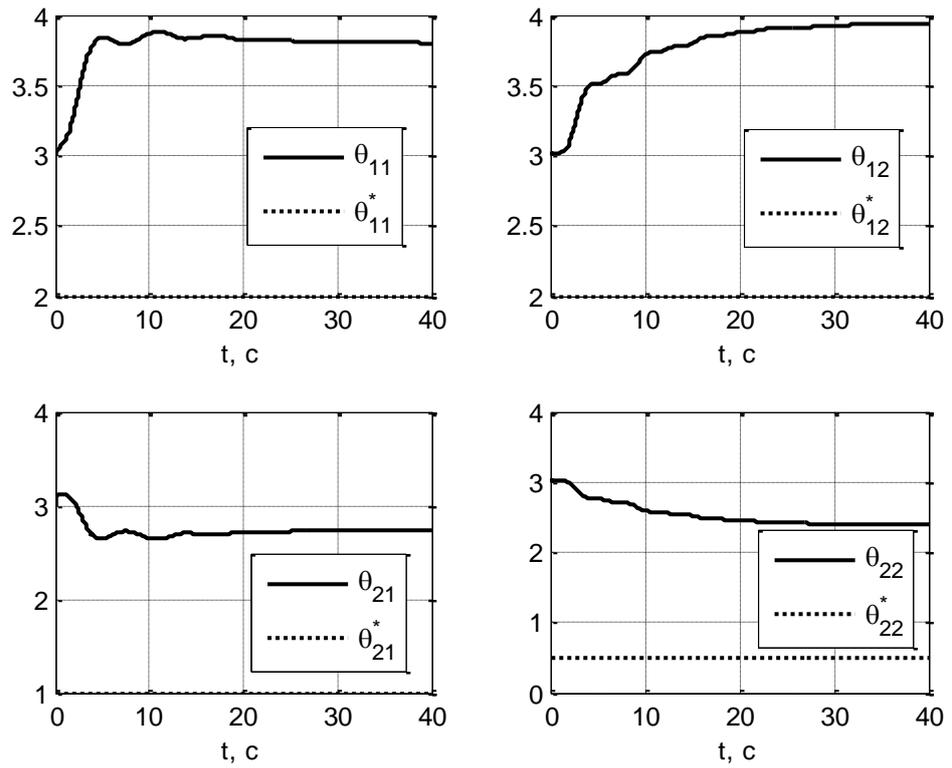


Рис. 2.5. Настройка параметров виртуального управления

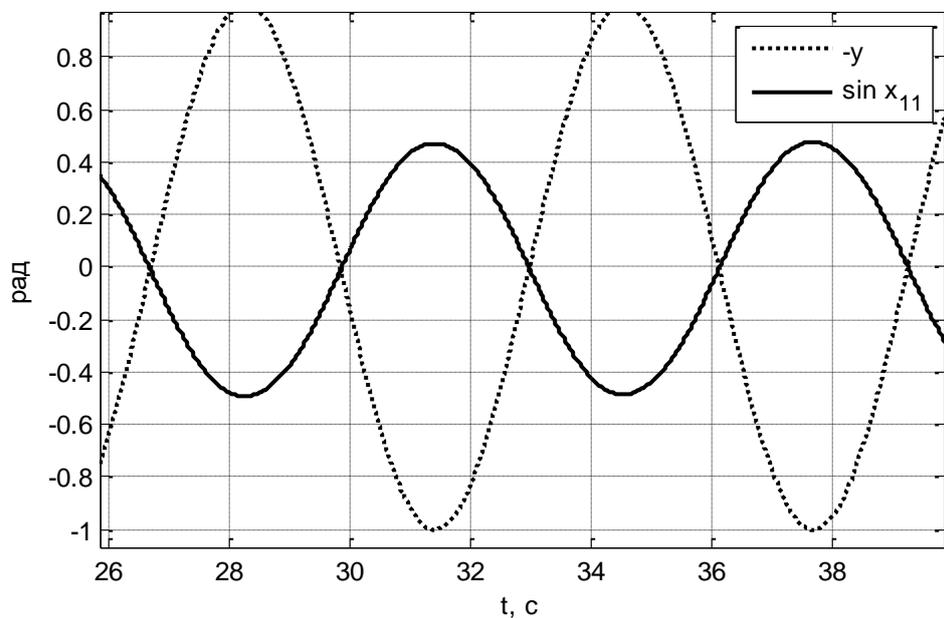


Рис. 2.6. Компоненты вектора сенсоров

Как видно из рис. 2.2, ЦУ (2.38) достигаются: траектории обоих маятников с высокой точностью совпадают с траекторией эталонного

гармонического осциллятора. Ограниченность траекторий наглядно подтверждается на рис. 2.2-2.5. Из рис. 2.4 видно, что в системе менее, чем за 0.2 с (за конечное время) возникает устойчивый скользящий режим. Отметим также, что время достижения ДЦУ вида (2.12) \tilde{t}_* на порядок меньше времени достижения основной ЦУ (2.4) t_* . Идентифицирующие свойства алгоритма не проявляются ввиду скудности спектра эталонного сигнала (рис. 2.5). Из рис. 2.6 видно, что компоненты вектора сенсоров линейно-зависимы.

Недостаток спектра также можно легко проиллюстрировать по графику АФЧХ линеаризованной модели маятников: для одной частоты заданное значение АФЧХ может приниматься при разном наборе параметров. Совпадение значений АФЧХ на нескольких частотах возможно только для уникального набора параметров маятника.

Продемонстрируем сказанное на примере. Пусть выходом идеального гармонического осциллятора будет сумма двух гармонических сигналов разной частоты: $y = \cos t + \cos 2t$.

Результаты моделирования при тех же условиях представлены на рис. 2.7–2.12.

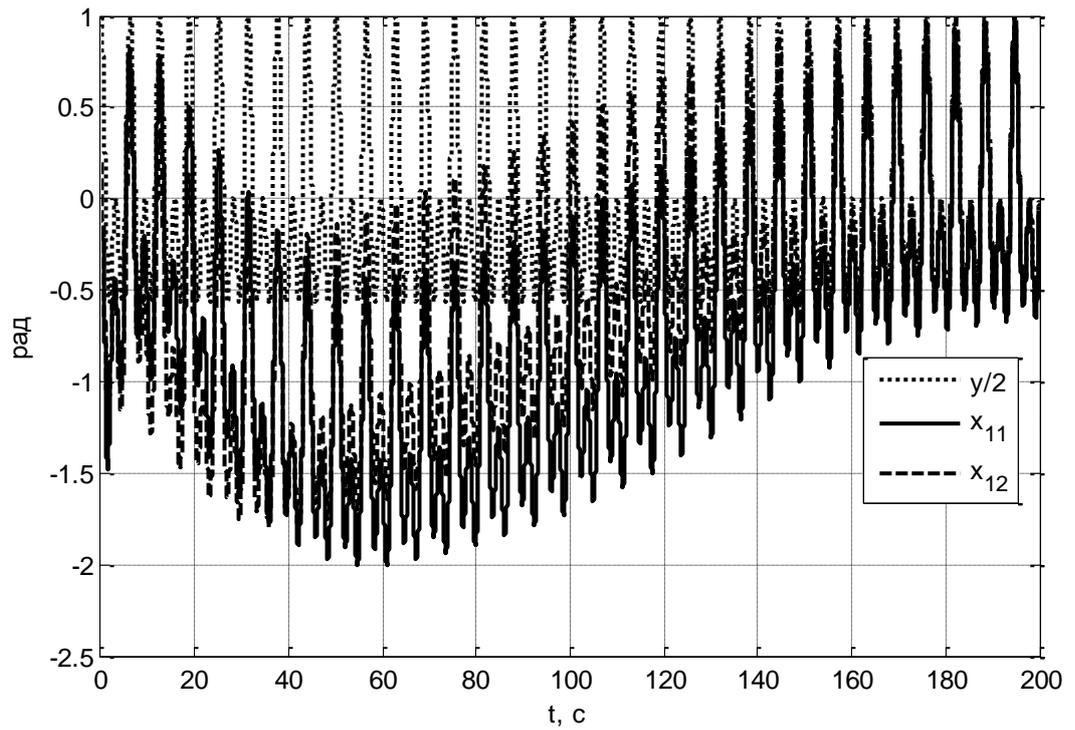


Рис. 2.7. Траектории маятников и идеального гармонического осциллятора при полигармоническом выходном сигнале осциллятора

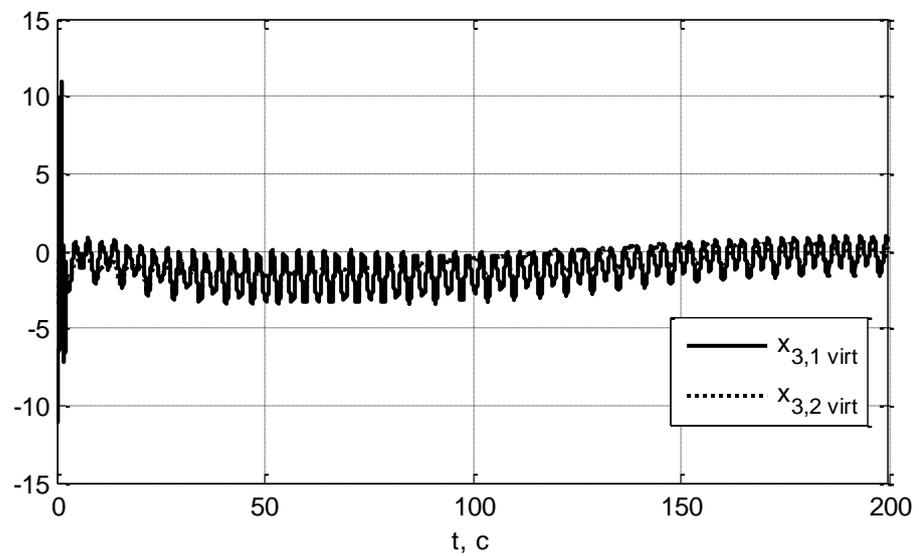


Рис. 2.8. «Идеальные» виртуальные управления при полигармоническом выходном сигнале осциллятора

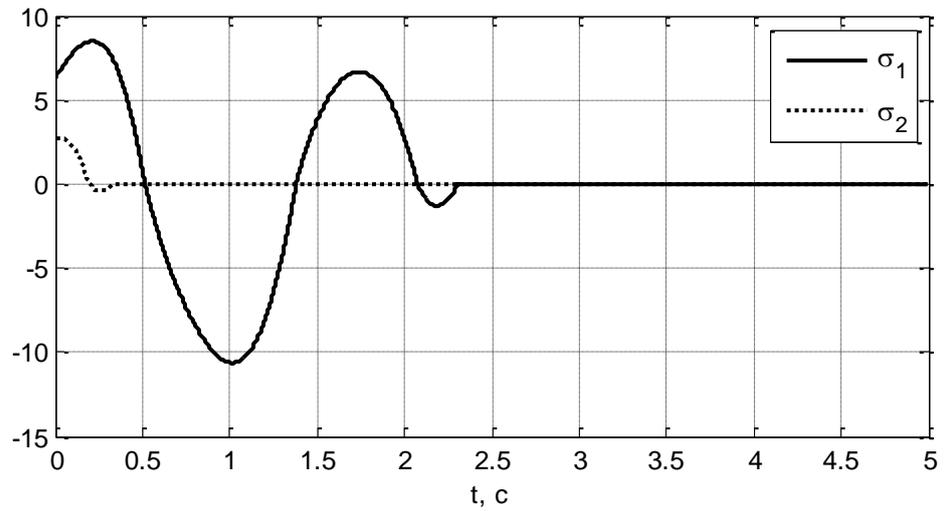


Рис. 2.9. Отклонения от пересечения многообразий при полигармоническом выходном сигнале осциллятора

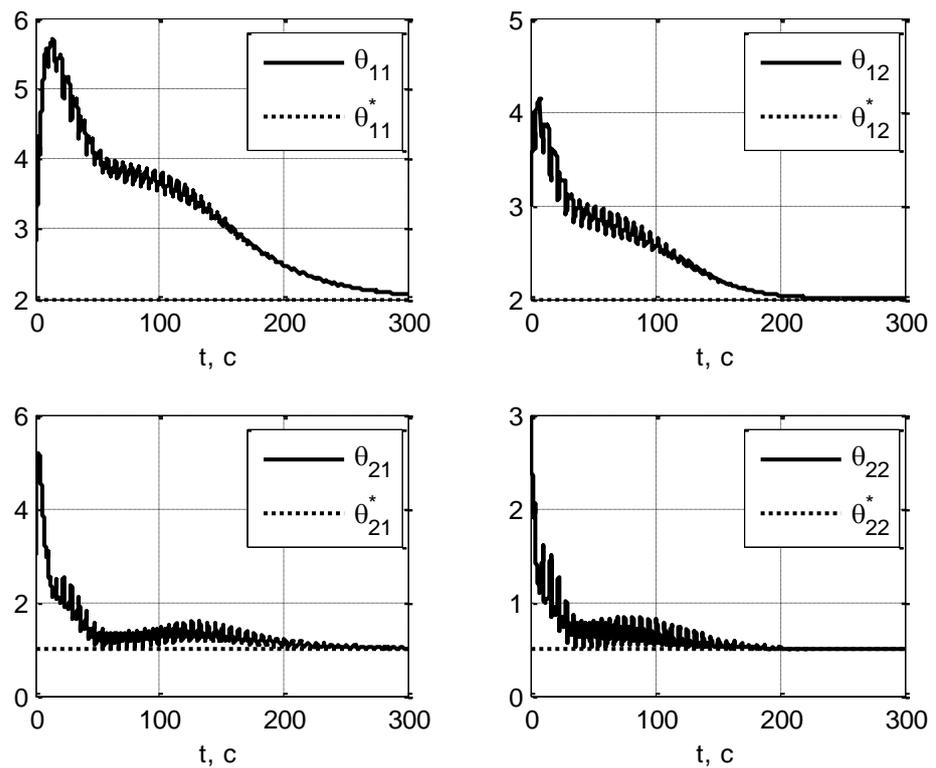


Рис. 2.10. Настройка параметров виртуального управления при полигармоническом выходном сигнале осциллятора

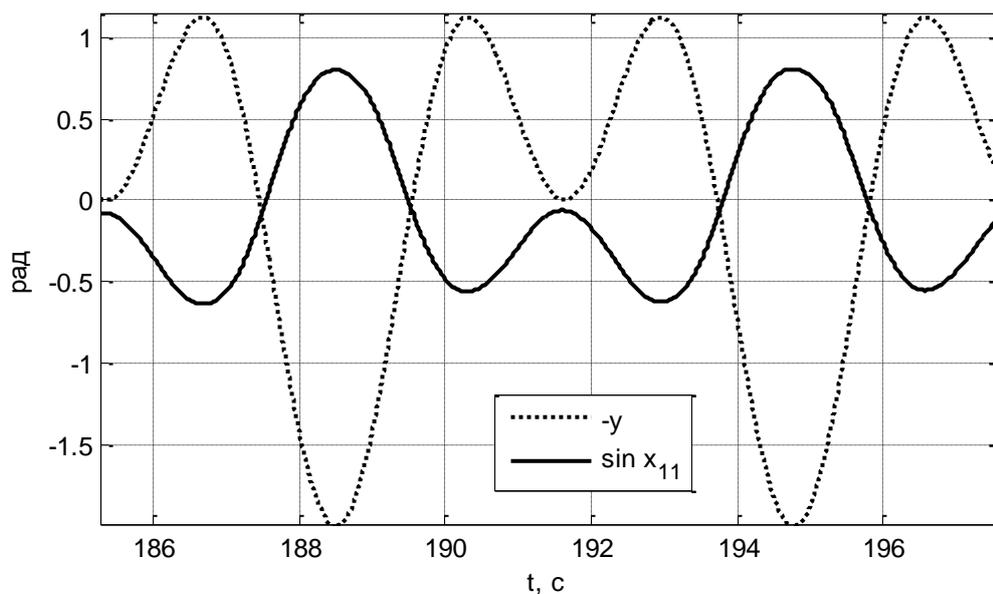


Рис 2.11. Компоненты вектора сенсоров в установившемся режиме

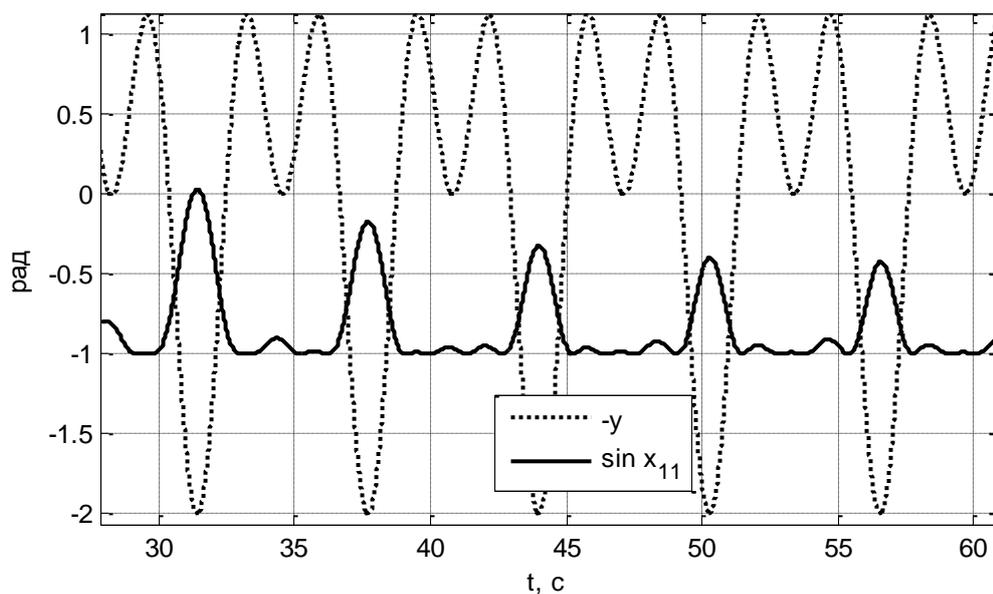


Рис. 2.12. Компоненты вектора сенсоров в переходном режиме

Из рис. 2.11-2.12 видно, что компоненты вектора сенсоров линейно-независимы только в переходном режиме, поэтому и идентифицирующие свойства будут проявляться в переходном режиме.

Выводы и основные результаты по главе 2.

В главе 2 показано применение МСБГ для синтеза адаптивных алгоритмов управления нелинейными каскадными системами с автономной ЭМ. Обосновано введение модели ошибки между траекториями выходного каскада и ЭМ. Доказана теорема, гарантирующая достижение заданной цели управления. Приведены условия применимости теоремы и оценки сходимости. Показано, что при использовании релейного управления пересечение многообразий достигается за конечное время, в то время как гладкое управление обеспечивает достижение заданного многообразия асимптотически. Представлены условия идентифицируемости параметров ОУ.

Полученная методика применена для синтеза алгоритма адаптивной синхронизации маятников с учетом динамики приводов. Точность результатов подтверждена результатами компьютерного моделирования. Показано влияние спектра желаемых колебаний на точность идентификации параметров.

Рассмотренная методика используется как один из подходов к синтезу алгоритмов управления гамильтоновыми системами с учетом динамики привода в главе 3. Также предложенная методика может применяться не только для решения задачи управления колебаниями, но и задачи слежения.

Глава 3. Управление колебаниями гамильтоновой системы с приводом

В главе рассматривается применение МСБГ для синтеза алгоритмов управления гамильтоновыми системами с энергетической целевой функцией [3, 14].

3.1. Постановка задачи

Рассмотрим каскадный аффинный объект с выходной подсистемой S_1 в гамильтоновой форме и входной подсистемы S_2 – динамическим исполнительным механизмом в виде интеграторов

$$S_1 : \dot{q}_i = \frac{\partial H(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi)}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi)}{\partial q_i}, \quad i=1, \dots, h, \quad h = (n-m)/2 \quad (3.1)$$

$$S_2 : \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{u}, \quad (3.2)$$

где $\mathbf{x}_1 = \text{col}\{\mathbf{q}, \mathbf{p}\} \in \mathbb{R}^{n-m}$ – вектор состояния гамильтоновой подсистемы, $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^m$ – входной сигнал гамильтоновой подсистемы, $\mathbf{q} = \text{col}\{q_1, \dots, q_h\}$, $\mathbf{p} = \text{col}\{p_1, \dots, p_h\}$ – обобщенные координаты и импульсы, $\xi \in \Xi$ – вектор неизвестных параметров объекта управления, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ – управление, $H(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi) = H_0(\mathbf{x}_1, \xi) + \mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1, \xi)^T \mathbf{x}_2$ – гамильтониан, $H_0(\mathbf{x}_1, \xi)$ – гамильтониан (энергия) свободной консервативной системы, $\mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1, \xi)$ – гамильтониан взаимодействия.

Предположение 1. Слагаемые гамильтониана $H_0(\mathbf{x}_1, \xi)$, $\mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1, \xi)$ представимы в виде $H_0(\mathbf{x}_1, \xi) = \xi^T \mathbf{H}_0(\mathbf{x}_1)$ и $\mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1, \xi) = \xi^T \mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1)$, где $\mathbf{H}_0(\mathbf{x}_1)$, $\mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1)$ – матрицы сенсоров.

Заметим, что во многих прикладных задачах возможно преобразование параметров ОУ к новым параметрам ξ так, что предположение 1 выполняется.

