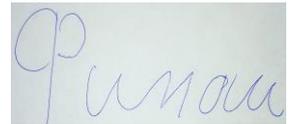


*На правах рукописи*

A rectangular box containing a handwritten signature in blue ink. The signature appears to be 'Финошин'.

**ФИНОШИН Александр Викторович**

**АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ**

Специальность 05.13.01 – «Системный анализ, управление  
и обработка информации» (промышленность)

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Калуга – 2017

Работа выполнена в Калужском филиале федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

**Научный руководитель:** **МЫШЛЯЕВ Юрий Игоревич,**  
кандидат технических наук, доцент

**Официальные оппоненты:** **Андриевский Борис Ростиславич,**  
д.т.н., ведущий научный сотрудник, ФГБУН  
«Институт проблем машиноведения  
Российской академии наук (ИПМаш РАН)»

**Чайковский Михаил Михайлович,**  
д.ф.-н., ведущий научный сотрудник, ФГУП  
«Научно-производственный центр автоматизации и  
приборостроения имени академика Н. А.  
Пилюгина» (ФГУП «НПЦАП»)

**Ведущая организация:** ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)

Защита состоится «26» декабря 2017 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.271.05 при ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» (300012, г. Тула, пр. Ленина, 92, 12-105)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» по адресу: 300012, г. Тула, пр. Ленина, 92 и на сайте <http://tsu.tula.ru/science/dissertation/diss-212-271-05/finoshin-av/>

Автореферат разослан «26» октября 2017 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Соколова  
Марина Юрьевна

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Задачи адаптивного управления нелинейными колебаниями возникают во многих приложениях: поддержание заданных колебаний рабочего тела и идентификация параметров, включая скорость основания микроэлектромеханических (МЭМС) гироскопов, синхронизация колебаний звеньев робота, возбуждение колебаний с последующей стабилизацией неустойчивого положения маятниковых объектов. Особый интерес в задачах управления колебаниями представляет возможность достижения целей управления с помощью малых управляющих воздействий. Часто динамика привода оказывает существенное влияние на качество управления. Поэтому ставится задача синтеза управления колебаниями не просто механического объекта, а системы, состоящей из привода и механической подсистемы. При этом требуется обеспечить замкнутой системе ограниченность всех траекторий и желаемую динамику по части переменных состояния (конечного каскада) в условиях параметрической неопределенности.

**Объектом исследования** являются нелинейные двухкаскадные аффинные системы с колебательной природой в условиях параметрической неопределенности.

**Предметом исследования** является адаптивные алгоритмы управления механическими системами, учитывающими динамику привода, на основе метода скоростного биградиента (МСБГ) для обеспечения ограниченности траектории замкнутой системы и желаемых колебаний механической подсистемы.

**Целью работы** является достижение заданных характеристик нелинейных колебаний (энергия, частота, амплитуда) в механических системах с приводом при низких затратах на управление в условиях параметрической неопределенности.

В диссертационной работе решаются следующие задачи:

- разработка методики адаптивного управления вынужденными колебаниями нелинейных аффинных каскадных систем в условиях параметрической неопределенности на основе МСБГ.

- разработка методики адаптивного управления колебаниями нелинейных двухкаскадных систем с зависящей от параметров выходного каскада энергетической целевой функцией.

- синтез алгоритмов адаптивного управления в задачах:

1. синхронизации колебаний маятников с учетом динамики привода,
2. возбуждения колебаний и идентификации параметров маятника с учетом диссипативных сил и динамики привода.

В прикладной части работы рассматриваются задачи:

1. адаптивного управления и оценки угловой скорости вращения основания МЭМС-гироскопа в условиях параметрической неопределенности, вызванной технологическим разбросом при изготовлении,

2. адаптивной стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника с маховичным приводом.

**Методы исследования** основываются на положениях теории устойчивости, теории колебаний механических систем.

Получены следующие результаты, характеризующиеся **научной новизной**.

1. Методика адаптивного управления вынужденными колебаниями нелинейных аффинных каскадных систем в условиях параметрической неопределенности на основе МСБГ. В отличие от МСБГ, используется неустойчивая эталонная модель (ЭМ). Учет колебательной природы при выборе ЭМ позволяет синтезировать энергетически выгодные алгоритмы управления.