Требуется синтезировать алгоритм адаптивного управления \mathbf{u} , обеспечивающий ограниченность всех траекторий замкнутой системы и

возбуждение в гамильтоновой подсистеме колебаний с заданным уровнем энергии H_* . Введем ЦФ, характеризующую отклонение энергии гамильтоновой подсистемы от желаемого уровня энергии [26, 27],

$$Q(\mathbf{x}_1, \xi) = 0,5(H_0(\mathbf{x}_1, \xi) - H_*)^2. \quad (3.3)$$

Тогда ЦУ для конечного каскада можно представить в виде

$$Q(\mathbf{x}_1, \xi) \leq \Delta_{x_1} \text{ при } t \geq t_*. \quad (3.4)$$

где $\Delta_{x_1} > 0$ – заданная точность, t_* – время достижения ЦУ.

Предположение 2 [27]. Первые и вторые частные производные функций $H_0(\mathbf{x}_1, \xi)$, $\mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1, \xi)$ на множестве $\Omega_0 = \{\mathbf{x}_1 : Q(\mathbf{x}_1, \xi) \leq \Delta_{x_1}\}$ ограничены для некоторого $\Delta_{x_1} > 0$ при $\forall \xi \in \Xi$.

Целевой функционал (3.3) зависит от неизвестных параметров, и МСБГ непосредственно не применим. Предлагаются два подхода [14], позволяющие синтезировать алгоритмы управления на основе МСБГ. Первый подход – модификация МСБГ путем введения на втором этапе синтеза настраиваемой модели (НМ) конечного каскада для адаптации параметров виртуального управления. Второй подход – модификация ЦФ (3.3) посредством сведения задачи возбуждения колебаний к задаче слежения за ЭМ с заданным уровнем энергии.

3.2. Первый подход. Управление свободными колебаниями

Модифицированная методика предполагает введение настраиваемой модели конечного каскада для адаптации параметров виртуального управления. Исходная задача разбивается на две независимые подзадачи:

1. синтез алгоритма управления \mathbf{u}^* каскадной системой (3.1)-(3.2) в предположении, что параметры объекта известны;
2. синтез контура адаптации для параметров выходного каскада (3.1).

Получаемые в процессе адаптации параметры используются для формирования управления системой.

Рассмотрим подзадачи более детально.

Сформируем отклонение от настраиваемого пересечения многообразий гиперповерхностей $\sigma \equiv \mathbf{0}$ в виде

$$\sigma = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{2virt}, \quad (3.5)$$

где \mathbf{x}_{2virt} – виртуальное управление конечным каскадом.

Подзадача 1. Управление каскадной системой в предположении, что параметры объекта известны.

Этап 1.1. Введем «идеальное» отклонение от пересечения многообразий σ^* в предположении, что параметры объекта известны

$$\sigma^* = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{2virt}^*. \quad (3.6)$$

Синтезируем «идеальное» виртуальное управление выходным каскадом $\mathbf{x}_{2virt}^* = \mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{x}_1, \xi)$ в виде АСГ в конечной форме

$$\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{x}_1, \xi) = -\gamma_x \nabla_{\mathbf{x}_{2virt}^*} w(\mathbf{x}_1, \xi, \sigma^*), \quad (3.7)$$

где $\gamma_x > 0$, $w(\mathbf{x}_1, \xi, \sigma^*) = \dot{Q}(\mathbf{x}_1, \xi) = (H_0 - H_*)[H_0, \mathbf{H}_1]^T (\mathbf{x}_{2virt}^* + \sigma^*)$, $[H_0, \mathbf{H}_1]$ – скобка Пуассона.

Условие L. Вектор-функция $\dot{\mathbf{x}}_{2virt}^*$ локально ограничена по своим аргументам.

Показано (А.Л. Фрадков) [27], что «идеальное» виртуальное управление (3.7) является ограниченным при ограниченных начальных условиях и параметрах объекта и почти везде обеспечивает выполнение условия D1:

$$w(\mathbf{x}_1, \xi, \mathbf{0}) = -\gamma_x (H_0 - H_*)^2 \left\| [H_0, \mathbf{H}_1]^T \right\|^2 \leq -\rho_Q(Q). \quad (3.8)$$

Этап 1.2. Синтезируем «идеальное» управление \mathbf{u}^* , обеспечивающее достижение пересечения многообразий $\sigma^* \equiv \mathbf{0}$. Введем дополнительную цель управления (ДЦУ) в виде неравенства

$$R(\sigma^*) \leq \Delta_\sigma \text{ при } t \geq \tilde{t}_*, \Delta_\sigma > 0, \quad (3.9)$$

где

$$R(\sigma^*) = 0,5 \sigma^{*T} \sigma^*. \quad (3.10)$$

Вычислим скорость отклонения траектории движения от пересечения многообразий гиперповерхностей $\sigma^* \equiv \mathbf{0}$.

$$\dot{\sigma}^* = \mathbf{u}^* - \dot{\mathbf{x}}_{2virt}^* . \quad (3.11)$$

Условие D2 (условие достижимости). Существует вектор $\mathbf{u}_* \in \mathbb{R}^m$, скалярная, непрерывная, строго возрастающая функция $\rho_R(R) > 0$ такое, что $\rho_R(0) = 0$ и выполняется неравенство $\mu(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi, \sigma^*, \mathbf{u}_*) \leq -\rho_R(R(\sigma^*))$, где $\mu(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi, \sigma^*, \mathbf{u}_*) = \sigma^{*T} \dot{\sigma}^*$ – полная производная по времени функционала (3.10) в силу траекторий системы.

Условие достижимости D2 выполнено, если «идеальное» управление \mathbf{u}_* выбрать, например, в виде $\mathbf{u}_* = \dot{\mathbf{x}}_{2virt}^* - \rho_R \sigma^*$, $\rho_R > 0$.

Алгоритм управления системой, обеспечивающей достижение ДЦУ (3.9), синтезируется в конечной форме АСГ в виде

$$\mathbf{u}^* = -\gamma_m \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \sigma^*), \quad (3.12)$$

где вектор-функция $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \sigma)$ удовлетворяет условию псевдоградиентности $\boldsymbol{\varphi}^T(\mathbf{x}, \sigma^*) \nabla_{\mathbf{u}^*} \mu(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi, \sigma^*, \mathbf{u}^*) \geq 0$ и, в частности, может принимать гладкий или релейный вид

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \sigma^*) = \nabla_{\mathbf{u}^*} \mu(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi, \sigma^*, \mathbf{u}^*) = \sigma^*, \quad (3.13)$$

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \sigma^*) = \text{sign} \nabla_{\mathbf{u}^*} \mu(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi, \sigma^*, \mathbf{u}^*) = \text{sign} \sigma^*. \quad (3.14)$$

Теорема 3.1. Рассмотрим систему, состоящую из ОУ (3.1), «идеального» виртуального управления (3.7) и управления (3.6), (3.12). Пусть выполнены условия D1, D2 и L. Тогда все траектории системы ограничены, достигаются основная (3.4) и дополнительная ЦУ (3.9). Для системы существует функция Ляпунова

$$V = Q(\mathbf{x}_1, \xi) + R(\sigma^*). \quad (3.15)$$

Доказательство.

Найдем производную функции (3.15) в силу системы (3.1), (3.2) с управлением (3.6), (3.7), (3.12)

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{Q}(\mathbf{x}_1, \xi) + \dot{R}(\boldsymbol{\sigma}^*) = \\ &= (H_0 - H_*)[H_0, \mathbf{H}_1]^T (\mathbf{x}_{2virt}^* + \boldsymbol{\sigma}^*) + \boldsymbol{\sigma}^{*T} (\mathbf{u}^* - \dot{\mathbf{x}}_{2virt}^*) = \\ &= w(\mathbf{x}_1, \xi, \mathbf{0}) + \boldsymbol{\sigma}^{*T} \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}_1) - \gamma_m \boldsymbol{\sigma}^{*T} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}^*),\end{aligned}\quad (3.16)$$

где $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}_1) = (H_0 - H_*)[H_0, \mathbf{H}_1] - \dot{\mathbf{x}}_{2virt}^*$.

Рассмотрим 2 случая.

1 случай. Пусть $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}^*) = \text{sign } \boldsymbol{\sigma}^*$ (3.14). Тогда из (3.16) следует $\dot{V} = w(\mathbf{x}_1, \xi, \mathbf{0}) + \boldsymbol{\sigma}^{*T} \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}_1) - \gamma_m \|\boldsymbol{\sigma}^*\|$, и при $\gamma_m = \|\boldsymbol{\eta}\| + \gamma_0$, $\gamma_0 > 0$ выполняется

$$\dot{V} \leq w(\mathbf{x}_1, \xi, \mathbf{0}) - \gamma_0 \|\boldsymbol{\sigma}^*\| < 0. \quad (3.17)$$

Из (3.17) и положительно определенных квадратичных форм функционалов (3.3) и (3.10) следует, что разность $H_0(\mathbf{x}_1, \xi) - H_*$ и отклонение от многообразия $\boldsymbol{\sigma}^*$ ограничены.

Рассмотрим вопрос достижения ДЦУ (3.9) подробно.

Т.к. $\dot{R}(\boldsymbol{\sigma}^*) = -\gamma_m \|\boldsymbol{\sigma}^*\| - \boldsymbol{\sigma}^{*T} \dot{\mathbf{x}}_{2virt}^*$, то при $\gamma_m = \|\dot{\mathbf{x}}_{2virt}^*\| + \gamma_0$, $\gamma_0 > 0$, с учетом $\|\boldsymbol{\sigma}^*\| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{R}$, получаем

$$\dot{R} \leq -\frac{\gamma_0}{\sqrt{2}} \sqrt{R}. \quad (3.18)$$

Из (3.18) получаем $\int_0^t \frac{dR}{\sqrt{R}} < -\frac{\gamma_0}{\sqrt{2}} \int_0^t d\tau$, следовательно

$$\sqrt{R(t)} < \sqrt{R(0)} - \frac{\gamma_0 \sqrt{2}}{4}.$$

Так как $R(t) \geq 0$, то существует момент времени \tilde{t}_* , такой что $R(t) = 0$ при $t > \tilde{t}_*$, следовательно, $\boldsymbol{\sigma}(t) \equiv \mathbf{0}$ при $t \geq \tilde{t}_*$. Таким образом, ЦУ (3.9) достигается за конечное время \tilde{t}_* .

Тогда при $t \geq \tilde{t}_*$ из (3.16) с учетом (3.8) следует

$$\dot{V} \leq w \leq -\rho_Q(Q). \quad (3.19)$$

Из (3.19) следует, как показано в [26, 27], что согласно принципу инвариантности Ла-Салля траектории системы сходятся либо к множеству $\Sigma_1 = \{\mathbf{x}_1 : H_0(\mathbf{x}_1, \xi) - H_* = 0\}$, т.е. достигается ЦУ (3.4), либо к множеству $\Sigma_2 = \{\mathbf{x}_1 : [H_0, \mathbf{H}_1] = 0\}$, [26] представляющему собой точки равновесия свободной системы (3.1). Там же показано, что множество начальных условий объекта (3.1), при которых траектории стремятся к неустойчивому положению равновесия, имеет меру нуль.

2 случай. Пусть $\varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}^*) = \boldsymbol{\sigma}^*$ (3.13). Тогда из (3.16) следует

$$\dot{V} = w(\mathbf{x}_1, \xi, \mathbf{0}) + \boldsymbol{\sigma}^{*T} \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}_1) - \gamma_m \boldsymbol{\sigma}^{*T} \boldsymbol{\sigma}^* \leq w(\mathbf{x}_1, \xi, \mathbf{0}) + \|\boldsymbol{\sigma}^*\| \|\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}_1)\| - \gamma_m \|\boldsymbol{\sigma}^*\|^2 \quad (3.20)$$

Из (3.20) следует, что при $\gamma_m \geq \frac{\|\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}_1)\|}{\|\boldsymbol{\sigma}^*\|} + \gamma_0$, $\gamma_0 > 0$, выполняется

неравенство (3.17), из которого вытекает ограниченность $\boldsymbol{\sigma}^*$ и $H_0(\mathbf{x}_1, \xi) - H_*$.

Аналогично случаю 1 рассмотрим вопрос достижения ДЦУ (3.9). При

$$\gamma_m = \frac{\|\dot{\mathbf{x}}_{2virt}^*\|}{\|\boldsymbol{\sigma}^*\|} + \gamma_0, \quad \gamma_0 > 0, \quad \text{справедливо}$$

$$\dot{R} \leq \|\boldsymbol{\sigma}^*\| \|\dot{\mathbf{x}}_{2virt}^*\| - \gamma_m \|\boldsymbol{\sigma}^*\|^2. \quad (3.21)$$

Следовательно, при $\gamma_m \rightarrow \infty$ обеспечивается свойство предельной асимптотической устойчивости $R(\boldsymbol{\sigma}^*) \rightarrow 0$, и, как следствие из положительно определенной квадратичной формы (3.10), $\boldsymbol{\sigma}^* \rightarrow \mathbf{0}$. Тогда для любого $\Delta_\sigma > 0$ найдется t_σ , такое что при $t > t_\sigma$ выполняется $\|\boldsymbol{\sigma}^*\| < \Delta_\sigma$.

Вернемся к неравенству (3.20). Максимизируем последние два слагаемых по $\|\sigma^*\|$: $\|\eta(\mathbf{x}_1)\| - 2\gamma_m \|\sigma^*\| = 0$, $\|\sigma^*\|_{\max} = \|\eta(\mathbf{x}_1)\|/2\gamma_m$. Подставляя $\|\sigma^*\|_{\max}$ в (3.20), получаем в правой части неравенства максимальное значение

$$\dot{V} \leq w(\mathbf{x}_1, \xi, \mathbf{0}) + \frac{\|\eta(\mathbf{x}_1)\|^2}{4\gamma_m}. \quad (3.22)$$

Из (3.22) видно, что для любых $\Delta = \rho_Q(Q) > 0$ и $\varepsilon > 0$ существует такое значение γ_m , что будет выполняться условие $\frac{\|\eta(\mathbf{x}_1)\|^2}{4\gamma_m} = \Delta - \varepsilon$. Тогда из (3.22) получаем $\dot{V} \leq -\varepsilon$.

Из (3.22) и принципа инвариантности Ла-Салля, что траектории системы стремятся ко множеству $\left\{ \mathbf{x}_1 : w(\mathbf{x}_1, \xi, \mathbf{0}) + \frac{\|\eta(\mathbf{x}_1)\|^2}{4\gamma_m} = 0 \right\}$. Для доказательства стремления траекторий системы ко множеству $\Sigma_1 \cup \Sigma_2 = \{ \mathbf{x}_1 : H_0(\mathbf{x}_1, \xi) - H_* = 0 \text{ или } [H_0, \mathbf{H}_1] = 0 \}$ воспользуемся предположением 2. Из ограниченности вторых частных производных слагаемых гамильтониана следует ограниченность функции $\dot{w}(\mathbf{x}_1, \xi, \mathbf{0})$. Также из предположения 2 следует ограниченность $\dot{\mathbf{x}}_{2\text{virt}}^*$. Из ограниченности σ^* следует ограниченность управления \mathbf{u}^* . Т.к. правая часть уравнения (3.11) ограничена, функция $\dot{\sigma}^*$ также ограничена. Следовательно, функция \ddot{V} также ограничена. Тогда \dot{V} – равномерно-непрерывная функция, следовательно, по лемме Барбалата $\sigma^* \rightarrow \mathbf{0}$ при $t \rightarrow \infty$ и траектории системы сходятся либо к множеству $\Sigma_1 = \{ \mathbf{x}_1 : H_0(\mathbf{x}_1, \xi) - H_* = 0 \}$, т.е. достигается ЦУ (3.4), либо к множеству $\Sigma_2 = \{ \mathbf{x}_1 : [H_0, \mathbf{H}_1] = 0 \}$, представляющему собой точки равновесия свободной системы (3.1) (см. выше). Теорема доказана.

Подзадача 2 [3]. Рассмотрим отдельно выходной каскад (3.1) в условиях параметрической неопределенности. Синтезируем контур

адаптации неизвестных параметров объекта ξ при ограниченном воздействии \mathbf{x}_2 .

Введем ДЦУ – идентификацию параметров объекта управления:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\xi} = \xi, \quad (3.22)$$

где $\hat{\xi}$ – вектор настраиваемых параметров.

В отличие от МСБГ, будем использовать не прямое адаптивное управление, а идентификационный подход с настраиваемой моделью.

Введем в рассмотрение настраиваемую модель (НМ) размерности выходной подсистемы

$$\dot{\mathbf{x}}_{1*} = \mathbf{v}, \quad (3.23)$$

где $\mathbf{x}_{1*} \in \mathbb{R}^{n-m}$ – вектор состояния настраиваемой модели, $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}_1, \mathbf{e}, \mathbf{x}_2, \hat{\xi})$ – входное управляющее воздействие настраиваемой модели, $\mathbf{e} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{1*}$ – невязка между траекториями выходного каскада и НМ.

Сформулируем дополнительную цель управления (ДЦУ) по отношению к синтезу входного управляющего воздействия \mathbf{v}

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Q_e(\mathbf{e}) \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty \quad (3.24)$$

где локальный целевой функционал

$$Q_e(\mathbf{e}) = 0,5\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e}, \mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0. \quad (3.25)$$

Заметим, что ЦФ (3.25) не зависит от неизвестных параметров, поэтому для синтеза контура адаптации воспользуемся описанными выше первыми двумя этапами МСБГ, которые обозначим 2.1 и 2.2.

На этапе 2.1 для достижения ДЦУ (3.24) синтезируем «идеальное» управление $\mathbf{v}^* = \mathbf{v}(\mathbf{x}_1, \mathbf{e}, \mathbf{x}_2, \xi)$ настраиваемой моделью (3.23) в предположении, что параметры выходного каскада известны.

Для синтеза рассмотрим динамику выходного каскада по ошибке в предположении, что параметры выходного каскада известны:

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_{1*} = \text{col} \left\{ \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\} - \mathbf{v}. \quad (3.26)$$

Выберем \mathbf{v} в виде

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}_1, \mathbf{e}, \mathbf{x}_2, \xi) = \text{col} \left\{ \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\} - \mathbf{A}_* \mathbf{e}, \quad (3.27)$$

где \mathbf{A}_* – квадратная гурвицева матрица $(n-m) \times (n-m)$. Заметим, что на выходной каскад и НМ поступает общий вход \mathbf{x}_2 .

Предположение 3. Сигнал \mathbf{x}_2 ограничен.

Найдем производную ЦФ $Q_e(\mathbf{e})$ в силу системы (3.26) со входом (3.27)

$$w_e = \dot{Q}_e = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \left(\text{col} \left\{ \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\} - \mathbf{v}(\mathbf{x}_1, \mathbf{e}, \mathbf{x}_2, \xi) \right).$$

«Идеальное» управляющее воздействие $\mathbf{v}^* = \mathbf{v}(\mathbf{x}_1, \mathbf{e}, \mathbf{x}_2, \xi)$ вида (3.27)

обеспечивает достижение ДЦУ (3.24):

$$\dot{Q}_e = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_* \mathbf{e} < -\rho_e Q_e,$$

где $\rho_e = \lambda_{\min}(\mathbf{G})/\lambda_{\max}(\mathbf{P}) > 0$ – минимальное и максимальное собственные числа матриц $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$, $\mathbf{G} = \mathbf{G}^T > 0$, удовлетворяющих уравнению Ляпунова $\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} = -\mathbf{G}$.

Таким образом, выполнено условие достижимости D1.

На этапе 2.2 заменим в (3.27) неизвестные параметры ξ настраиваемыми $\hat{\xi}$

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}_1, \mathbf{e}, \mathbf{x}_2, \hat{\xi}) = \text{col} \left\{ \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\xi}, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\xi}, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\} - \mathbf{A}_* \mathbf{e}, \quad (3.28)$$

Синтезируем алгоритм адаптации методом скоростного градиента аналогично (2.11)

$$\dot{\hat{\xi}} = -\Gamma \nabla_{\hat{\xi}} \dot{Q}_e, \quad (3.29)$$

где $\Gamma = \Gamma^T = \text{diag} \{ \gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_l \} > 0 - (l \times l)$ матрица, l – количество настраиваемых параметров, или

$$\dot{\hat{\xi}} = \Gamma \nabla_{\hat{\xi}} \text{col} \left(\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\xi}, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\xi}, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right) \mathbf{P} \mathbf{e}. \quad (3.30)$$

Теорема 3.2. В системе, состоящей из выходного каскада S_1 объекта (3.1) с ограниченным входом \mathbf{x}_2 , НМ (3.23) с локальной обратной связью (3.28) и контуром адаптации (3.30) достигаются ЦУ (3.22) и (3.24) и существует функция Ляпунова $V_2 = Q_e + \|\hat{\xi} - \xi\|_{\Gamma^{-1}}$.

Доказательство.

Вычислим производную функции V_2 в силу системы (3.26), (3.28), (3.30):

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \mathbf{e}^T \mathbf{P} \left(\text{col} \left\{ \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\} - \right. \\ &\quad \left. - \text{col} \left\{ \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\xi}, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\xi}, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\} + \mathbf{A}_* \mathbf{e} \right) + \dot{\hat{\xi}}^T \Gamma^{-1} (\hat{\xi} - \xi_*) = \\ &= \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_* \mathbf{e} + \left(-\mathbf{e}^T \mathbf{P} \nabla_{\hat{\xi}}^T \text{col} \left\{ \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\xi}, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\xi}, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\} + \dot{\hat{\xi}}^T \Gamma^{-1} \right) (\hat{\xi} - \xi). \end{aligned}$$

С учетом (3.30) получаем $\dot{V}_2 \leq \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_* \mathbf{e} \leq -\rho_e Q_e$. Таким образом, все траектории системы (3.26), (3.28), (3.30) ограничены. Из (3.28) с учетом ограниченности \mathbf{e} и предположений 2 и 3 следует ограниченность входа $\mathbf{v}(\mathbf{x}_1, \mathbf{e}, \mathbf{x}_2, \hat{\xi})$. Тогда из (3.26), ограниченности входа $\mathbf{v}(\mathbf{x}_1, \mathbf{e}, \mathbf{x}_2, \hat{\xi})$ и предположения 2 следует ограниченность вектор-функции $\dot{\mathbf{e}}$.

Следовательно, $\dot{V}_2 \leq 2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_* \dot{\mathbf{e}}$ – ограниченная функция. Тогда \dot{V}_2 – равномерно-непрерывна, и по лемме Барбалата $\dot{V}_2 \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$, следовательно $\mathbf{e} \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$. Таким образом, ЦУ (3.24) достигается.

Ограниченность траектории ОУ (3.1) следует из предположений (2) и (3), а ограниченность траекторий НМ из выражения для невязки \mathbf{e} .

Достижение ДЦУ (3.22) вытекает из условия идентифицируемости I, которое для входа (3.28) заключается в требовании: вектор-функция

$$\Phi = \nabla_{\hat{\xi}} \text{col} \left\{ \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\xi}, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\xi}, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\} - \text{интегрально невырожденная.}$$

Замечание 3.1 [3]. Размерность НМ (3.23) может быть уменьшена, если неизвестные параметры входят не во все уравнения пространства состояния системы (3.1).

Этап 3. Объединим результаты этапов 1 и 2. Рассмотрим систему (3.1)-(3.2) в условиях параметрической неопределенности с контуром адаптации (3.21) при выполнении условия идентифицируемости I.

Получаемые в процессе адаптации оценки параметров будем использовать для формирования виртуального управления вида (3.7)

$$\mathbf{x}_{2\text{virt}}(\mathbf{x}_1, \hat{\xi}) = -\gamma_x \nabla_{\mathbf{x}_{2\text{virt}}} w(\mathbf{x}_1, \hat{\xi}, \boldsymbol{\sigma}), \quad (3.31)$$

и, следовательно, также для отклонения от пересечения многообразий (3.5) и управления вида (3.11):

$$\mathbf{u} = -\gamma_m \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}), \quad (3.32)$$

гарантирующего достижение ЦУ вида (2.12)

$$R(\boldsymbol{\sigma}) \leq \Delta_\sigma \text{ при } t \geq \tilde{t}_*, \Delta_\sigma > 0, \quad (3.33)$$

с ЦФ вида (2.13)

$$R(\boldsymbol{\sigma}) = 0,5\boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma}. \quad (3.34)$$

Виртуальное управление (3.31) будет также ограниченным.

Утверждение. Рассмотрим систему (рис. 3.1), состоящую из ОУ (3.1)-(3.2), настраиваемой модели (3.23) со входом (3.28), контура адаптации (3.30), виртуального управления (3.31), управления (3.5), (3.32). Пусть выполнены все условия теорем 3.1 и 3.2.

Тогда все траектории системы ограничены и достигаются цели управления (3.4), (3.22), (3.24) и (3.33). Ограниченность \mathbf{x}_2 вытекает из ограниченности \mathbf{x}_{2virt} и $\boldsymbol{\sigma}$.

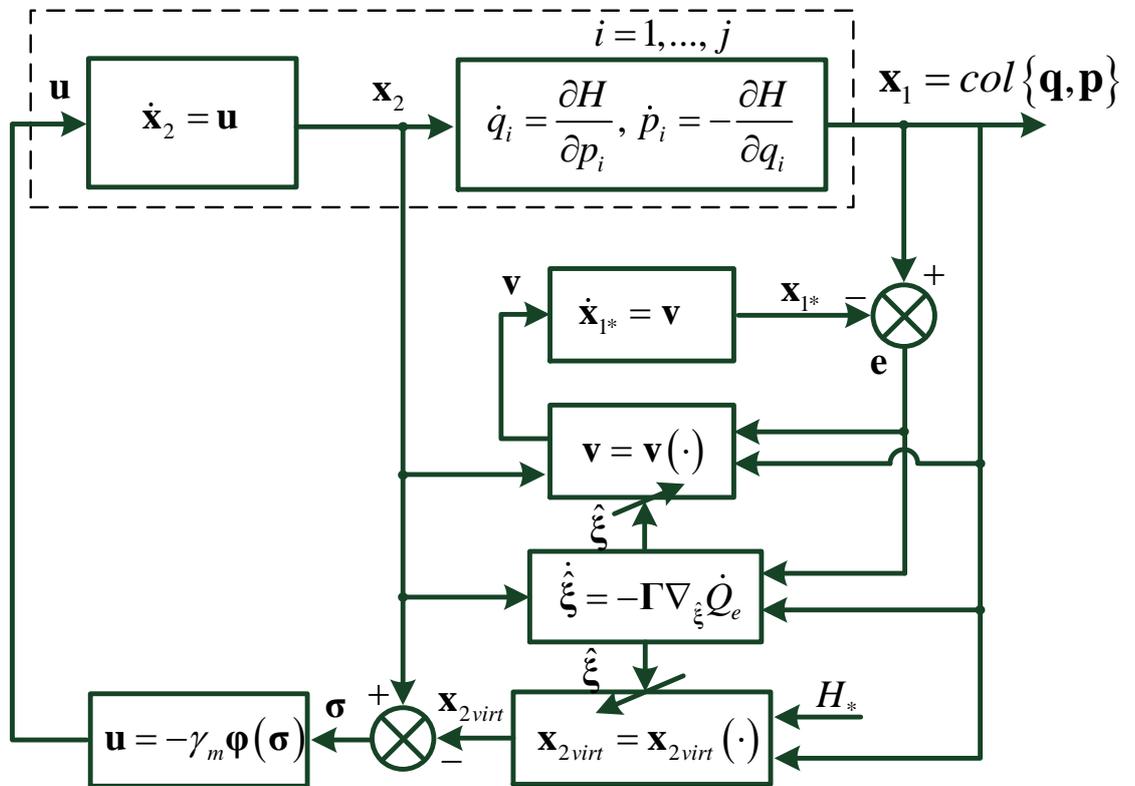


Рис. 3.1. Структурная схема системы управления гамильтоновой системой (подход 1)

3.3. Второй подход. Управление вынужденными колебаниями

Идея второго подхода состоит в модификации ЦУ (3.2) путем сведения задачи управления энергией к задаче слежения за траекторией ЭМ. С целью использования энергетического подхода структура ЭМ выбирается совпадающей со структурой конечного каскада и имеет параметры, равные номинальным параметрам механической подсистемы. Синтез управления проводится по следующей схеме:

- 1) в соответствии с энергетическим подходом синтезируется управление ЭМ, обеспечивающее достижение ЦУ (3.4) при номинальных параметрах объекта;

2) строится динамическая модель по ошибке вида (2.6) между векторами состояния выходного каскада и замкнутой обратной связью ЭМ;

3) для модели ошибки и квадратичного функционала по ошибке проводится трёхэтапный синтез алгоритмов управления класса скоростного биградиента по методике из главы 2.

Рассмотрим данный подход более детально.

Введем ЭМ выходного каскада в форме

$$\dot{q}_i^* = \frac{\partial H_d(\mathbf{x}_1^*, \mathbf{x}_{2d}, \xi_d)}{\partial p_i^*}, \quad \dot{p}_i^* = -\frac{\partial H_d(\mathbf{x}_1^*, \mathbf{x}_{2d}, \xi_d)}{\partial q_i^*}, \quad i=1, \dots, h \quad (3.35)$$

где $\mathbf{x}_1^* = \text{col}\{\mathbf{q}^*, \mathbf{p}^*\} \in \mathbb{R}^{n-m}$ – вектор состояния ЭМ, $\mathbf{q}^* = \text{col}\{q_1^*, \dots, q_h^*\}$,

$\mathbf{p}^* = \text{col}\{p_1^*, \dots, p_h^*\}$, $\xi_d \in \Xi$ – вектор номинальных параметров ОУ (3.1),

$\mathbf{x}_{2d} \in \mathbb{R}^m$ – входной сигнал гамильтоновой подсистемы,

$H_d(\mathbf{x}_1^*, \mathbf{x}_{2d}, \xi_d) = H_{0d}(\mathbf{x}_1^*, \xi_d) + \mathbf{H}_{1d}(\mathbf{x}_1^*, \xi_d)^T \mathbf{x}_{2d}$ – гамильтониан ЭМ.

Введем для ЭМ (3.35) ЦФ в форме (3.3):

$$Q_d(\mathbf{x}_1^*, \xi_d) = 0,5 \left(H_{0d}(\mathbf{x}_1^*, \xi_d) - H_* \right)^2.$$

Выберем \mathbf{x}_{2d} на основе АСГ аналогично (3.7) для достижения эталонной моделью заданного уровня энергии при значениях параметрах, равных номинальным:

$$\mathbf{x}_{2d} = -\gamma_d \nabla_{\mathbf{x}_{2d}} \dot{Q}_d(\mathbf{x}_1^*, \xi_d). \quad (3.36)$$

Как показано выше, алгоритм управления (3.36) обеспечивает достижение ЦУ

$$Q_d(\mathbf{x}_1^*, \xi_d) \leq \Delta_{x_1} \text{ при } t \geq t_* \quad (3.37)$$

почти для всех начальных условий.

Заметим, что замкнутая система, состоящая из ЭМ (3.35) и алгоритма управления (3.36), является частным случаем ЭМ (2.3) с вектор-функцией

$$\mathbf{f}_1^*(\mathbf{x}_1^*) = \text{col} \left\{ \frac{\partial H_d(\mathbf{q}^*, \mathbf{p}^*, \xi_d, \mathbf{x}_{2d})}{\partial p_i^*}, -\frac{\partial H_d(\mathbf{q}^*, \mathbf{p}^*, \xi_d, \mathbf{x}_{2d})}{\partial q_i^*} \right\}, \quad \text{а ОУ В}$$

гамильтоновой форме (3.1) с приводом (3.2) – частный случай нелинейной аффинной системы (2.1)-(2.2) с вектор-функциями

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \xi) = \text{col} \left\{ \frac{\partial H_0(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H_0(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\},$$

$$\mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \xi) = \text{col} \left\{ \frac{\partial H_1(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H_1(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \xi, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\}, \quad \mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \xi) = \mathbf{0} \quad \text{– матрица из}$$

нулей, $\mathbf{g}_2(\mathbf{x}, \xi) = \mathbf{I}$ – единичная матрица.

Тогда, применяя описанную в главе 2 методику, получаем семейство алгоритмов скоростного биградиента (2.6), (2.7), (2.10), (2.11), (2.15), обеспечивающее достижение ЦУ (2.4), (2.13) и при выполнении условия идентифицируемости I достижение ДЦУ: $\boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_*$ при $t \rightarrow \infty$.

Структурная схема алгоритма управления вынужденными колебаниями приведена на рис. 3.2.

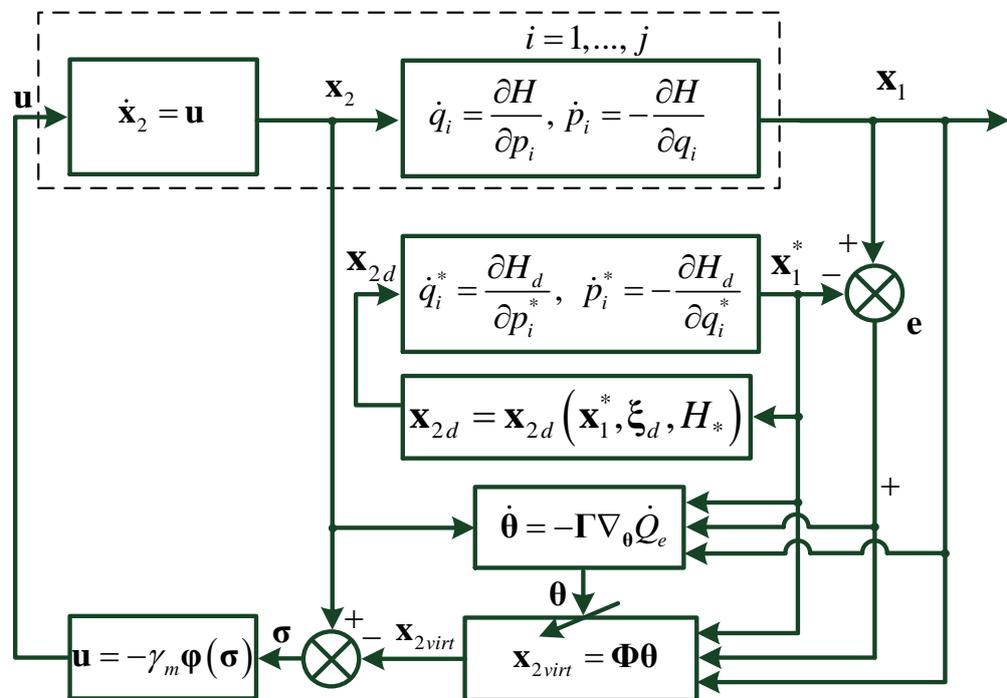


Рис. 3.2. Структурная схема системы управления гамильтоновой системой (подход 2)

Синтезированные алгоритмы управления обеспечивают достижение целевого функционала (3.37), т.е. близость фазовых координат ЭМ и механической подсистемы исходного объекта. При этом колебания механической подсистемы будут энергетически выгодны ввиду использования ЭМ, совпадающей по структуре с исходным ОУ и с номинальными параметрами ОУ. Однако, так как номинальные параметры эталонной модели в общем случае отличаются от параметров объекта управления, энергия эталонной модели будет отличаться от энергии гамильтоновой подсистемы, и исходная ЦУ (3.4) достигаться не будет.

3.4. Управление колебаниями маятника с приводом [3, 19]

Покажем применение предложенной методики для синтеза алгоритма возбуждения колебаний системы «мотор-маятник» (ММ) с идентификацией параметров лабораторного стенда (рис. 3.3-3.5) [50].



Рис. 3.3. Лабораторный стенд Мотор-маятник



Рис. 3.4. Плата управления и двигатель ММ



Рис. 3.5. Мотор-маятник (вид спереди)

Маятник (рис. 3.5) отклоняется на определенный угол при подаче на двигатель напряжения. Напряжение подается от регулируемого источника напряжения (рис. 3.3). Для считывания информации о положении маятника стоит энкодер (рис. 3.4). Для регулирования напряжения на двигателе используется ШИМ-сигнал, реализованный посредством электронной платы с микроконтроллером ATmega128 фирмы AVR. Данная плата посредством программатора JTAG-ICE соединена с ПК (рис. 3.3). Частота ШИМ сигнала была равна 100 Гц. Максимальное ШИМ-напряжение, при котором маятник не вращается равно 9.9 В. Данные об отклонении маятника от положения передаются на компьютер с частотой 28.8 кГц посредством таймера, реализованного в микроконтроллере.

3.4.1. Постановка задачи управления энергией маятника

Рассмотрим модель маятника в нормальной форме Коши [19]:

$$S_1 : \begin{cases} \dot{q} = p, \\ \dot{p} = -\xi_1 \sin q - \xi_3 p + \xi_2 x_2. \end{cases} \quad (3.38)$$

Не уменьшая общности, будем считать, что модель двигателя описывается аperiodическим звеном

$$S_2 : \dot{x}_2 = ku. \quad (3.39)$$

где $\mathbf{x}_1 = [q \ p]^T$ – вектор состояния маятника, $\xi = [\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3]^T$ – вектор неизвестных параметров объекта управления, $k > 0$ – параметр двигателя.

Для маятника $H_0(\mathbf{x}_1, \xi) = p^2/2 + \xi_1(1 - \cos q)$ – гамильтониан свободной системы (полная механическая энергия), $H_1(\mathbf{x}_1, \xi) = -\xi_2 q$ – гамильтониан взаимодействия. Очевидно, что неизвестные параметры входят в слагаемые гамильтониана линейно, поэтому предположение 1 выполняется.

ЦУ: ограниченность всех траекторий замкнутой системы и возбуждение в гамильтоновой подсистеме колебаний с заданным уровнем энергии H_* (3.4).

Дополнительной целью управления является идентификация параметров маятника (3.22).

Применим обе предложенные методики к синтезу управления.

3.4.2. Первый подход

Проведем синтез алгоритма управления методом скоростного биградиента с настраиваемой моделью.

Этап 1. Введем желаемое многообразие $x_2 = x_{2virt}$, где x_{2virt} – виртуальное управление маятником, и отклонение от многообразия в форме (3.5)

$$\sigma = x_2 - x_{2virt}. \quad (3.40)$$

Синтезируем «идеальное» виртуальное управление вида (3.7) с компенсацией момента трения

$$x_{2virt}^* = -\gamma_x \left((H_0(\mathbf{x}_1, \xi) - H_*) p \right) + \frac{\xi_3}{\xi_2} p. \quad (3.41)$$

Введение в (3.41) слагаемого $\frac{\xi_3}{\xi_2} p$ позволяет применять для диссипативной системы (3.38) алгоритмы управления консервативными системами.

Проверим выполнение условия достижимости D1 вида (3.8)

$$\begin{aligned} w(\mathbf{x}_1, \xi, 0) &= (H_0 - H_*) \left(\frac{\partial H_0}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial H_0}{\partial p} \dot{p} \right) = \\ &= (H_0 - H_*) p \left(-\xi_3 p + \xi_2 x_{2virt}^* \right) = -\gamma_x (H_0 - H_*)^2 \xi_2 p^2 \leq \rho_Q(Q). \end{aligned}$$

Условие достижимости D1 выполнено.

Этап 2. Так как неизвестные параметры входят только во второе уравнение системы (3.38), размерность НМ (3.23) может быть уменьшена согласно замечанию 1.

$$\dot{p}_* = v. \quad (3.42)$$

Введем ЦФ вида (3.25)

$$Q_e(e) = 0,5e^2, \quad (3.43)$$

где $e = p - p_*$.

Этап 2.1. Выберем «идеальное» управление НМ (3.42) вида (3.27)

$$v_* = -\alpha_* e - \xi_1 \sin q - \xi_3 p + \xi_2 x_2, \quad \alpha_* < 0. \quad (3.44)$$

Проверим условие достижимости D1 для ЦФ (3.43)

$$\begin{aligned} w_e(\mathbf{x}_1, x_2, \xi) &= e \left(-\xi_1 \sin q - \xi_3 p + \xi_2 x_2 - (-\alpha_* e - \xi_1 \sin q - \xi_3 p + \xi_2 x_2) \right) = \\ &= \alpha_* e^2 \leq -\rho_e Q_e, \end{aligned}$$

где $\rho_e = -2\alpha_*$.

Этап 2.2. Заменяем в (3.44) и неизвестные параметры ξ настраиваемыми $\hat{\xi}$

$$v = -\alpha_* e - \hat{\xi}_1 \sin q - \hat{\xi}_3 p + \hat{\xi}_2 x_2. \quad (3.45)$$

Выберем алгоритм адаптации неизвестных параметров в форме (3.30). Вычисляя последовательно $w_e(\mathbf{x}_1, x_2, \hat{\xi})$ и градиенты от $w_e(\mathbf{x}_1, x_2, \hat{\xi})$ по настраиваемым параметрам, получаем алгоритмы адаптации:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\xi}}_1 &= -\gamma_1 e \sin q, \\ \dot{\hat{\xi}}_2 &= \gamma_2 e x_2, \\ \dot{\hat{\xi}}_3 &= -\gamma_3 e p,\end{aligned}\tag{3.46}$$

где $\gamma_k > 0, k = 1..3$.

Используя получаемые в ходе адаптации оценки параметров для формирования виртуального управления, получим выражение для виртуального управления вида (3.31)

$$x_{2\text{virt}} = -\gamma_x \left(\left(H_0(\mathbf{x}_1, \hat{\xi}) - H_* \right) p \right) + \frac{\hat{\xi}_3}{\hat{\xi}_2} p.\tag{3.47}$$

Введем ограничение на контур адаптации $\hat{\xi}_2(t) > \xi_{20}, \xi_{20} > 0$ – минимально возможное значение параметра ξ_2 для конкретного объекта.

Этап 3. Введем ЦФ вида (3.34)

$$R(\sigma) = 0,5\sigma^2.\tag{3.48}$$

Управление, гарантирующее достижение ЦУ (3.33), выбирается в форме (3.32)

$$u = -\gamma_m \sigma,\tag{3.49}$$

или

$$u = -\gamma_m \text{sign } \sigma.\tag{3.50}$$

Как видно из (3.48) и (3.49), управление не зависит от параметров привода.

Для придания системе идентифицирующих свойств, эталонный уровень энергии выбран в виде гармонической функции $H_*(t) = 0,1(1 + \sin 10t)$.

Результаты натуральных испытаний системы (3.38), (3.39), (3.40), (3.42), (3.45), (3.46), (3.47), (3.50) представлены на рис. 3.6-3.8. Значения параметров, полученных в ходе настройки контуром адаптации, с точностью до 10% совпадают со значениями, полученными в ходе физических измерений и идентификации по анализу отклика на задающие воздействия [50]. В системе возникают колебания с заданным законом изменения энергии.