2. Методика адаптивного управления колебаниями нелинейных двухкаскадных систем с зависящей от параметров выходного каскада энергетической целевой функцией. Предложено два подхода для решения поставленной задачи. В отличие от алгоритмов класса скоростного градиента, обеспечивается желаемая динамика по части переменных состояния объекта управления (конечного каскада), что уменьшает размерность контура адаптации. В отличие от энергетического подхода, учитывается динамика привода и проводится адаптация параметров. В отличие от МСБГ, модифицированная методика позволяет синтезировать алгоритмы управления для целевых функций, зависящих от настраиваемых параметров. В отличие от методики адаптивного управления нелинейными каскадными системами Д.В. Ефимова, для обхода входного каскада используется алгоритм скоростного градиента в конечной форме, а не бэкстеппинг, что приводит к уменьшению сложности как процедуры синтеза алгоритма управления, так и его реализации.

3. Алгоритм адаптивной стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника с маховичным управлением на основе энергетического подхода в условиях параметрической неопределенности с приводом. Обосновано использование в функционале качества парциальной энергии маятника, а не полной механической энергии. Алгоритмы характеризуются малыми затратами на управление и идентифицирующими свойствами.

4. Алгоритм адаптивного управления МЭМС-гироскопом. Предложена измененная целевая функция. Синтезированы алгоритмы управления на ее основе, обладающие идентифицирующими свойствами и высоким качеством.

5. Алгоритм адаптивной синхронизации колебаний маятников с разными параметрами с приводом. При решении задачи в условиях параметрической неопределенности желаемые колебания задаются не гамильтонианом, а траекторией эталонного гармонического осциллятора.

**Практическая ценность.** Предложенная методика может применяться для синтеза алгоритмов управления электромеханическими системами, а также для класса объектов и задач с целевой функцией, зависящей от неизвестных параметров, например, при синтезе алгоритмов управления на основе метода линейных эквивалентов в случае зависимости нелинейного преобразования координат от неизвестных параметров.

Полученные результаты внедрены в учебный процесс КФ МГТУ имени Н.Э. Баумана, в НИР ОАО «Автоэлектроника», г. Калуга, в НИР Военной академии Ракетных войск стратегического назначения им. Петра Великого.

### **Положения, выносимые на защиту:**

- методика адаптивного управления вынужденными колебаниями нелинейных аффинных каскадных систем в условиях параметрической неопределенности.
- методика адаптивного управления колебаниями нелинейных двухкаскадных систем с зависящей от параметров выходного каскада энергетической целевой функцией.
- алгоритм адаптивной стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника с маховичным управлением на основе энергетического подхода.
- алгоритм адаптивного управления МЭМС-гироскопом.
- алгоритм адаптивной синхронизации колебаний маятников с учетом динамики привода.

**Достоверность полученных результатов** подтверждается компьютерным моделированием систем с синтезированными алгоритмами управления, стендовыми испытаниями на лабораторной установке.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты диссертации докладывались на конференциях: XII и XIII Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого). Москва, ИПУ РАН, 5-8 июня 2012 г. и 1-3 июня 2016 г.. 11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, University of Caen Basse-Normandie, Caen, France, July 3-5, 2013, XII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2014). Москва, ИПУ РАН, 16-19 июня 2014 г., 6th IEEE International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, 6-8 October 2014, St. Petersburg, Russia, 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems June 24-26, 2015, Saint Petersburg, Russia, и др.

Часть результатов диссертации получены при проведении исследований по гранту РФФИ и Правительства Калужской области № 14-48-03115.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 20 печатных работ, в т.ч. 5 в изданиях, индексируемых в Scopus или Web of Science.

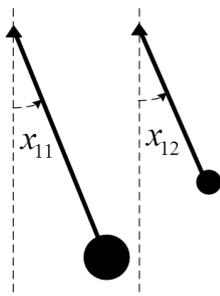
**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы.

### **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационного исследования, анализируются относящиеся к ней научные работы, определяются цель и задачи исследования, кратко излагается содержание работы. Приводятся примеры задач управления колебаниями (рис. 1).

#### **Глава 1. Постановка задачи управления колебаниями. Обзор методов синтеза алгоритмов управления**

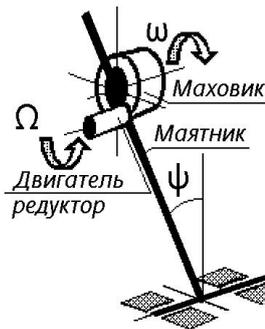
Рассматриваемые объекты (рис. 1) относятся к классу нелинейных аффинных каскадных систем, состоящих из механической подсистемы, обладающей колебательной природой, и исполнительного устройства (рис. 2).