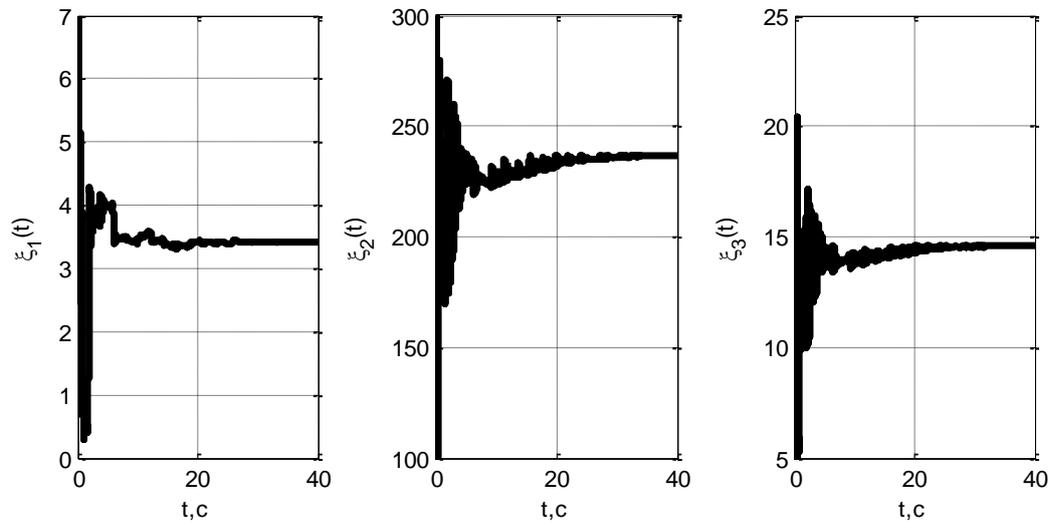


Рис. 3.6. Настройка параметров маятника

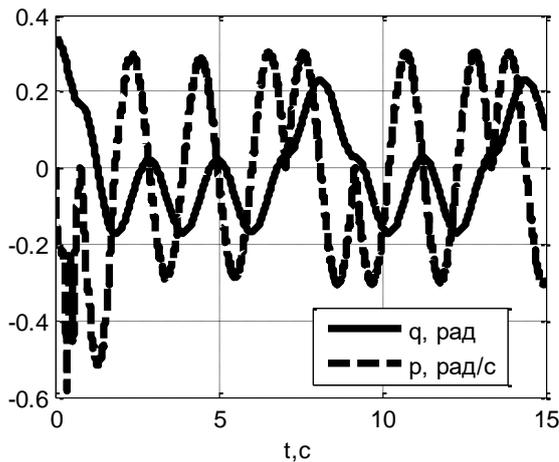


Рис. 3.7. Фазовые координаты маятника

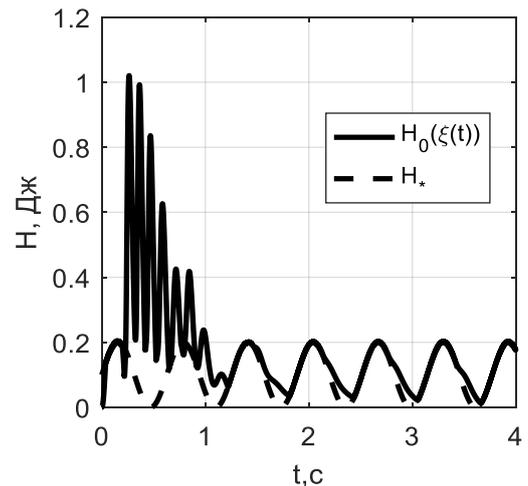


Рис. 3.8. Энергия маятника

3.4.3. Второй подход.

Проведем синтез алгоритма управления методом скоростного биградиента с эталонной моделью.

Введем ЭМ выходного каскада вида (3.35) без момента трения

$$\begin{aligned}\dot{q}^* &= p^*, \\ \dot{p}^* &= -\xi_{1d} \sin q^* + \xi_{2d} x_{2d},\end{aligned}\quad (3.51)$$

где $\xi_d = [\xi_{1d} \quad \xi_{2d}]^T$ – вектор параметров ЭМ, $H_d = H_{0d} + H_{1d} x_{2d}$ – гамильтониан эталонной модели, $H_{id} = H_i, i = 0, 1$ при $\xi = \xi_d$, ξ – вектор параметров ОУ (3.38), $x_{2d} = -\gamma_d (H_{0d} - H_*) p^*$ – закон управления вида (3.36), обеспечивающий достижение эталонной моделью заданного уровня энергии,

$$H_{0d} = \frac{(p^*)^2}{2} + \xi_{1d} (1 - \cos q^*).$$

Этап 1. Введем отклонение от многообразия в форме (3.40)

Введем ЦФ (2.5) с $\mathbf{e}_1 = [e \quad \dot{e}]^T$, где $e = q - q^*$, и модель ошибки вида (2.6).

Выберем «идеальное» виртуальное управление в форме модального регулятора с компенсацией нелинейности

$$x_{2virt}^* = \frac{1}{\xi_2} (\xi_1 \sin q + \xi_3 p + \dot{p}^* + \alpha_1 e + \alpha_2 \dot{e}), \quad (3.52)$$

где $\alpha_1, \alpha_2 < 0$.

Подставляя (3.52) в уравнение ошибки, получим $\ddot{e} = \alpha_1 \dot{e} + \alpha_2 \ddot{e}$. Следовательно, условие достижимости D1 выполнено.

Параметризуя (3.52), получим выражение вида (2.9) с

$$\boldsymbol{\theta}_* = [\theta_{1*} \quad \theta_{2*} \quad \theta_{3*}]^T, \quad \text{где} \quad \theta_{1*} = \frac{\xi_1}{\xi_2}, \quad \theta_{3*} = \frac{\xi_3}{\xi_2}, \quad \theta_{2*} = \frac{1}{\xi_2},$$

$\Phi = [\sin q \quad \dot{p}^* + \alpha_1 e + \alpha_2 \dot{e} \quad p]^T$, или в скалярной форме

$$x_{2virt}^* = \theta_{1*} \sin q + \theta_{3*} p + \theta_{2*} (\dot{p}^* + \alpha_1 e + \alpha_2 \dot{e}). \quad (3.53)$$

Этап 2. Заменяя неизвестные параметры настраиваемыми, получим выражение для виртуального управления вида (2.10) с вектором $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$

$$x_{2virt} = \theta_1 \sin q + \theta_3 p + \theta_2 (\dot{p}^* + \alpha_1 e + \alpha_2 \dot{e}). \quad (3.54)$$

Для синтеза контура адаптации вычислим производную ЦФ $Q(\mathbf{e}_1)$

$$w = \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{e}}_1, \quad (3.55)$$

где $\dot{\mathbf{e}}_1 = \begin{bmatrix} p - p^* & -\xi_1 \sin q - \xi_3 p + \xi_2 (\theta_1 \sin q + \theta_3 p + \theta_2 (\dot{p}^* + \alpha_1 e + \alpha_2 \dot{e})) - \dot{p}^* \end{bmatrix}^T$.

Вычисляя градиенты от (3.55) по настраиваемым параметрам, получаем алгоритмы адаптации вида (2.11):

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= -\gamma_1 \xi_2 \dot{e} \sin q, \\ \dot{\theta}_2 &= -\gamma_2 \xi_2 \dot{e} (\dot{p}^* + \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2), \\ \dot{\theta}_3 &= -\gamma_3 \xi_2 \dot{e} p. \end{aligned} \quad (3.56)$$

где $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 > 0$.

Как видно из (3.56), в контур адаптации входят неизвестные параметры. Воспользовавшись замечанием 2.1, заменим в (2.11) вектор $\mathbf{g}_1(q, p, \xi) = [0 \ \xi_2]^T$ на вектор $\mathbf{g}_1(q, p) = [0 \ 1]^T$, обеспечивающий настройку параметров в том же направлении. Окончательно получаем алгоритм адаптации

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= -\gamma_1 \dot{e} \sin q, \\ \dot{\theta}_2 &= -\gamma_2 \dot{e} (\dot{p}^* + \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2), \\ \dot{\theta}_3 &= -\gamma_3 \dot{e} p. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Этап 3. Используя законы управления (2.15) в форме (2.16) или (2.17) с учетом замечания 2.2, получения алгоритмы управления (3.49), (3.50).

Результаты натурных испытаний системы (3.38), (3.39), (3.51), (3.54), (3.57), (3.49), (3.40) представлены на рис. 3.9-3.13. В качестве номинальных параметров ЭМ (3.51) выберем приближенные установившиеся значения настраиваемых параметров, полученные при применении первого

подхода к синтезу (рис. 3.6): $\xi_{1d} = 4$, $\xi_{2d} = 240$. Для удобства оценки отклонения гамильтониана маятника от заданного значения и с целью сохранения алгоритмом идентифицирующих свойств зададим желаемый гамильтониан в виде функции $H_*(t) = 2(1 + e^{-0,05t} \sin 10t)$. Установившиеся значения настраиваемых параметров из рис. 3.9: $\theta_{1\infty} = 0,015$, $\theta_{2\infty} = 0,0043$, $\theta_{3\infty} = 0,062$. Воспользовавшись формулами перехода от параметров регулятора к параметрам ОУ (3.38), получим: $k_2 = \frac{1}{\theta_{2\infty}} = 235$, $k_1 = k_2 \theta_{1\infty} = 3,4$, $k_3 = k_2 \theta_{3\infty} = 14,5$. Полученные значения параметров маятника практически совпадают с установившимися значениями настраиваемых параметров замкнутой системы с синтезированным по первому подходу управлением (рис. 3.6).

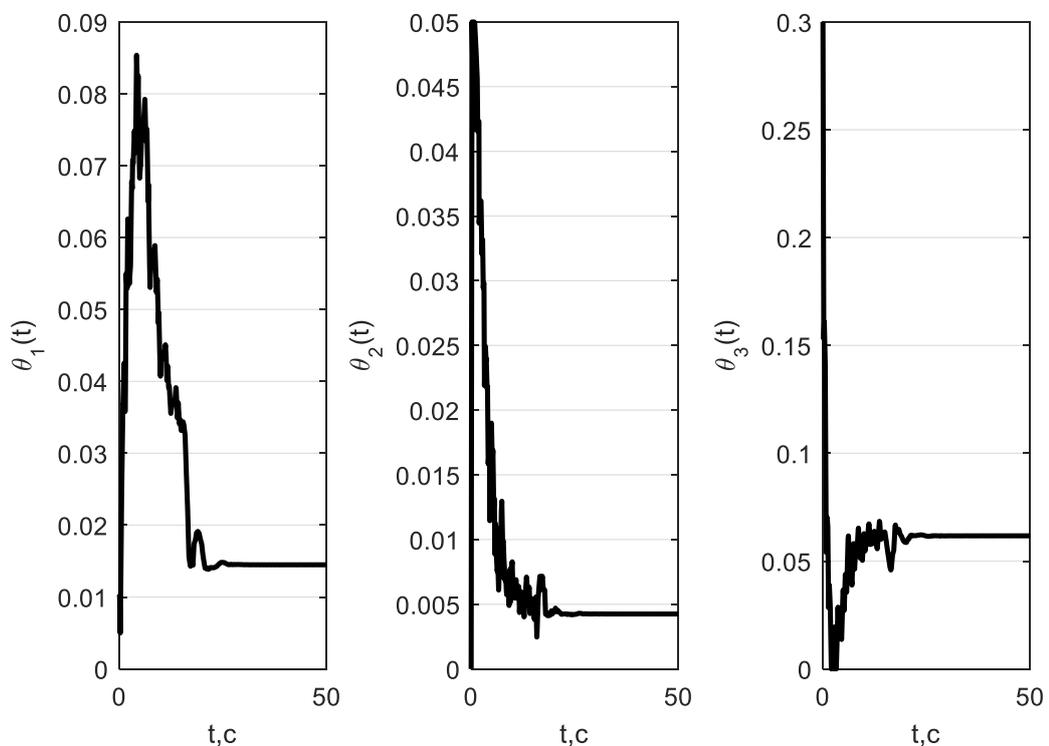


Рис. 3.9. Настройка параметров маятника

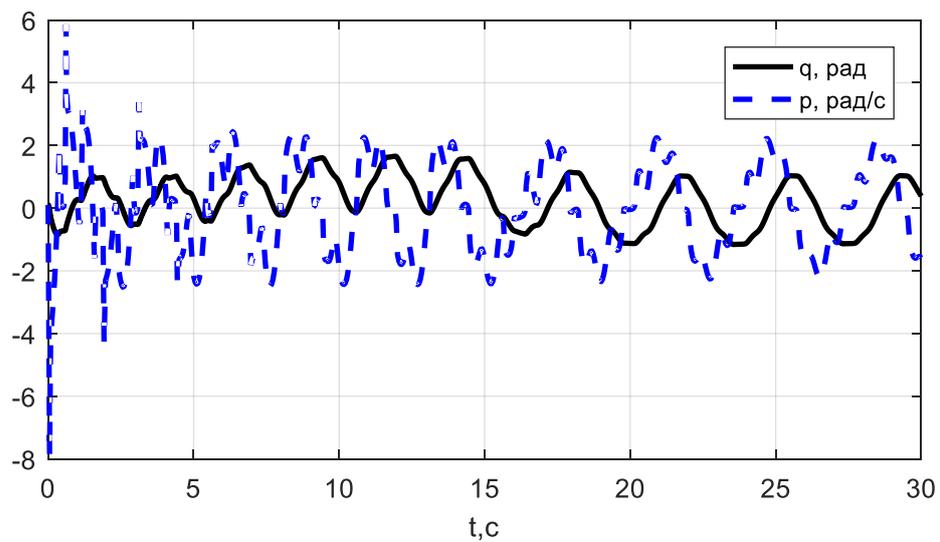


Рис. 3.10. Фазовые координаты маятника

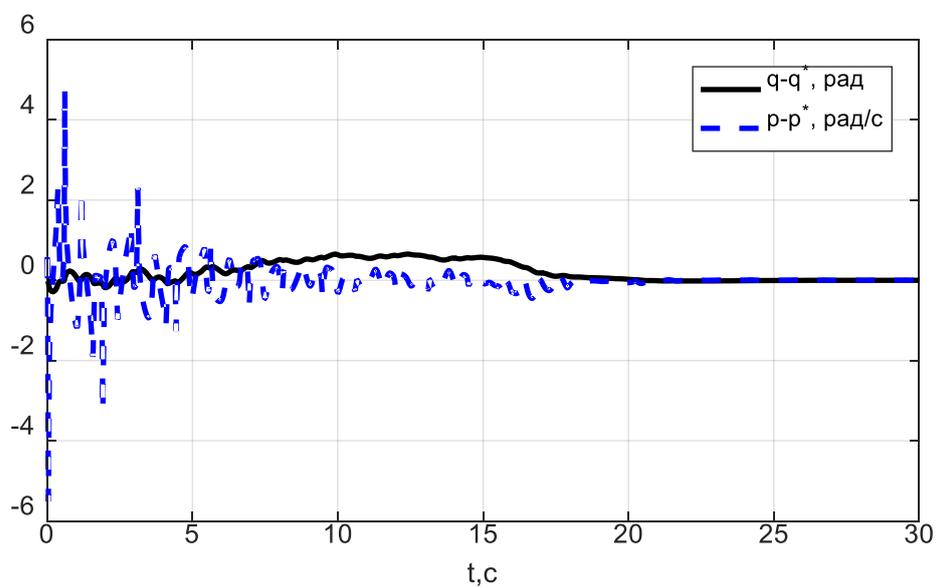


Рис. 3.11. Ошибки слежения за траекторией эталонной модели

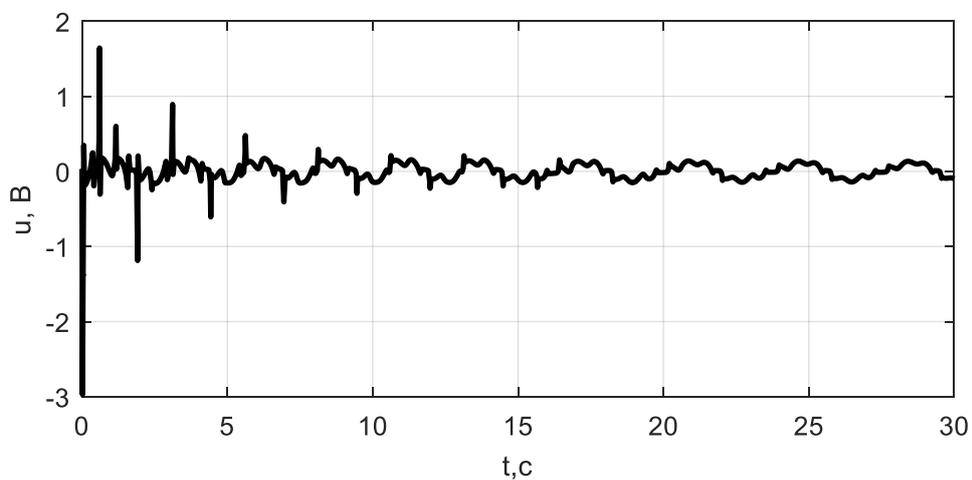


Рис. 3.12. Управление

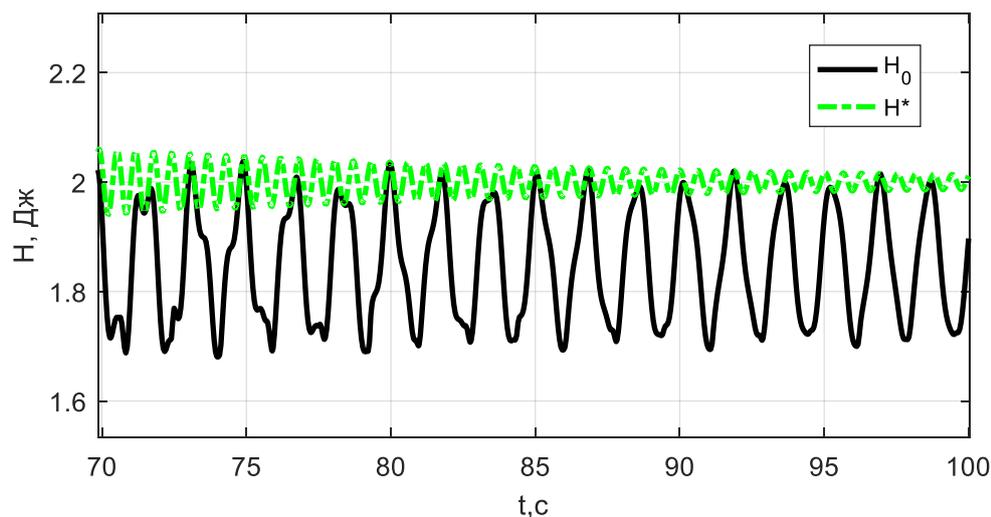


Рис. 3.13. Гамильтониан маятника и желаемый гамильтониан

Как видно из рис. 3.11, ЦУ (2.4) достигнута, т.е. ошибки слежения за траекторией ЭМ стремятся к нулю. Однако, основная ЦУ (3.4) достигается с большой погрешностью, вызванной отклонением номинальных параметров ЭМ от параметра ОУ. Из рис. 3.13 видно, что среднее значение гамильтониана маятника отличается от установившегося значения эталонного гамильтониана примерно на 8%.

Выводы и основные результаты по главе 3

В главе 3 показано применение МСБГ для синтеза адаптивных алгоритмов управления колебаниями гамильтоновых систем с приводом.

Разработана методика адаптивного управления колебаниями нелинейных двухкаскадных систем с зависящей от параметров выходного каскада энергетической целевой функцией. Предложено два подхода для решения поставленной задачи. Первый подход – модификация МСБГ путем введения на втором этапе синтеза настраиваемой модели конечного каскада для адаптации параметров виртуального управления. Второй подход – модификация энергетической целевой функции посредством сведения задачи возбуждения колебаний к задаче слежения за ЭМ с заданным уровнем энергии.

В отличие от алгоритмов класса скоростного градиента (А.Л. Фрадков) обеспечивается желаемая динамика по части переменных состояния объекта управления (конечного каскада), что уменьшает размерность контура адаптации. В отличие от энергетического подхода (M. W. Spong и др.), учитывается динамика привода и проводится адаптация параметров. В отличие от МСБГ (Ю.И. Мышляев), модифицированная методика позволяет синтезировать алгоритмы управления для целевых функций, зависящих от настраиваемых параметров. В отличие от методики адаптивного управления нелинейными каскадными системами Д.В. Ефимова, для обхода входного каскада используется алгоритм скоростного градиента в конечной форме, а не бэкстеппинг, что приводит к уменьшению сложности как процедуры синтеза алгоритма управления, так и его реализации.

Предложенная методика может применяться для синтеза алгоритмов управления электромеханическими системами, а также для класса объектов и задач с целевой функцией, зависящей от неизвестных параметров, например, при синтезе алгоритмов управления на основе метода линейных эквивалентов в случае зависимости нелинейного преобразования координат от неизвестных параметров.

Показано применение предложенной методики для управления диссипативными системами на примере лабораторного стенда «Мотор-маятника». Для учета момента трения в алгоритм управления вводилось компенсирующее слагаемое с настраиваемым коэффициентом трения. В системе возбуждались колебания, выполнялась идентификация параметров механической подсистемы. Синтезированный алгоритм обладает свойством робастности по отношению к параметрам исполнительного устройства.

Глава 4. Адаптивное управление колебаниями электромеханических систем

В зависимости от объекта и цели управления можно выбрать подходящий подход к синтезу алгоритмов управления колебаниями. Например, для адаптивного управления колебаниями механических систем, таких как перевернутый маятник на тележке [9, 15, 16, 17] или маятник с маховичным управлением удобно и эффективно использовать энергетический подход. Для определения угловой скорости вибрационного гироскопа, напротив, целесообразно возбуждать вынужденные колебания [2, 4, 7, 8].

4.1. Управление колебаниями маятника с маховиком

Рассмотрим применение энергетического подхода для стабилизации маятника с маховиком (рис. 4.1), управляемого приводом, в условиях параметрической неопределенности.

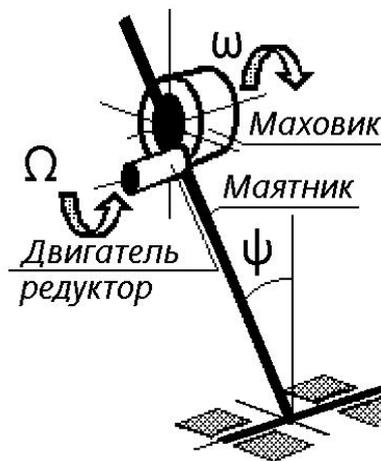


Рис. 4.1. Изображение маятниковой установки [37]

4.1.1. Постановка задачи

$$\text{ОУ [37]:} \quad \begin{cases} J \chi \ddot{\psi} + (J_r + \chi J_m) \dot{\omega} = (Mb + mh) g \chi \sin \psi, \\ (J_r + \chi J_m) \chi \ddot{\psi} + (J_r + \chi^2 J_m) \dot{\omega} = \chi T, \end{cases} \quad (4.1)$$

где ψ – угол крена маятника; ω – скорость вращения маховика относительно маятника; J_m – момент инерции маховика относительно его главной оси; M, m – массы маятника и двигателя; J_r – момент инерции ротора электродвигателя; $J = J_v + J_r + J_m + mh^2$ – полный момент инерции системы маятник – маховик – двигатель, J_v – момент инерции маятника относительно его оси вращения; g – ускорение свободного падения; b, h – расстояния от оси вращения до центров масс маятника и маховика (с ротором двигателя); T – момент электромагнитных сил; χ – коэффициент редукции.

Модель двигателя по электромагнитному моменту:

$$\dot{T} = -\tau T + \tau(c_1 u - c_2 \omega \chi^{-1}), \quad (4.2)$$

где τ – электромагнитная постоянная времени; u – напряжение цепи якоря, c_1, c_2 – константы. Вертикальному (неустойчивому) положению равновесия маятника соответствует значение $\psi^* = \pm 2\pi n, n = 0, 1, \dots$

ЦУ: ограниченность всех траекторий замкнутой системы, и стабилизация маятника в верхнем неустойчивом положении равновесия

$$\psi(t) \rightarrow \psi^* \text{ при } t \rightarrow \infty \quad (4.3)$$

Предполагается, что параметры системы (4.1), (4.2), за исключением констант c_1, c_2 , неизвестны.

4.1.2. Синтез алгоритма управления

Представим модель маятника с маховиком и приводом в каскадной форме с выделением входного и выходного каскадов:

$$S_1 : \ddot{\psi} = -\xi_1 \sin \psi + \xi_2 T \quad (4.4)$$

$$S_2 : \begin{cases} \dot{T} = -\tau T + \tau(c_1 u - c_2 \omega \chi^{-1}), \\ \dot{\omega} = \xi_3 \sin \psi + \xi_4 T, \end{cases} \quad (4.5)$$

где

$$\xi_1 = -\frac{(Mb + mh)g}{\xi_0}, \quad \xi_2 = -\frac{(J_r + \chi J_m)}{\xi_0(J_r + \chi^2 J_m)}, \quad \xi_3 = \frac{\xi_1(J_r + \chi J_m)\chi}{J_r + \chi^2 J_m},$$

$$\xi_4 = \frac{(1 - (J_r + \chi J_m)\xi_2)\chi}{J_r + \chi^2 J_m}, \quad \xi_0 = J - \frac{(J_r + \chi J_m)^2}{J_r + \chi^2 J_m}.$$

Запишем управление в виде $u = v + \tilde{u}$ и зададим аддитивную составляющую в виде

$$\tilde{u} = c_1^{-1} c_2 \omega \chi^{-1}. \quad (4.6)$$

Тогда входной каскад описывается системой

$$S_2 : \begin{cases} \dot{T} = -\tau T + \tau c_1 v, \\ \dot{\omega} = \xi_3 \sin \psi + \xi_4 T \end{cases} \quad (4.7)$$

с внутренней динамикой по угловой скорости вращения маховика (ω), не влияющей на выход (T) входного каскада. Поэтому при синтезе будем использовать только первое уравнение системы (4.7), а к вопросу ограниченности фазовой переменной ω вернёмся позднее.

Отметим, что в данном примере к входному каскаду отнесена не вся механическая система, а только приведенная динамика маятника, т.к. ЦУ зависит от углового положения маятника.

Этап 1. Синтез «идеального» виртуального управления.

Синтезируем алгоритм идеального «виртуального» управления T_{virt}^* конечным каскадом с переменной структуры. На этапе разгона маятника из любой точки начальных условий, за исключением $\psi(0) = \pm \pi n, n = 0, 1, \dots, \dot{\psi}(0) = 0$, используем алгоритм управления, синтезированный методом скоростного градиента с энергетической целевой функцией. Данный алгоритм обеспечивает раскачивание маятника с минимальными энергетическими затратами. На этапе стабилизации выберем ПД-регулятор с компенсацией нелинейности. Переключение структур осуществляется в окрестности точки неустойчивого равновесия.

Для синтеза «идеального» виртуального управления на этапе возбуждения колебаний используем энергетический подход. Гамильтониан выходного каскада (свободного маятника) имеет вид

$$H_0(\mathbf{x}_1, \xi_1) = \dot{\psi}^2 / 2 + \xi_1(1 - \cos \psi), \quad (4.8)$$

где $\mathbf{x}_1 = (\psi \ \dot{\psi})^T$ – фазовые переменные. Для желаемого верхнего положения $H_* = 0$.

Используя ЦФ (3.3) и закон управления (3.7), получаем с учетом $\xi_2 < 0$ для верхнего положения маятника

$$T_{virt}^*(\mathbf{x}_1, \xi) = \gamma_x H_0(\mathbf{x}_1, \xi_1) \dot{\psi}. \quad (4.9)$$

Для синтеза «идеального» виртуального управления, соответствующего режиму стабилизации маятника в неустойчивой точке равновесия, введём целевую функцию для конечного каскада в виде

$$Q_\psi = 0,5 \mathbf{x}_1^T \mathbf{H} \mathbf{x}_1, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}^T > 0. \quad (4.10)$$

Алгоритм «идеального» виртуального управления выберем в виде ПД-регулятора с компенсацией нелинейности

$$T_{virt}^*(\mathbf{x}_1, \xi) = \xi_2^{-1} (\xi_1 \sin \psi - k_0 \tilde{\psi} - k_1 \dot{\psi}), \quad (4.11)$$

где $\tilde{\psi}$ – угловое расстояние от текущего положения до верхнего положения, $k_0 > 0, k_1 > 0$.

Найдём производную по времени от функционала Q_ψ в силу траектории выходного каскада (4.4) с виртуальным управлением (4.11)

$$w(\mathbf{x}_1) = \dot{Q}_\psi = \mathbf{x}_1^T \mathbf{H} \mathbf{A}_* \mathbf{x}_1 \leq -\rho Q_\psi,$$

где $\mathbf{A}_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -k_0 & -k_1 \end{pmatrix}$ – гурвицевая матрица, удовлетворяющая уравнениям

$$\text{Ляпунова} \quad \mathbf{H} \mathbf{A}_* + \mathbf{A}_*^T \mathbf{H} = -\mathbf{G}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{G}^T > 0, \quad \rho = \lambda_{\min}(\mathbf{G}) / \lambda_{\max}(\mathbf{H}).$$

Следовательно, условие достижимости выполнено.

Для объединения достоинств обоих подходов будем использовать комбинированный алгоритм с порогом переключения $\varepsilon_1 = 0.01$ рад и $\varepsilon_2 = 0.01$ рад/сек:

$$T_{virt}(\mathbf{x}_1, \xi) = \begin{cases} \gamma_0 H_0(\mathbf{x}_1, \xi_1) \dot{\psi}, & \tilde{\psi} > \varepsilon_1 \text{ или } \dot{\psi} > \varepsilon_2, \\ \xi_2^{-1} (\xi_1 \sin \psi - k_0 \tilde{\psi} - k_1 \dot{\psi}), & \tilde{\psi} < \varepsilon_1 \text{ и } \dot{\psi} < \varepsilon_2. \end{cases} \quad (4.12)$$

Этап 2. Синтез контура адаптации.

В (4.12) заменим неизвестные параметры ОУ настраиваемыми и синтезируем контур адаптации. Т.к. функционал Q_H явно зависит от неизвестных параметров выходного каскада ξ , воспользуемся идеей настраиваемой модели, обеспечивая идентифицируемость параметров конечного каскада.

Введем НМ выходного каскада (4.4.) вида (3.23)

$$\dot{x}_{1*} = v. \quad (4.13)$$

Отметим, что размерность НМ меньше размерности выходного каскада, т.к. неизвестные параметры входят только в уравнение производной второй фазовой координаты (замечание 3.1).

Зададим целевую функцию вида (3.25) $Q_e = 0,5e^2$, где $e = \dot{\psi} - x_*$ и рассмотрим задачу синтеза входного воздействия v для настраиваемой модели (4.13), обеспечивающего достижение ЦУ (3.24) в условиях неопределённости параметров выходного каскада.

Введя модель ошибки вида (3.26) $\dot{e} = -\xi_1 \sin \psi + \xi_2 T - v$, получаем закон управления НМ вида (3.28)

$$v = \alpha_* e - \hat{\xi}_1 \sin \psi + \hat{\xi}_2 T, \quad (4.14)$$

обеспечивающий выполнение условия достижимости D1. Алгоритм адаптации в форме (3.30) имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\xi}}_1 = -\gamma_1 e \sin \psi, \\ \dot{\hat{\xi}}_2 = \gamma_2 e T, \quad \gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0. \end{cases} \quad (4.15)$$

Матрица сенсоров $\Phi = [-\sin \psi \quad T]$ является интегрально-невырожденной [28], поэтому условие идентифицируемости выполнено.

Этап 3. Синтез алгоритма управления.

Сформируем выражения для многообразия гиперповерхностей $\sigma(t) \equiv 0$ в виде

$$\sigma = T - T_{virt}, \quad (4.16)$$

где

$$T_{virt}(\mathbf{x}_1, \hat{\xi}) = \begin{cases} \gamma_0 H_0(\mathbf{x}_1, \hat{\xi}_1) \dot{\psi}, & \tilde{\psi} > \varepsilon_1 \text{ или } \dot{\psi} > \varepsilon_2, \\ \hat{\xi}_2^{-1}(\hat{\xi}_1 \sin \psi - k_0 \tilde{\psi} - k_1 \dot{\psi}), & \tilde{\psi} < \varepsilon_1 \text{ и } \dot{\psi} < \varepsilon_2. \end{cases} \quad (4.17)$$

Выбирая гладкие и релейные законы управления и учитывая условие $\tau c_1 > 0$, получаем семейство гладких (3.13) $u = -\gamma_m \sigma$ или релейных (3.14) алгоритмов $u = -\gamma_m \text{sign} \sigma$ с настраиваемыми многообразиями $\sigma = T - \gamma_0 H_0(x_1, \hat{\xi}_1) \dot{\psi}$ и $\sigma = T - \hat{\xi}_2^{-1}(\hat{\xi}_1 \sin \psi - k_0(\psi \bmod 2\pi) - k_1 \dot{\psi})$ при использовании для синтеза целевых функционалов Q_H и Q_ψ соответственно.

С учетом аддитивной составляющей (3.6) алгоритмы управления имеют вид

$$u = -\gamma_m \sigma + c_1^{-1} c_2 \omega \chi^{-1} \quad (4.18)$$

или

$$u = -\gamma_m \text{sign} \sigma + c_1^{-1} c_2 \omega \chi^{-1}. \quad (4.19)$$

4.1.3. Результаты моделирования

Результаты моделирования замкнутой системы (4.4), (4.5), (4.8), (4.13)-(4.18) представлены на рис. 4.2-4.9.

Параметры объекта:

$$\begin{aligned} M &= 1 \text{ кг}; \quad m = 3 \text{ кг}; \quad b = 0,1 \text{ м}; \quad h = 0,13 \text{ м}; \quad J = 0,12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad J_m = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\ J_r &= 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad J_v = 3,92 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad \chi = 0,1; \quad c_1 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{В}; \\ c_2 &= 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}, \quad \tau = 0,01 \text{ с} \end{aligned}$$

Начальные условия: $q(0) = \pi$ рад, $p(0) = 0,2$ рад/с, $\omega(0) = 0$ рад/с, $T(0) = 0$ Нм.

Параметры регулятора: $\gamma_m = 300$, $\gamma_x = 6 \cdot 10^{-4}$, $\gamma_1 = 40$, $\gamma_2 = 1000$, $k_1 = 4$, $k_0 = 3$.

Момент переключения отмечен на рис. 4.2. прямоугольником. Как видно из рис. 4.2, 4.5 основная ЦУ (4.3) достигается. Все траектории системы ограничены. Из рис. 4.3 следует сходимость оценок параметров к их точным значениям. Система достигает заданного многообразия $\sigma(t) \equiv 0$ асимптотически, как можно видеть на рис. 4.8.

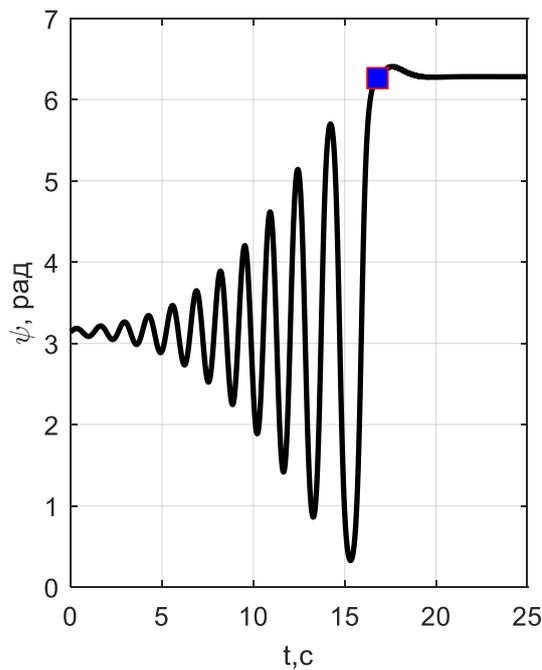


Рис. 4.2. Угол крена маятника

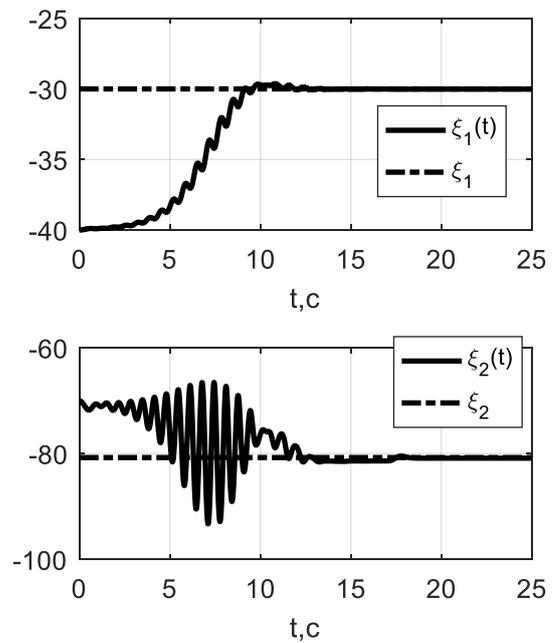


Рис. 4.3. Настройка параметров

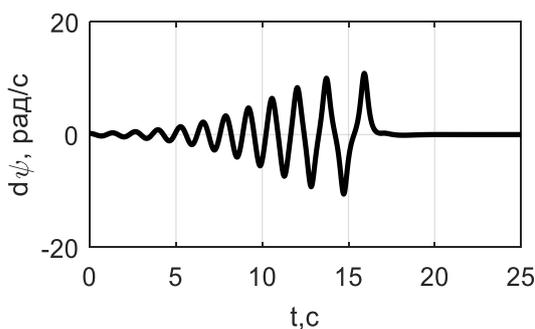


Рис. 4.4. Угловая скорость маятника

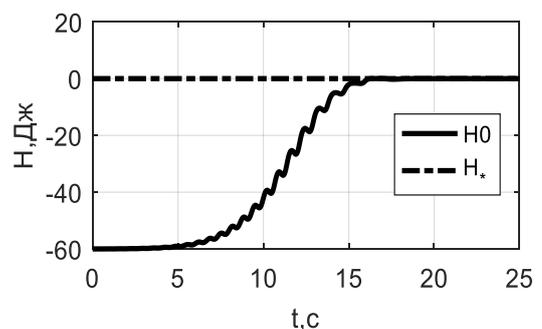


Рис. 4.5. Гамильтониан маятника

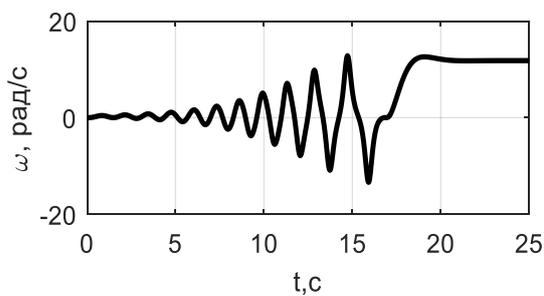


Рис. 4.6. Угловая скорость маховика

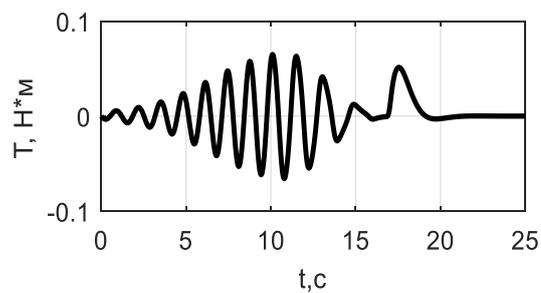


Рис. 4.7. Электромагнитный момент

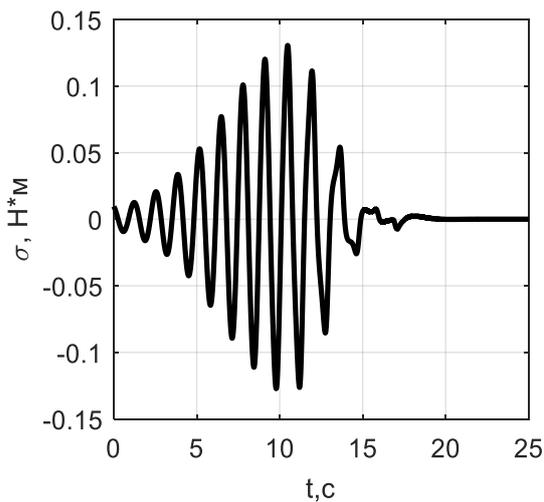


Рис. 4.8. Отклонение от многообразия

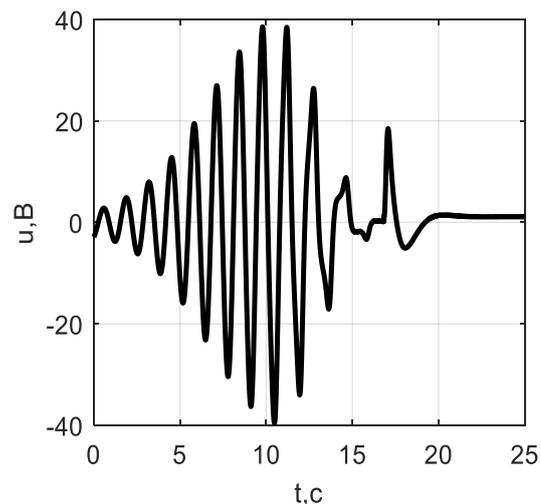


Рис. 4.9. Управление

Как отмечалось А.Л. Фрадковым [27], применение энергетического подхода позволяет достичь заданного уровня энергии при произвольно малом управляющем воздействии за счет подпора γ_x . Покажем на примере, как уменьшение γ_x в 3 раза снижает энергетические затраты и увеличивает время достижение цели управления. Результаты компьютерного моделирования при тех же параметрах объекта и алгоритма управления, за исключением γ_x , представлены на рис. 4.10-4.17.