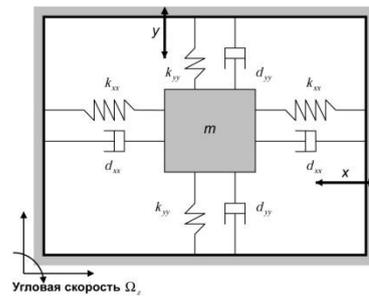
1.1. Маятники



1.2. Стенд «Маятник-мотор»



1.3. Маятник с маховиком



1.4. Упрощенная модель МЭМС-гироскопа

Рис. 1. Примеры электромеханических систем.

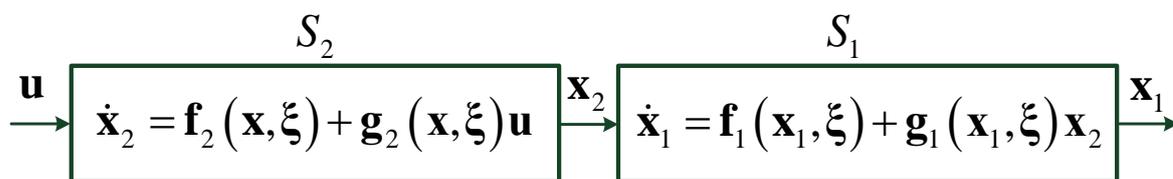


Рис. 2. Структурная схема двухкаскадной электромеханической системы

На рис. 2  $\mathbf{x}^T = (\mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_2^T) \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^m$ ,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  – векторы состояния и входа объекта,  $\xi \in \Xi$  – вектор неизвестных параметров,  $\det \mathbf{g}_2(\mathbf{x}_1, \xi) \neq 0$  и  $\|\mathbf{g}_2^{-1}(\mathbf{x}_1, \xi)\| \leq C_\xi < \infty$  для  $\forall \xi \in \Xi, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ .

Желаемый режим колебаний удобно задавать траекторией эталонной модели конечного каскада  $\mathbf{x}_*$  или значением первого интеграла  $H_*$  (гамильтониан или энергия системы).

Одним из методов синтеза адаптивного управления нелинейными каскадными системами с целевыми функциями, не зависящими от неизвестных параметров объекта управления (ОУ), является МСБГ.

## Глава 2. Управление колебаниями двухкаскадной нелинейной системы

### 2.1. Постановка задачи адаптивного управления вынужденными колебаниями

Рассмотрим нелинейную каскадную аффинную систему в условиях параметрической неопределенности (рис. 2)

$$S_1 : \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \xi) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \xi)\mathbf{x}_2, \quad (1)$$

$$S_2 : \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \xi) + \mathbf{g}_2(\mathbf{x}, \xi)\mathbf{u}. \quad (2)$$

Для уменьшения энергетических затрат предложено использовать автономную эталонную модель (ЭМ) выходного каскада  $S_1$  вида

$$\dot{\mathbf{x}}_1^* = \mathbf{f}_1^*(\mathbf{x}_1^*), \quad \mathbf{x}_1^* \in R^{n-m}. \quad (3)$$

**Целью управления (ЦУ)** является: ограниченность всех траекторий замкнутой системы и достижение целевого неравенства

$$Q(\mathbf{e}_1) \leq \Delta_{e_1}, t \geq t_* \quad (4)$$

где  $\Delta_{e_1} > 0$  – заданная точность,  $t_* > 0$  – время достижения ЦУ,  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1^*$  – отклонение траектории выходной подсистемы  $S_1$  от траектории ЭМ (3),

$$Q(\mathbf{e}_1) = 0,5\mathbf{e}_1^T \mathbf{H} \mathbf{e}_1, \mathbf{H} = \mathbf{H}^T > 0. \quad (5)$$

## 2.2. Методика синтеза

Введена модель ошибки между траекториями  $S_1$  (1) и ЭМ (3)

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \xi) - \mathbf{f}_1^*(\mathbf{x}_1^*) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \xi) \mathbf{x}_2. \quad (6)$$

Воспользуемся МСБГ для синтеза алгоритма управления системой (2), (6).