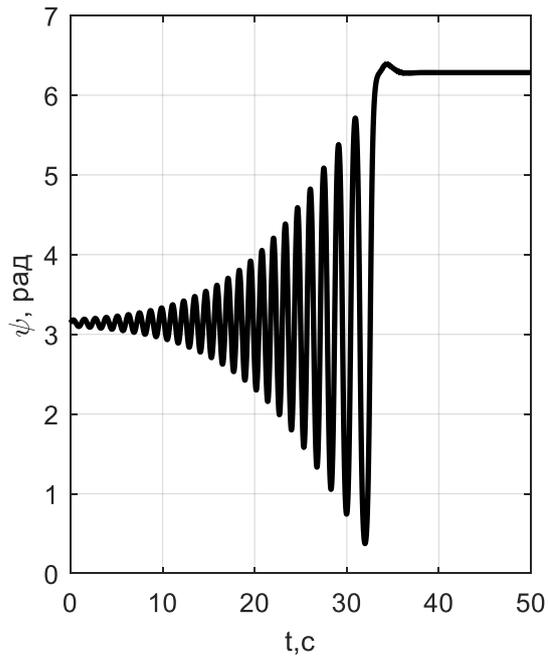


Рис. 4.10. Угол крена маятника

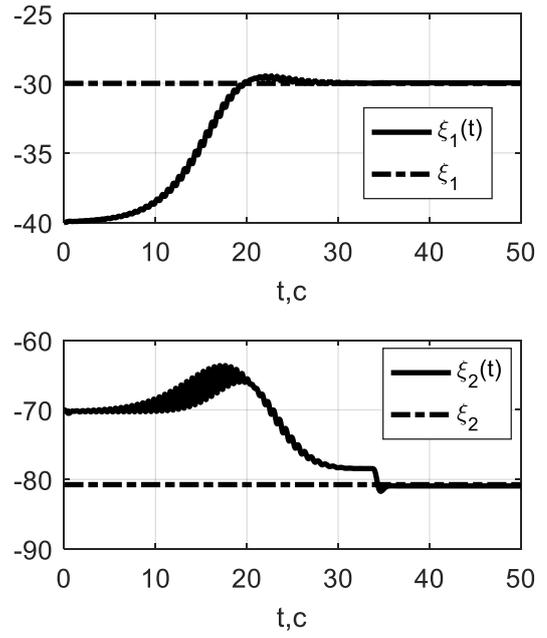


Рис. 4.11. Настройка параметров

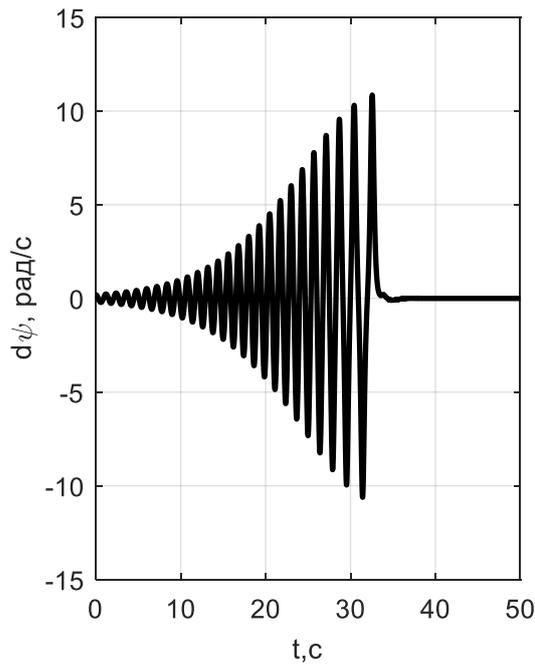


Рис. 4.12. Угловая скорость маятника

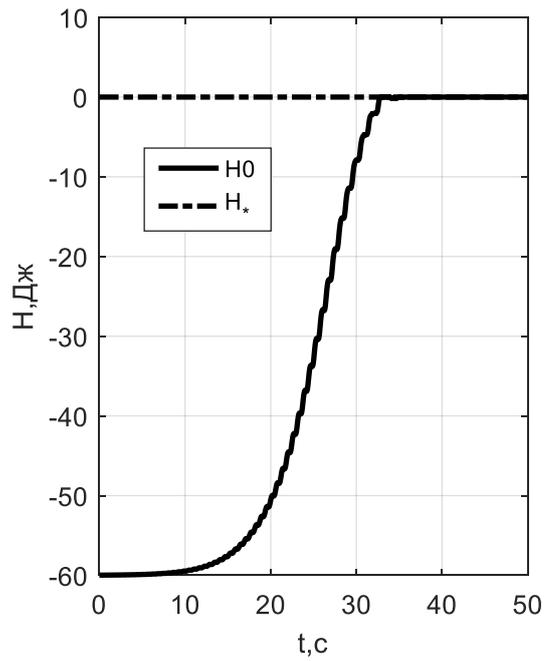


Рис. 4.13. Гамильтониан маятника

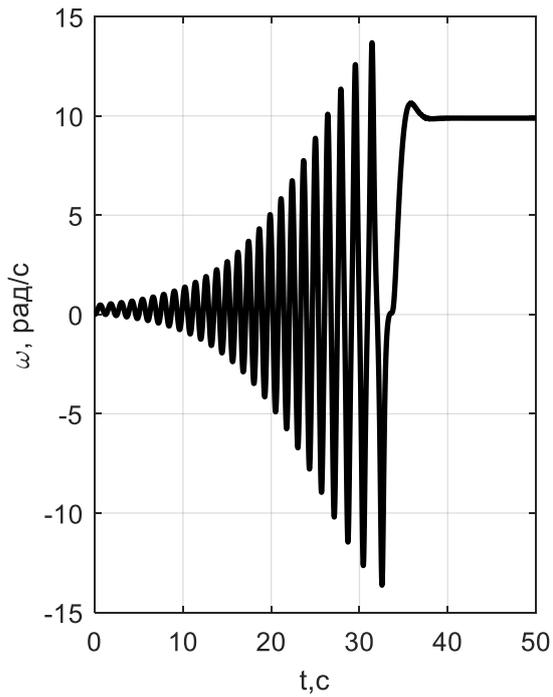


Рис. 4.14. Угловая скорость маховика

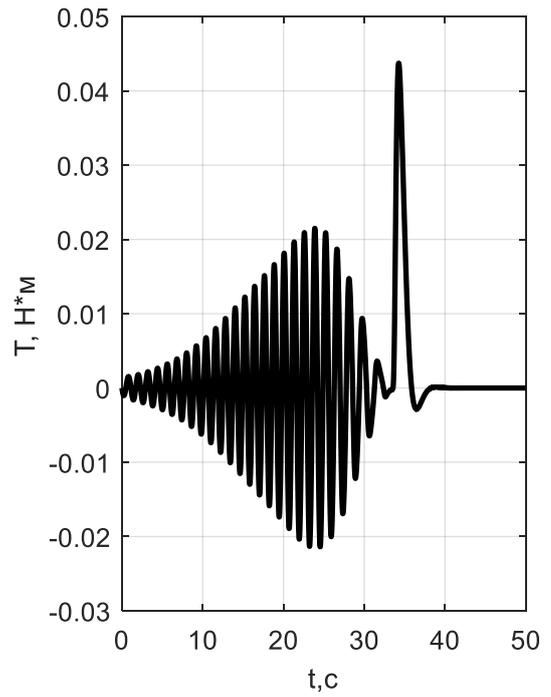


Рис. 4.15. Электромагнитный момент

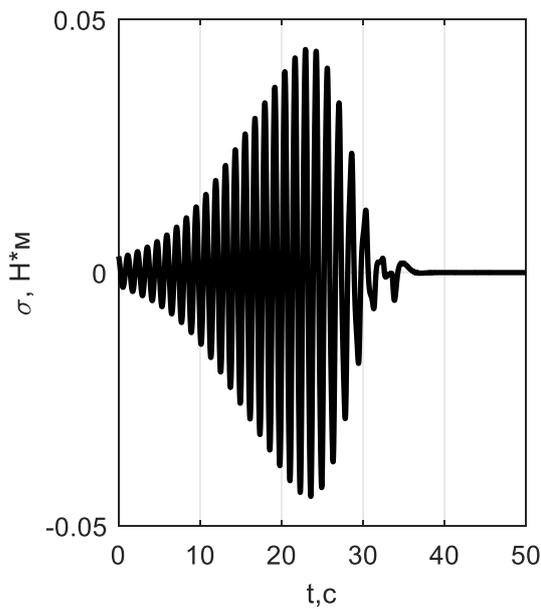


Рис. 4.16. Отклонение от
многообразия

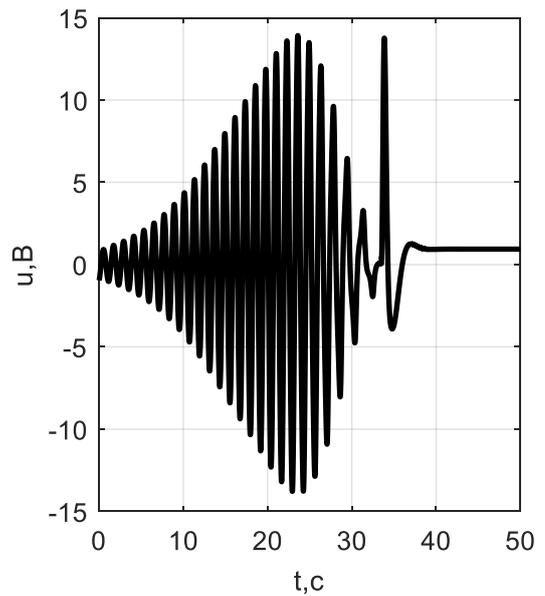


Рис. 4.17. Управление

Из сравнения соответствующих графиков углового положения, гамильтониана и отклонения от многообразия видно, что время достижения основной и дополнительной целей управления выросло более, чем в 2 раза.

Переменная амплитуда колебаний сигнала управления при уменьшении γ_x уменьшилась более, чем в 2 раза.

4.2. Управление вибрационным гироскопом

Рассмотрим задачу возбуждения вынужденных колебаний в вибрационном гироскопе (рис. 4.18) для оценки угловой скорости основания [2].

В последние годы широкое распространение получили микроэлектромеханические (МЭМС) гироскопы. Новейшие достижения в производстве МЭМС-гироскопов позволили размещать измерительную электронику, исполнительные устройства на одном чипе с механическими датчиками.

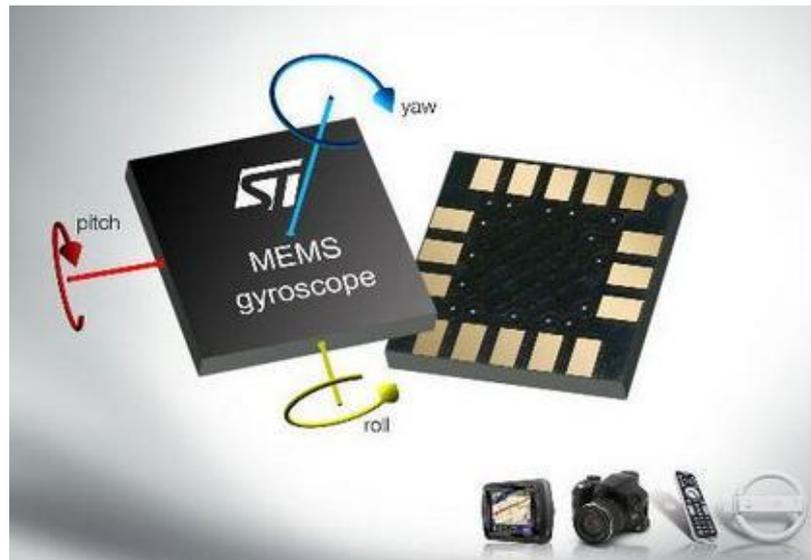


Рис. 4.18. Вид МЭМС-гироскопа и его применение [51]

Основной механический компонент гироскопа представляет собой чувствительную массу с двумя степенями свободы, способную вращаться в двух перпендикулярных направлениях на плоскости под действием упругих сил, сил трения и внешней вынуждающей силы (рис. 4.19). При этом в гироскопе происходит передача энергии от одной оси (оси приложения силы) к другой (ось измерения) через ускорение Кориолиса. Для определения угловой скорости вращения основания вибрационного гироскопа можно

использовать отношение амплитуды вынужденных гармонических колебаний по оси Ox (ось приложения силы) к амплитуде возбужденных под действием силы Кориолиса колебаний Oy (ось датчика) [57]. Однако в [54, 47, 48, 68] указано, что управление без обратной связи оказывается чувствительным к малым вариациям параметров системы, которые непременно возникают в технологическом цикле производства и эксплуатации МЭМС-гироскопов.

Для повышения точности определения угловой скорости в условиях параметрической неопределенности могут использоваться либо конструктивные методы (например, введение второй чувствительной массы [54]), либо алгоритмические методы, основанные на использовании принципа обратной связи. Например, в основе семейства методов уравнивающих (электростатических) сил (*force-balancing control*) лежит приложение управляющих электростатических сил на обе оси гироскопа.

Для развязки каналов в [52] используется энергетический подход. Входные управляющие воздействия выбираются с целью компенсации паразитных сил, а для синтеза контура адаптации перекрестных коэффициентов жесткости и демпфирования, входящих в управление, вводится эталонная модель гироскопа с развязанными каналами. Обоснование устойчивости и сходимости алгоритма приводится методом функций Ляпунова, где функция Ляпунова представляет собой сумму энергетической составляющей и невязки при оценке параметров.

Квазистационарную (по отношению к частотам вынужденных гармонических колебаний чувствительной массы) угловую скорость вращения основания вибрационного гироскопа, наряду с кососимметричными коэффициентами жесткости и демпфирования, можно рассматривать как неизвестный параметр, подлежащий адаптации. Входные управляющие воздействия на обе оси гироскопа выбираются исходя из достижения объектом управления – гироскопом – заданного качества. При этом в качестве критерия качества рассматривается отклонение фазовой траектории системы от заданного пересечения многообразий и вводится

соответствующая функция Ляпунова [53, 47, 48]. Движение по многообразию приводит к асимптотическому стремлению к нулю отклонения фазовых траекторий гироскопа и эталонной модели. Для возникновения устойчивого скользящего режима по заданному пересечению гиперповерхностей используется релейное управление. Однако использование релейного управления с достаточно большим коэффициентом усиления для достижения по сути вспомогательной цели управления (скользящего режима) может привести к неточному оцениванию угловой скорости из-за робастности релейного алгоритма управления по отношению к мультипликативным (параметрическим) возмущениям. Поэтому принципиальным вопросом в данном подходе является исследование идентифицирующих свойств алгоритма адаптации угловой скорости вращения основания гироскопа.

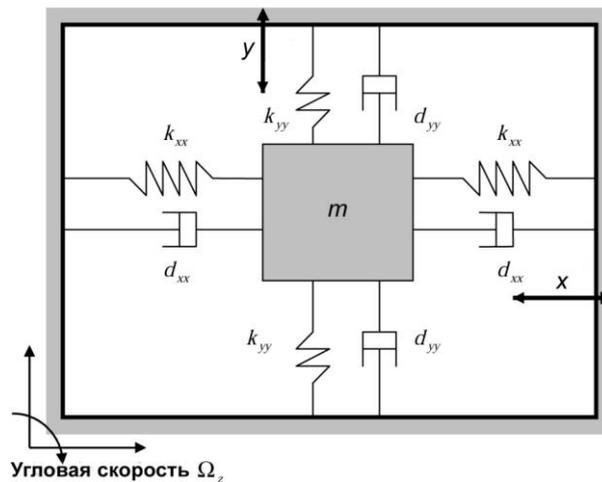


Рис. 4.19. Упрощенная модель одноосного вибрационного гироскопа [55]

4.2.1. Постановка задачи

Математическая модель одноосного вибрационного гироскопа имеет вид [52-47]

$$\text{ОУ:} \quad \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_b\mathbf{q} = \mathbf{u} - 2\boldsymbol{\Omega}\dot{\mathbf{q}}, \quad (4.20)$$

$$\text{где } \mathbf{q} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \mathbf{u} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}, \boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_z \\ \Omega_z & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{xx} & d_{xy} \\ d_{xy} & d_{yy} \end{pmatrix}, \mathbf{K}_b = \begin{pmatrix} \omega_x^2 & \omega_{xy} \\ \omega_{xy} & \omega_y^2 \end{pmatrix},$$

$$d_{xx} = m^{-1}d_{xx}^*, d_{xy} = m^{-1}d_{xy}^*, d_{yy} = m^{-1}d_{yy}^*, \omega_x = \sqrt{\frac{k_{xx}}{m}}, \omega_y = \sqrt{\frac{k_{yy}}{m}}, \omega_{xy} = \frac{k_{xy}}{m},$$

x, y – перемещение массы вдоль осей Bx, By , m – масса чувствительного элемента, k_{xx}, k_{xy}, k_{yy} – коэффициенты упругости подвеса, $d_{xx}^*, d_{xy}^*, d_{yy}^*$ – коэффициенты демпфирования подвеса, u_x, u_y – управляющие воздействия (внешние силы, действующие в направлении осей Bx, By соответственно), Ω_z – угловая скорость вращения основания вибрационного гироскопа.

В силу возможных погрешностей изготовления вибрационного гироскопа, например, геометрии самого чувствительного элемента и его подвеса, первичные и вторичные колебания могут оказывать взаимное влияние друг на друга. Кроме того, каждое из этих колебаний тем или иным образом связано с корпусом, что приводит к взаимному влиянию вибраций корпуса и чувствительного элемента. Таким образом, описанная выше модель оказывается чувствительной к малым вариациям параметров системы. Поэтому эффективным путем повышения чувствительности виброгироскопа и, как следствие, обеспечение высокой точности измерения угловой скорости вращения основания является использование системы управления вибрационным гироскопом в условиях параметрической неопределённости k_{xy} и d_{xy}^* .

ЦУ: ограниченность всех траекторий замкнутой системы и достижение заданных частот ω_1, ω_2 колебаний вдоль осей Bx, By , высокая точность измерения угловой скорости Ω_z в условиях параметрической неопределенности.

ДЦУ: идентификация параметров вибрационного гироскопа включая оценивание угловой скорости основания.

4.2.2. Синтез алгоритма управления

Применим методику управления вынужденными колебаниями главы 2.

Зададим желаемые автоколебания с частотами ω_1, ω_2 соответственно вдоль осей Bx и By с помощью явной ЭМ вида (2.3)

$$\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{K}_m \mathbf{q}_m = 0, \quad (4.21)$$

где $\mathbf{q}_m = (x_m \ y_m)^T$, $\mathbf{K}_m = \text{diag} \{ \omega_1^2 \ \omega_2^2 \}$.

Введем ошибку слежения в виде $\mathbf{e} = (e_x \ e_y)^T$, где $e_x = x - x_m, e_y = y - y_m$, и в соответствии с исходной постановкой задачи зададим ЦУ

$$\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0} \text{ при } t \rightarrow \infty. \quad (4.22)$$

Требуется синтезировать адаптивную систему управления, обеспечивающую достижение ЦУ (4.22), и оценить угловую скорость основания гироскопа

$$\hat{\Omega}_z \rightarrow \Omega_z \text{ при } t \rightarrow \infty$$

в условиях параметрической неопределенности.

Рассмотрим два способа формализации ЦУ (4.22) путём выбора целевого функционала (2.5)

А) Сформируем пересечение многообразий [53, 47, 48]

$$\mathbf{s}(t) = \dot{\mathbf{e}} + \boldsymbol{\lambda} \mathbf{e},$$

где $\boldsymbol{\lambda} = \text{diag} \{ \lambda_1 \ \lambda_2 \}$, $\lambda_i > 0$.

Зададим целевой функционал в виде

$$Q_A = 0,5 \cdot \mathbf{s}^T \mathbf{s}. \quad (4.23)$$

Очевидно, что при достижении многообразия $\mathbf{s} \equiv 0$ имеем $\dot{\mathbf{e}} = -\boldsymbol{\lambda} \mathbf{e} \Leftrightarrow \mathbf{e}(t) = \mathbf{e}(0) \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\lambda} t}$ и, следовательно, ЦУ (4.22) достигается.

В) Выберем функционал в виде

$$Q_B = 0,5 \cdot (\mathbf{e}_x^T \mathbf{H}_x \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y^T \mathbf{H}_y \mathbf{e}_y), \quad (4.24)$$

где $\mathbf{e}_x = (e_x \ \dot{e}_x)^T$, $\mathbf{e}_y = (e_y \ \dot{e}_y)^T$, $\mathbf{H}_x = \mathbf{H}_x^T > 0$, $\mathbf{H}_y = \mathbf{H}_y^T > 0$.

Очевидно, что при $Q_B \rightarrow 0$ при $t \rightarrow 0$ достигается ЦУ (4.22). Заметим, что функционал Q_A можно представить в виде $Q_A = 0,5 \cdot (\mathbf{e}_x^T \tilde{\mathbf{H}}_x \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y^T \tilde{\mathbf{H}}_y \mathbf{e}_y)$, где матрицы $\tilde{\mathbf{H}}_x = \begin{pmatrix} \lambda_1^2 & \lambda_1 \\ \lambda_1 & 1 \end{pmatrix}$, $\tilde{\mathbf{H}}_y = \begin{pmatrix} \lambda_2^2 & \lambda_2 \\ \lambda_2 & 1 \end{pmatrix}$, в отличие от матриц \mathbf{H}_x , \mathbf{H}_y функционала Q_B , неотрицательные, т.е. $\tilde{\mathbf{H}}_x = \tilde{\mathbf{H}}_x^T \geq 0$, $\tilde{\mathbf{H}}_y = \tilde{\mathbf{H}}_y^T \geq 0$ при любых вещественных λ_i . Поэтому достижение $Q_A \rightarrow 0$ гарантирует лишь асимптотическое или за конечное время стремление траекторий замкнутой системы к многообразию $\mathbf{s} \equiv 0$, а устойчивость положения равновесия $\mathbf{e} = 0$ обеспечивается выбором коэффициентов $\lambda_i > 0$.

Синтезируем семейства АСГ для функционалов (4.23), (4.24), соответственно для вариантов А) и В).

Вариант А). Выберем структуру регулятора (основного контура управления) таким образом, чтобы в условиях полной априорной информации о параметрах объекта достигалась ЦУ (4.22) с функционалом (4.23). Вычислим производную от целевого функционала (4.23) в силу траекторий движения системы (4.20), (4.21)

$$w_A(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_*) \triangleq \dot{Q}_A = \mathbf{s}^T (\mathbf{u} - \mathbf{Y}\boldsymbol{\theta}_* + \tilde{\mathbf{Q}}), \quad (4.25)$$

где $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} & 0 & -2\dot{y} & x & y & 0 \\ 0 & \dot{x} & \dot{y} & 2\dot{x} & 0 & x & y \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \text{col}\{x, \dot{x}, y, \dot{y}, x_m, \dot{x}_m, y_m, \dot{y}_m\}$,

$$\boldsymbol{\theta}_* = [d_{xx} \quad d_{xy} \quad d_{yy} \quad \Omega_z \quad \omega_x^2 \quad \omega_{xy} \quad \omega_y^2]^T, \quad \tilde{\mathbf{Q}} = \lambda(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_m) + \mathbf{K}_m \mathbf{q}_m.$$

Выберем «идеальное» управление в форме гладкой обратной связи вида

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{Y}\boldsymbol{\theta}_* - \tilde{\mathbf{Q}} + \mathbf{A}_* \mathbf{s}, \quad (4.26)$$

где $\mathbf{A}_* = \text{diag}\{\lambda_1^* \quad \lambda_2^*\}$ – гурвицевая матрица, $\lambda_i^* < 0$, $i = 1, 2$.

При этом получаем

$$w_A(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_*) = \mathbf{s}^T \mathbf{A}_* \mathbf{s} \leq -\rho Q_A, \quad (4.27)$$

где $0 < \rho = \min_{i=1,2} |\lambda_i^*|$.

Следовательно, выполнено условие достижимости D1.

Метод скоростного градиента позволяет непосредственно синтезировать алгоритм управления ОУ. Будем считать \mathbf{u} настраиваемым параметром. Вычисляя градиент от \dot{Q}_A по \mathbf{u} , который равен $\nabla_{\mathbf{u}} w_A = \mathbf{s}$, и выбирая АСГ в конечной форме, получаем алгоритм управления в виде

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}_0 - \gamma_m \text{sign}(\nabla_{\mathbf{u}} w_A) = \mathbf{u}_0 - \gamma_m \text{sign}(\mathbf{s}), \quad (4.28)$$

где \mathbf{u}_0 – некоторое априори заданное управление.

Алгоритм управления (4.28), в отличие от гладкого алгоритма (4.26), обеспечивает достижение многообразия скольжения $\mathbf{s} \equiv 0$ за конечное время, обладает робастными свойствами по отношению параметрическим (мультипликативным) и аддитивным возмущениям, но, как и все АСГ в конечной форме, не имеет идентифицирующих свойств. Поэтому объединим алгоритмы управления (3.6) и (3.8), выбрав \mathbf{u}_0 в форме (3.6). Так слагаемое $\mathbf{A}_* \mathbf{s}$ в алгоритме (4.26) обеспечивает дополнительную асимптотическую динамику движения к многообразию скольжения, то его можно опустить, увеличив коэффициент усиления перед реле.

Алгоритм «идеального» управления примет вид

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{Y}\boldsymbol{\theta}_* - \tilde{\mathbf{Q}} - \gamma \text{sign}(\mathbf{s}). \quad (4.29)$$

Заменим неизвестные «идеальные» параметры $\boldsymbol{\theta}_*$ алгоритма управления (4.29) настраиваемыми

$$\mathbf{u} = \mathbf{Y}\boldsymbol{\theta} - \tilde{\mathbf{Q}} - \gamma \text{sign}(\mathbf{s}). \quad (4.30)$$

Подставляя в (4.25) управление (4.30) и вычисляя градиент по настраиваемым параметрам, получаем $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} w_A = \mathbf{Y}^T \mathbf{s}$. Выберем алгоритм адаптации в дифференциальной форме АСГ подобно (2.11)

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\Gamma \mathbf{Y}^T \mathbf{s}. \quad (4.31)$$

Все траектории системы $\mathbf{s}(t)$, $\boldsymbol{\theta}(t)$ ограничены при любых начальных условиях и $Q_A \rightarrow 0$, $\mathbf{s}(t) \rightarrow 0$ за конечное время. Ошибка слежения $\mathbf{e}(t) \rightarrow 0$

при $t \rightarrow 0$ в силу выбора дифференциального выражения для $\mathbf{s}(t)$ с коэффициентами $\lambda_i > 0$. Наконец ограниченность движений гироскопа $(x(t), y(t))$ вытекает из ограниченности колебаний $(x_m(t), y_m(t))$ эталонной модели (4.21), что обеспечивается выбором ограниченных начальных условий $(x_m(0), y_m(0))$.

Заметим, что частный случай АСГ для управления виброгироскопом в форме (3.30), (3.31) был предложен в работах Juntao Fei [55, 48], в которых синтез проводился методом функций Ляпунова. В этих же работах приведено доказательство наличия идентифицирующих свойств указанных алгоритмов, которые обеспечиваются гармоническим характером движений эталонной модели (4.31). Однако при этом не были учтены робастные свойства релейной части алгоритма управления (4.30) по отношению к параметрической неопределённости. При увеличении коэффициента усиления γ по отношению к предельно необходимому значению, наблюдается рост погрешности оценивания параметров ОУ, включая угловую скорость вращения основания вибрационного гироскопа.

Вариант Б). Выберем структуру регулятора (основного контура управления) таким образом, чтобы в условиях полной априорной информации о параметрах объекта достигалась ЦУ (4.22). Модель ошибки в соответствии с (4.20), (4.21) имеет вид

$$\ddot{\mathbf{e}} = -(\mathbf{D} + 2\mathbf{\Omega})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_b\mathbf{q} + \mathbf{K}_m\mathbf{q}_m + \mathbf{u}. \quad (4.32)$$

Представим (4.32) в скалярной форме

$$\begin{aligned} \ddot{e}_x &= -d_{xx}\dot{x} + (-d_{xy} + 2\Omega_z)\dot{y} - \omega_x^2x - \omega_{xy}y + \omega_1^2x_m + u_x, \\ \ddot{e}_y &= -d_{yy}\dot{y} - (d_{xy} + 2\Omega_z)\dot{x} - \omega_y^2y - \omega_{yx}x + \omega_2^2y_m + u_y. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Выберем «идеальное» управление в форме компенсирующей гладкой обратной связи

$$\begin{aligned} u_x^* &= d_{xx}\dot{x} + (\theta_{1*} - 2\theta_{2*})\dot{y} + \omega_x^2x + \theta_{3*}y - \omega_1^2x_m - \lambda_{1x}\dot{e}_x - \lambda_{0x}e_x, \\ u_y^* &= d_{yy}\dot{y} + (\theta_{1*} + 2\theta_{2*})\dot{x} + \omega_y^2y + \theta_{3*}x - \omega_2^2y_m - \lambda_{1y}\dot{e}_y - \lambda_{0y}e_y, \end{aligned} \quad (4.34)$$

где $\lambda_{ix} > 0, \lambda_{iy} > 0, i = 0, 1$.

При этом производная по времени от целевого функционала Q_B в силу (4.32) имеет вид

$$\dot{\omega}_B(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_*) = \mathbf{e}_x^T \mathbf{H}_x \dot{\mathbf{e}}_x + \mathbf{e}_y^T \mathbf{H}_y \dot{\mathbf{e}}_y = \mathbf{e}_x^T \mathbf{A}_{x*} \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y^T \mathbf{A}_{y*} \mathbf{e}_y \leq -\rho_1 \mathbf{e}_x^T \mathbf{H}_x \mathbf{e}_x - \rho_2 \mathbf{e}_y^T \mathbf{H}_y \mathbf{e}_y \leq -\rho Q,$$

где $\mathbf{A}_{x*} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_{0x} & -\lambda_{1x} \end{pmatrix}, \mathbf{A}_{y*} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_{0y} & -\lambda_{1y} \end{pmatrix}$ – гурвицевы матрицы,

удовлетворяющие уравнениям Ляпунова

$$\mathbf{H}_x \mathbf{A}_{x*} + \mathbf{A}_{x*}^T \mathbf{H}_x = -\mathbf{G}_x, \mathbf{H}_y \mathbf{A}_{y*} + \mathbf{A}_{y*}^T \mathbf{H}_y = -\mathbf{G}_y, \quad (4.35)$$

$$\mathbf{G}_x = \mathbf{G}_x^T > 0, \mathbf{G}_y = \mathbf{G}_y^T > 0, \boldsymbol{\theta}_* = \text{col}\{d_{xx}, d_{yy}, d_{xy}, \Omega_z, \omega_x, \omega_y, \omega_{xy}\},$$

$$\rho_1 = \lambda_{\min}(\mathbf{G}_x) / \lambda_{\max}(\mathbf{H}_x), \rho_2 = \lambda_{\min}(\mathbf{G}_y) / \lambda_{\max}(\mathbf{H}_y), \rho = \min\{\rho_1, \rho_2\} > 0.$$

Таким образом, условие достижимости D1 выполнено.

Заменим в (4.34) неизвестные параметры настраиваемыми, получим управления

$$\begin{aligned} u_x &= \theta_4 \dot{x} + (\theta_1 - 2\theta_2) \dot{y} + \theta_5 x + \theta_3 y - \omega_1^2 x_m - \lambda_{1x} \dot{e}_x - \lambda_{0x} e_x, \\ u_y &= \theta_6 \dot{y} + (\theta_1 + 2\theta_2) \dot{x} + \theta_7 y + \theta_3 x - \omega_2^2 y_m - \lambda_{1y} \dot{e}_y - \lambda_{0y} e_y. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Вычисляя градиенты от скорости изменения целевого функционала по настраиваемым параметрам, и выбирая АСГ в дифференциальной форме, получаем алгоритмы адаптации

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= -\gamma_1 \nabla_{\theta_1} \omega_B = -\gamma_1 (\delta_x \dot{y} + \delta_y \dot{x}), \\ \dot{\theta}_2 &= -\gamma_2 \nabla_{\theta_2} \omega_B = -\gamma_2 (\delta_y \dot{x} - \delta_x \dot{y}), \\ \dot{\theta}_3 &= -\gamma_3 (\delta_x y + \delta_y x), \dot{\theta}_4 = -\gamma_4 \delta_x \dot{x}, \dot{\theta}_6 = -\gamma_6 \delta_y \dot{y}, \\ \dot{\theta}_5 &= -\gamma_5 \delta_x x, \dot{\theta}_7 = -\gamma_7 \delta_y y, \end{aligned} \quad (4.37)$$

где $\delta_x = e_x h_{12}^x + \dot{e}_x h_{22}^x, \delta_y = e_y h_{12}^y + \dot{e}_y h_{22}^y, \mathbf{H}_x = (h_{ij}^x), \mathbf{H}_y = (h_{ij}^y)$ – матрицы, удовлетворяющие уравнениям Ляпунова (3.35).

Таким образом все траектории системы (4.02), (4.21), (3.36), (3.37) ограничены и достигается ЦУ $\mathbf{e}_x \rightarrow 0, \mathbf{e}_y \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. В системе

существует функция Ляпунова вида $V = Q_B + \|\theta - \theta_*\|_{\Gamma^{-1}}^2$. Проверка условия интегральной невырожденности приведена в [56].

4.2.3. Результаты компьютерного моделирования [2]

Компьютерное моделирование синтезированных алгоритмов управления проводилось при следующих приведенных безразмерных параметрах ОУ (4.20) и эталонной модели (4.21) [52]: $d_{xx} = 0,05$, $d_{xy} = 5 \cdot 10^{-3}$, $d_{yy} = 0,06$, $\omega_x = 1,05$, $\omega_{xy} = 0,01$, $\omega_y = 0,97$, $\omega_1 = \omega_2 = 1 \text{ кГц}$. Основание гироскопа вращалось со скоростью $\Omega_z = 5 \text{ с}^{-1}$. В [53, 55, 56] отмечалось, что основное влияние на точность измерения скорости вращения оказывают перекрёстные связи виброгироскопа. Поэтому при моделировании оценивались лишь параметры $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, параметры $\theta_i = \theta_{i^*}$ ($i = 4, \dots, 7$) считались известными.

Результаты математического моделирования алгоритма управления (4.30) с алгоритмом адаптации вида (4.31) приведены на рис. 4.20 – 4.25.

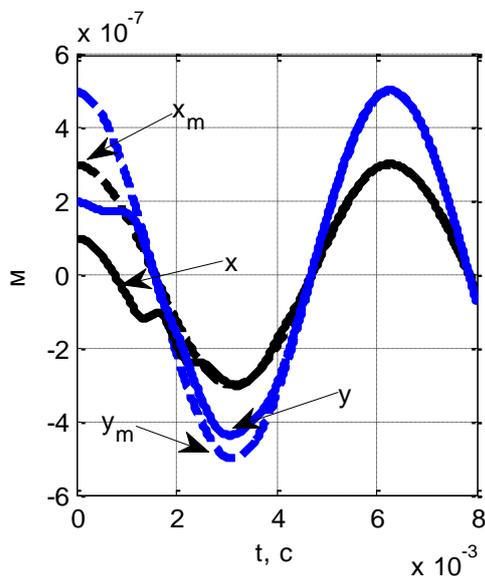


Рис. 4.20. Траектории объекта управления и эталонной модели

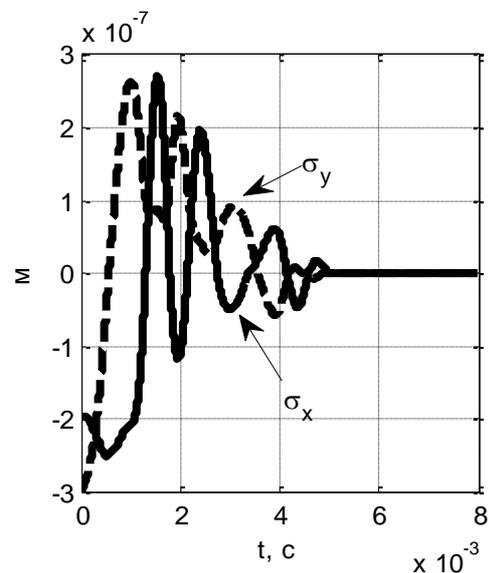


Рис. 4.21. Отклонение от многообразия скольжения

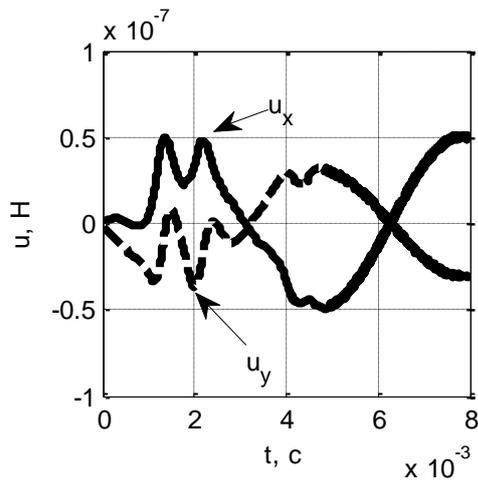


Рис. 4.22. Управление

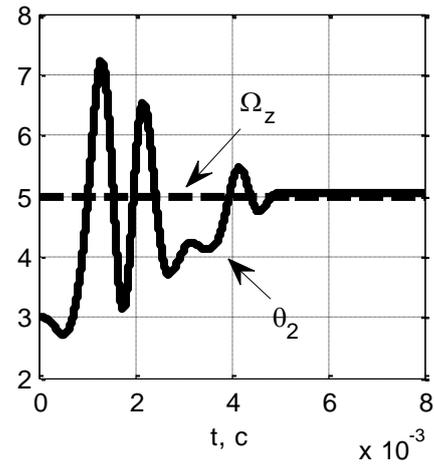


Рис. 4.23. Настройка угловой скорости Ω_z

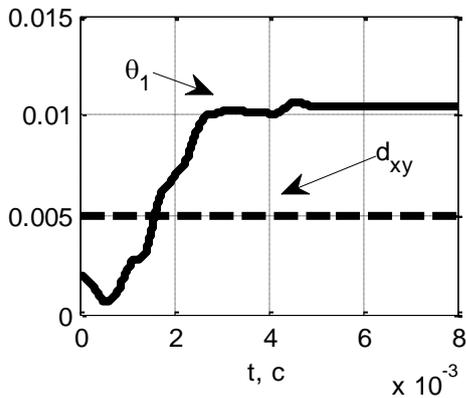


Рис. 4.24. Настройка параметра d_{xy}

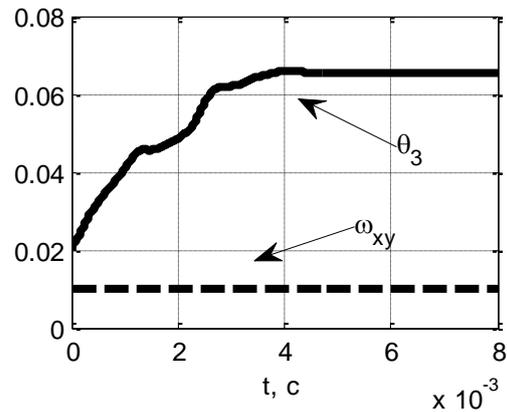


Рис. 4.25. Настройка параметра ω_{xy}

Как видно из приведенных выше результатов компьютерного моделирования, при использовании комбинированного (сигнально-параметрического) адаптивного алгоритма управления с динамической поверхностью скольжения наблюдается хорошая сходимость траектории ОУ к ЭМ (рис. 4.20), достаточно быстрый выход на многообразие скольжения (рис. 4.21). Наблюдаются ошибки оценивания (рис. 4.24, 4.25).

Результаты компьютерного моделирования алгоритма управления (4.36), с алгоритмом адаптации (4.37), приведены на рис. 4.26 – 4.30.

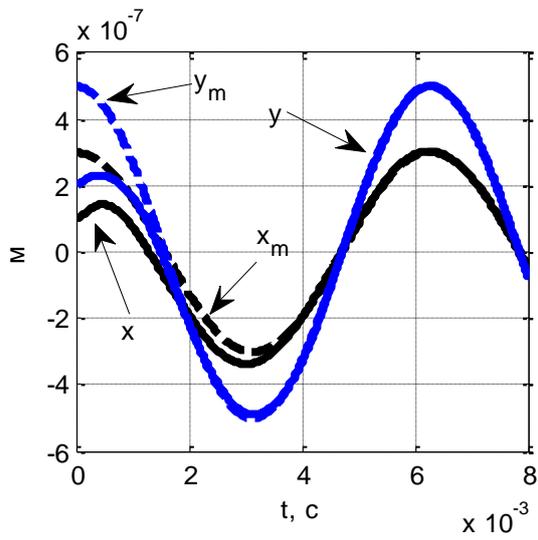


Рис. 4.26. Траектории объекта управления и эталонной модели.

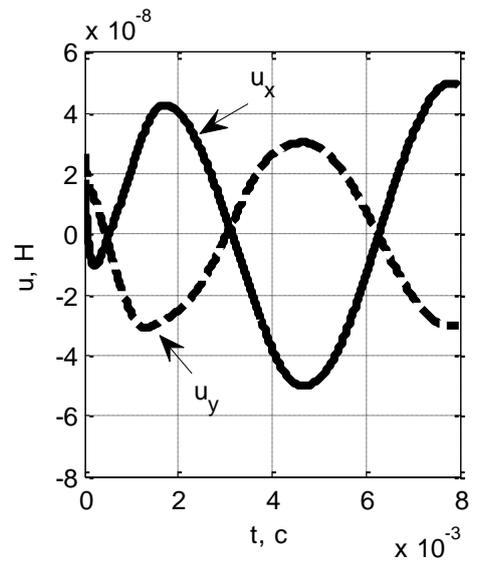


Рис. 4.27. Управление.

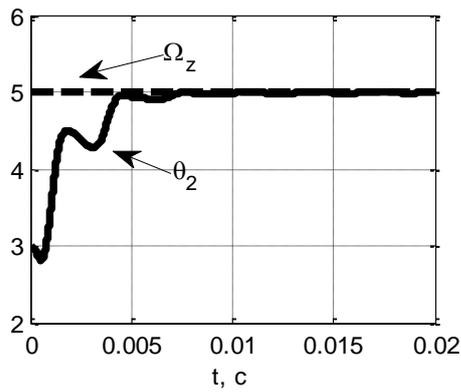


Рис. 4.28. Настройка угловой скорости Ω_z

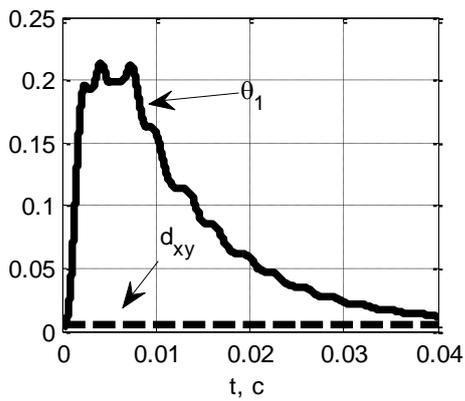


Рис. 4.29. Настройка параметра d_{xy} .

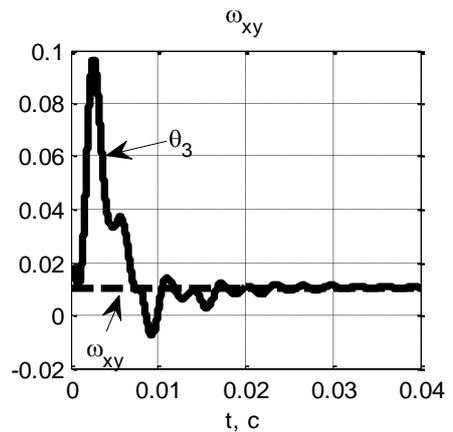


Рис. 4.30. Настройка параметра

ω_{xy} .

При использовании алгоритма управления с (4.36), (4.37) наблюдается хорошая сходимость траектории ОУ к траектории ЭМ (рис. 4.26). Алгоритмы управления обладают хорошими идентифицирующими свойствами (рис. 4.28-4.30).

Алгоритмы управления МЭМС-гироскопом с учетом динамики привода рассмотрены в [4, 7, 8].

Выводы и основные результаты по главе 4

В главе 4 приведены примеры применения МСБГ для синтеза алгоритмов управления электромеханическими системами. Показано, что в зависимости от объекта и цели управления, можно использовать тот или иной подход к синтезу из рассмотренных в предыдущих главах.

Решена задача стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника с маховичным приводом на основе энергетического подхода. В отличие от алгоритмов Б.Р. Андриевского и М. W. Spong, задача решается в условиях параметрической неопределенности и с учетом динамики привода. Как в работах Б.Р. Андриевского и М. W. Spong, для снижения энергетических затрат используется комбинированный алгоритм с переключением структур. Обосновано использование в функционале качества парциальной энергии маятника, а не полной механической энергии благодаря отнесению к выходному каскаду динамики не всей механической подсистемы, а только маятника. Показано влияние коэффициента усиления при энергетическом управлении на время достижения цели управления и уровень энергетических затрат.

Предложена методика синтеза семейства алгоритмов адаптивного управления вибрационным гироскопом на основе метода скоростного градиента [86, 87]. Как и в работах [54, 55, 56], вводится эталонная модель гироскопа с развязанными каналами и ставится задача слежения траекторий гироскопа за траекторией эталонной модели. Показано, что при введении квадратичной целевой функции по отклонению от заданного пересечения многообразий методом скоростного градиента можно синтезировать

семейство гладких, релейных, комбинированных алгоритмов адаптивного управления вибрационным гироскопом, включая ранее синтезированные на основе применения метода функций Ляпунова комбинированные алгоритмы управления [55, 56]. Показано, что комбинированные алгоритмы обладают слабыми идентифицирующими свойствами, в том числе по оцениванию угловой скорости вращения основания гироскопа. Для устранения указанных недостатков использована целевую квадратичную функцию от рассогласования траекторий гироскопа и эталонной модели. Это позволило синтезировать алгоритмы скоростного градиента с ярко выраженными идентифицирующими свойствами.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

1. Применен метод скоростного биградиента для синтеза алгоритмов управления вынужденными колебаниями нелинейной аффинной каскадной системы с неустойчивой эталонной моделью. Приведены условия применимости алгоритма и доказана теорема на основе метода функции Ляпунова и леммы Барбалата.

2. Предложена методика синтеза адаптивных алгоритмов управления гамильтоновыми системами с учетом динамики привода на основе метода скоростного биградиента и энергетического подхода. Особенностью задачи, препятствующей непосредственному применению метода скоростного биградиента, является вхождение в целевую функцию неизвестных параметров. Предложены два способа учета вхождения в целевую функцию неизвестных параметров. Первый подход – модификация метода скоростного биградиента путем введения настраиваемой модели конечного каскада для адаптации параметров виртуального управления на втором этапе синтеза. Второй подход – модификация энергетической целевой функции посредством сведения задачи возбуждения колебаний к задаче слежения за эталонной моделью с заданным уровнем энергии.

3. Синтезирован алгоритм адаптивной синхронизации двух маятников с разными параметрами с учетом динамики привода на основе предложенной методики адаптивного управления вынужденными колебаниями. Исследованы аналитически и методом компьютерного моделирования идентифицирующие свойства алгоритма.

4. Синтезирован алгоритм адаптивного управления МЭМС-гироскопом, повышающий точность оценки неизвестных параметров за счет использования модифицированной целевой функции. Достижение заданного качества подтверждено компьютерным моделированием.

5. Синтезирован алгоритм адаптивного управления маятника с маховичным электроприводом. Показано, что к выходному каскаду может

быть отнесена не вся механическая подсистема, а только ее часть. Для получения энергетически эффективных алгоритмов стабилизация неустойчивого положения равновесия маятника выполняется в два этапа системой с переменной структурой. На этапе раскачивания подается управление, синтезированное на основе энергетического подхода. На этапе стабилизации используется ПД-регулятор с компенсацией нелинейности. Переключение структур осуществляется в окрестности положения равновесия. Решение задачи стабилизации и высокая точность оценки параметров объекта подтверждены компьютерным моделированием.

6. Синтезированы алгоритмы адаптивного управления маятником с учетом динамики привода и момента трения на основе двух предложенных подходов к управлению гамильтоновыми системами. Для учета диссипативных сил в управление вводится компенсирующее слагаемое, зависящее от настраиваемого коэффициента трения. Решение задачи возбуждения желаемых колебаний подтверждено компьютерным моделированием и стендовыми испытаниями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мышляев Ю.И., Финошин А.В., Тар Яр Мьо. Метод скоростного биградиента в задаче управления вибрационным гироскопом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т.16, №11. С. 783–792.
2. Мышляев Ю.И., Финошин А.В. Адаптивное управление одноосным вибрационным гироскопом. // Труды ФГУП "НПЦАП". Системы и приборы управления. 2014. № 1. С. 78-89.
3. Мышляев Ю. И., Финошин А. В. Алгоритмы управления гамильтоновыми системами в условиях параметрической неопределенности // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 77-30569/282904, №12, декабрь 2011 г. <http://technomag.bmstu.ru/doc/282904.html>.
4. Myshlyayev Y.I., Finoshin A.V., Tar Yar Myo. Sliding mode with tuning surface control for MEMS vibratory gyroscope // 2014 6th IEEE International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (IEEE ICUMT), St. Petersburg, Russia, October 6–8, 2014. P. 360–365.
5. Myshlyayev Y.I., Finoshin A. V. Sliding mode with tuning surface in problem of synchronization of two-pendulum system motion // 11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (IFAC ALCOSP), University of Caen Basse-Normandie, Caen, France, July 3-5, 2013, pp 221-226.
6. Yury I. Myshlyayev, Alexander V. Finoshin .The speed bi-gradient method for model reference adaptive control of affine cascade systems // 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (IFAC MICNON) 2015 — Saint Petersburg, Russia, 24-26 June 2015, IFAC-PapersOnLine: Volume 48, Issue 11, 2015, Pages 489–495
7. Мышляев Ю.И., Финошин А.В., Тар Яр Мьо. Адаптивное управление одноосным вибрационным гироскопом с интегратором // XII Всероссийское совещание по проблемам управления, Россия, Москва,

Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН, 16–19 июня 2014 г. С. 2246–2256.

8. Мышляев Ю.И., Фиошин А.В., Тар Яр Мьо. Адаптивное управление одноосным вибрационным гироскопом с учётом динамики привода // Проблемы эффективности и безопасности функционирования сложных технических и информационных систем: Материалы XXXII Всероссийской научно–технической конференции 26–27 июня 2014, Ч. 5. – Издательство Серпухов, 2014. – С. 91–96.

9. Мышляев Ю.И., Фиошин А.В., Зюзин А.А., Долгов Я.А. Управление колебаниями системы “маятник-тележка” с приводом методом скоростного биградиента // Научные технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе : материалы Всероссийской научно-технической конференции, 25–27 ноября 2014 г. Т. 2. — М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. С.105-111.

10. Мышляев Ю.И., Фиошин А.В. Синхронизация маятников в условиях параметрической неопределённости // Вестник ТулГУ. Тула: Изд-во ТулГУ, 2011. – С. 86-89.

11. Мышляев Ю.И., Фиошин А.В. О двух подходах к решению задачи слежения для перевернутого маятника. // Научные технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе: Материалы Всероссийской НТК 7-9 декабря 2010 г., т.1. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010 – 336 с. – с. 211-215.

12. Фиошин А.В., Мышляев И.Ю. Алгоритм синхронизации маятников в условиях параметрической неопределенности // Научные технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе: Материалы Всероссийской НТК 7-9 декабря 2010 г., т.1. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010 – 336 с. – с. 205-211.

13. Мышляев Ю.И., Фиошин А.В. Гибридные алгоритмы синхронизации на основе метода бискоростного градиента // Труды 31 Всероссийской НТК «Проблемы эффективности и безопасности

функционирования сложных технических и информационных систем», Серпухов, 2012, Часть 3. С 62-64.

14. Мышляев Ю.И., Финошин А.В. Алгоритмы бискоростного градиента в задачах управления гамильтоновыми системами // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: тезисы докладов XII Международной конференции. Москва, ИПУ РАН, 5 июня – 8 июня 2012 г. М.: Изд-во ИПУ РАН, 2012. С 254-255.

15. Долгов Я.А., Зюзин А.А., Финошин А.В., Мышляев Ю.И. Управление колебаниями системы маятник-тележка с приводом методом скоростного биградиента // Инженерный журнал: наука и инновации: <http://engjournal.ru/catalog/it/nav/1355.html> #1(37)/2015 — М.:Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана.

16. Долгов Я.А., Зюзин А.А., Финошин А.В., Мышляев Ю.И. Стабилизация неустойчивого положения системы маятник-тележка с приводом методом скоростного биградиента // Электронный журнал: наука, техника и образование: [http://nto-journal.ru/catalog/priborostroenie-i-elektronika/63/#3\(3\)/2015](http://nto-journal.ru/catalog/priborostroenie-i-elektronika/63/#3(3)/2015)— Калуга.: Издательство Манускрипт.

17. Мышляев Ю.И, Финошин А.В., Зюзин А.А., Долгов Я.А. Об одном подходе к управлению нелинейными колебаниями на примере стабилизации перевернутого маятника на тележке с учетом динамики привода// Научно-технические проблемы в приборостроении и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе: материалы региональной научно-технической конференции, 21-23 апреля 2015 г.— Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. — с. 216-223.

18. Мышляев Ю.И, Финошин А.В, Мышляева С.В., Мишаков В.В. Синтез алгоритмов скоростного биградиента // Труды регионального конкурса проектов фундаментальных научных исследований. Выпуск 20. — Калуга.: Калужский государственный институт развития образования, 2015. С. 335-345.

19. Финошин А.В, Калинина Т.С., Прохорова С.А. Управление энергией маятника в условиях параметрической неопределенности // Научные технологии в приборостроении и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе: Материалы региональной НТК 18-19 апреля 2012 г., т.1. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012 – С. 153-154.

20. Y. I. Myshlyayev, A. V. Finoshin, Tar Yar Myoю Speed bi-gradient algorithms for nonlinear cascade systems with the modified reference model of the output subsystem // Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference), 2016 International Conference — Moscow, Russia, 1-3 June 2016, IEEE Xplore.

21. Мышляев Ю.И. Адаптивное управление нелинейными аффинными объектами на основе настраиваемых скользящих режимов. // Сборник трудов междун. техн. конф. «Приборостроение – 2002», Винница-Алушта. – С. 190-193.

22. Мышляев Ю.И. Схема бискоростного градиента. // Сборник трудов междун. Техн. конф. «Приборостроение-2002», Винница-Алушта. –С.180-184.

23. Мышляев Ю.И. Алгоритмы скоростного биградиента // Труды XII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2014), Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 16-19 июня 2014. С. 2320-2331.

24. Мышляев Ю.И. Алгоритмы управления линейными объектами в условиях параметрической неопределённости на основе настраиваемого скользящего режима. // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. №2. – С. 111-116.

25. Мышляев Ю.И. Метод бискоростного градиента // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2011. № 5-1. С. 168-178.

26. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами — СПб.: Наука, 2000. — 548 с.
27. Фрадков А.Л. Кибернетическая физика: принципы и примеры. — СПб.: Наука, 2003. — 208 с.
28. Ефимов Д.В. Робастное и адаптивное управление нелинейными колебаниями. — СПб.: Наука, 2005. — 314 с.
29. Andrievsky B.R., Stotsky A.A., Fradkov A.L., Velocity gradient algorithms in control and adaptation problems: A survey // Automation Remote Control, vol. 12, pp.1533-1564, 1988.
30. Fradkov A.L., Speed-gradient Scheme and its Applications in Adaptive Control// Automation. Remote Control, vol. 40(9), pp.1333-1342, 1979.
31. Utkin V.I. Variable structure systems with sliding modes // IEEE trans. on Automatic Control, vol. 22, pp. 212-222, 1977.
32. M. W. Spong. Energy based control of a class of under actuated mechanical systems // Proc. of IFAC World Congress – vol. F, July 1996 – pp. 431-435.
33. Б.Р. Андриевский, П.Ю. Гузенко, А.Л. Фрадков Управление нелинейными колебаниями механических систем методом скоростного градиента //Автоматика и телемеханика, N4, 1996, стр.4-17
34. Spong M. W., Corke P., Lozano R. Nonlinear control of the reaction wheel pendulum // Automatica, 37(11). – 2001. – pp. 1845-1851.
35. Spong M. W., Block D. The Pendubot: A mechatronic systems for control research and education // Proceedings of the IEEE CDC. – New Orleans, 1996. pp. 555-556.
36. Spong M. W., Vidyasagar M. Robot dynamics and control // New York. –Wiley. 1989. – 336 p.
37. Андриевский Б.Р. Глобальная стабилизация нейсойчивого маятника с маховичным управлением // Управление большими системами. 2009. № 24. С. 258-280.

38. Astrom K. J., Furuta K. Swinging up a pendulum by energy control. *Automatica*. – 2000. – vol. 36, №2. – P. 287- 295.

39. Mori S., Nishihara H., Furuta K. Control of unstable mechanical systems. Control of pendulum // *International Journal of Control* – 1976. – Vol. 23, №5. – P. 673-692.

40. Wiklund M., Kristenson A., Astrom K. A new strategy for swinging up an inverted pendulum // *Prepr. 12th IFAC World Congress*. – 1993. – Vol. 9. – P. 151-154.

41. Peters S.C., Bobrow J.E., Iagnemma K. Stabilizing a vehicle near rollover: An analogy to cart-pole stabilization // *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on* – pp. 5194-5200.

42. Fantoni I., Lozano R., Spong M.W. Energy based control of the Pendubot // *IEEE Transactions on Automatic Control* – Vol. 45, Issue: 4 – Apr 2000. – P. 725 – 729.

43. Фрадков А.Л. Схема скоростного градиента в задачах адаптивного управления // *Автоматика и телемеханика*, 1979. № 9. С. 90–101.

44. Efimov D.V. and Fradkov A.L. Robust and Adaptive Observer-Based Partial Stabilization for a Class of Nonlinear Systems // *IEEE Transaction on automatic control* – Vol. 54, № 7, July 2009 — P. 1591—1595.

45. Kokotovic, P.V. The joy of feedback: nonlinear and adaptive. // *Control Systems Magazine, IEEE*. – Vol. 12, Issue 3 – June 1992 – pp. 7–17.

46. Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. — М.: Наука, 1981.

47. Fradkov A.L., Andrievsky B.R. Synchronization Analysis of Nonlinear Oscillators // *Proc. 22nd IASTED Intern. Conf. Modelling, Identification and Control*, Feb. 10-13, 2003, Innsbruck, Austria. No 820 – pp. 219-224.

48. Fujisaka H., Yamada T. Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems // *Prog. Theor. Phys.* V. 69, 1983, P. 32–47.

49. <http://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-832-underactuated-robotics-spring-2009>

50. Краснощеченко В.И., Пчелкин О.П., Кузнецов Д.В., Идентификация параметров лабораторного стенда «Мотор-маятник», НТК «Студенческая научная весна 2013» — МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. — 2 с.

51. А. Гаранжа. Гироскопы преобразят игровые и развлекательные функции телефонов // <http://www.3dnews.ru/579098>.

52. Park S., Horowitz R. and Tan C. W. Dynamics and control of a MEMS angle measuring gyroscope // Journal: SENSORS AND ACTUATORS. — 2008. — P. 56—63.

53. Jagannathan S., Hameed M. Adaptive force–balancing control of MEMS gyroscope with actuator limits // Proceedings of the 2004 American Control Conference. — 2004. — vol. 2. P. 1862—1867.

54. Acar C. and Shkel A. M. Micro–gyroscopes with dynamic disturbance rejection // International Conference On Modeling and Simulation of Microsystems. — USA. — 1999. — P. 605–608.

55. Fei J., Batur C. A novel adaptive sliding mode control with application to MEMS gyroscope, ISA Transactions, 2009, vol. 48, No 1, pp. 73–78.

56. Fei J., Batur C. A novel adaptive sliding mode control for MEMS gyroscope // Proceeding of 47th IEEE Conference on Decision and Control. — 2007. — P. 3573—3578.

57. Бугров Д.И. Одноосный вибрационный гироскоп // Фундаментальная и прикладная математика. — Москва. — 2005. — Том 11. — № 8.— С. 149—

Приложение А. Акты внедрения

УТВЕРЖДАЮ

Технический директор ОАО

«Автоэлектроника»

_____ В.В. Мизевич

« _____ » 2017 г.



АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы
Финошина Александра Викторовича

Комиссия в составе: председатель – технический директор ОАО «Автоэлектроника» В.В. Мизевич, члены комиссии: Уланов С.Н. – ведущий конструктор СКТБ, Кузин Е.В. - начальник СКТБ, рассмотрела вопрос о внедрении в НИР результатов диссертационной работы на тему «Адаптивное управление нелинейными колебаниями» ассистента КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана Финошина Александра Викторовича и составила настоящий акт о том, что результаты кандидатской диссертационной работы в части:

- методика адаптивного управления вынужденными колебаниями нелинейных аффинных каскадных систем в условиях параметрической неопределенности,
- алгоритм адаптивной синхронизации колебаний маятников с учетом динамики привода,

используются при разработке системы управления электродинамической вибрационной установкой при заданном спектре колебаний стола станда и неизвестной нагрузке.

Члены комиссии:

Технический директор

ОАО «Автоэлектроника»

Ведущий конструктор СКТБ

Начальник СКТБ

_____ В.В. Мизевич
_____ С.Н. Уланов
_____ Е.В. Кузин

УТВЕРЖДАЮ

Директор КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана

А.В. Царьков

« » 2017 г.

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы
Фиошина Александра Викторовича

Комиссия в составе: председатель – заведующий кафедрой ЭИУЗ - КФ, д.т.н., проф. Корнюшин Ю.П., члены комиссии: к.т.н., доц. Краснощеченко В.И., к.т.н., доц. Макаренков А.М. рассмотрела вопрос о внедрении в учебный процесс результатов диссертационной работы на тему «**Адаптивное управление нелинейными колебаниями**» ассистента КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана Фиошина Александра Викторовича и составила настоящий акт о том, что результаты кандидатской диссертационной работы в части:

- методики адаптивного управления вынужденными колебаниями нелинейных аффинных каскадных систем в условиях параметрической неопределенности;
- методики адаптивного управления колебаниями нелинейных двухкаскадных систем с зависящей от параметров выходного каскада энергетической целевой функцией;
- алгоритмов адаптивной стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника с маховичным управлением на основе энергетического подхода;
- алгоритмов адаптивного управления МЭМС-гироскопом;
- алгоритмов адаптивной синхронизации колебаний маятников с учетом динамики привода

используются при проведении лекционных, практических и лабораторных занятий на кафедре «Системы автоматического управления» по дисциплине «Управление нелинейными колебаниями» для подготовки магистров по направлению 27.04.04 Управление техническими системами и дисциплине «Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими объектами» для подготовки аспирантов по направлению 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (промышленность), а также при выполнении студентами научно-исследовательских и квалификационных работ.

Зав. кафедрой ЭИУЗ КФ

д.т.н., проф. Ю.П. Корнюшин

к.т.н., доц. В.И. Краснощеченко

к.т.н., доц. А.М. Макаренков

Подлинность подписей
ЗАВЕРЯЮ
ЗАМ. НАЧ. УБ ЖЕРДИНА ТМ

Корнюшин Ю.П.
Краснощеченко В.И.
Макаренков А.М.

УТВЕРЖДАЮ
Врио заместителя начальника академии
по учебной и научной работе
полковник
« » мая 2017 г.
А. Мосиенко



об использовании результатов диссертационных исследований
Финошина Александра Викторовича на тему
«Адаптивное управление нелинейными колебаниями»
в научно-исследовательской деятельности

Комиссия в составе:
председателя – начальника отдела подготовки НПК и организации НИР
полковника Федорова В.Н.;
членов комиссии:
начальника кафедры № 24 – к.т.н., доцента капитана 1 ранга
Куканкова С.Н.;
заместителя начальника кафедры № 24 – к.т.н., подполковника Лядова А.В.;
доцента кафедры № 24 – к.т.н., полковника Сальникова А.Ю. составила
настоящий акт о том, что результаты диссертационных исследований
Финошина А.В., а именно:
- адаптивные алгоритмы стабилизации неустойчивых маятниковых
систем с учетом динамики привода;
- адаптивные алгоритмы управления вибрационным гироскопом
использованы в НИР «Уравнитель» в разделе «Оценка эффективности
применения РТК ВН (СРТ ВН) в ходе выполнения частных задач боевого
обеспечения действий соединений и частей РВСН».

Председатель комиссии:

полковник  Федоров В.Н.

Члены комиссии:

капитан 1 ранга  Куканков С.Н.

подполковник  Лядов А.В.

полковник  Сальников А.Ю.