На **этапе 1** введем виртуальное управление  $\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \theta) \in R^{n-m}$  конечным каскадом (6), где  $\mathbf{z} = col\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1^*\}$ ,  $\theta \in R^l$  – вектор настраиваемых параметров виртуального управления, и отклонение между виртуальным управлением и выходом входного каскада

$$\sigma = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \theta). \quad (7)$$

**Условие D1** (условие достижимости). Существует вектор «идеальных» параметров  $\theta_* = \theta_*(\xi) \in R^l$ , вычисляемый в предположении, что параметры объекта известны, непрерывная, ограниченная по своим аргументам вектор-функция  $\mathbf{x}_{2virt}^* = \mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \theta_*)$  и скалярная, непрерывная, строго возрастающая функция  $\rho_Q(Q) > 0$ : такая что  $\rho_Q(0) = 0$  и  $w(\mathbf{z}, \theta_*, 0) \leq -\rho_Q(Q(\mathbf{e}_1))$ , где

$$w(\mathbf{z}, \theta_*, \sigma) = \dot{Q}(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \xi) - \mathbf{f}_1^*(\mathbf{x}_1^*) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \xi)(\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \theta_*) + \sigma)) \quad (8)$$

Параметризируя «идеальное» виртуальное управление относительно вектора «идеальных» вторичных параметров  $\theta_*$ , получено

$$\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \theta_*) = \Phi(\mathbf{z}) \theta_*(\xi), \quad (9)$$

где  $\Phi - (m \times l)$  – матричная функция сенсоров.

**Условие I.**  $\Phi(t)$  – интегрально невырожденная на  $[0, \infty)$ .

На **этапе 2** вектор неизвестных параметров «идеального» виртуального управления (9)  $\theta_*$  заменятся вектор-функцией настраиваемых параметров  $\theta$  и формируется виртуальное управление вида

$$\mathbf{x}_{2virt}(\mathbf{z}, \theta) = \Phi(\mathbf{z}) \theta. \quad (10)$$

Закон адаптации выбирается в форме алгоритма скоростного градиента (АСГ) в дифференциальной форме  $\dot{\theta} = -\Gamma \nabla_{\theta} w(\mathbf{z}, \theta, \sigma)$ , или

$$\dot{\theta} = -\Gamma \Phi^T(\mathbf{z}) \mathbf{g}_1^T(\mathbf{x}_1, \xi) \mathbf{e}_1, \Gamma = \Gamma^T > 0. \quad (11)$$

На **этапе 3** введем дополнительную цель управления (ДЦУ)

$$R(\sigma) \leq \Delta_{\sigma} \text{ при } t \geq \tilde{t}_*, \Delta_{\sigma} > 0, \quad (12)$$

где 
$$R(\boldsymbol{\sigma}) = 0,5\boldsymbol{\sigma}^T\boldsymbol{\sigma}. \quad (13)$$

**Условие D2.** Существует вектор  $\mathbf{u}_* \in \mathbb{R}^m$  и скалярная, непрерывная, строго возрастающая функция  $\rho_R(R) > 0$  такая, что  $\rho_R(0) = 0$  и выполняется неравенство  $\mu(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}_*) \leq -\rho_R(R(\boldsymbol{\sigma}))$ , где  $\mu(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}_*) = \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\sigma}}$ .

Алгоритм управления синтезируется в конечной форме АСГ в виде

$$\mathbf{u} = -\gamma_m \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}), \quad \gamma_m > 0, \quad (14)$$

где вектор-функция  $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma})$  удовлетворяет условию псевдоградиентности  $\boldsymbol{\varphi}^T(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) \nabla_{\mathbf{u}} \mu(\mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}) \geq 0$  и, в частности, может принимать релейный или гладкий вид соответственно

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) = \text{sign} \nabla_{\mathbf{u}} \mu(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}) = \text{sign}(\mathbf{g}_2^T(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})\boldsymbol{\sigma}), \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) = \nabla_{\mathbf{u}} \mu(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}) = \mathbf{g}_2^T(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})\boldsymbol{\sigma}. \quad (16)$$

**Условие L.** Функции  $\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi})$ ,  $\mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi})$ ,  $\mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ ,  $\mathbf{g}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ ,  $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\mathbf{e}_1, \boldsymbol{\theta})$  – локально ограничены по своим аргументам при  $\forall \boldsymbol{\xi} \in \Xi$ .

Сформулирована и доказана теорема 1.

**Теорема 1.** Пусть выполнены условия D1, D2, C, L. Тогда для системы (1)-(3), (7), (10), (11), (14) справедливы утверждения:

1. При управлении (15) с  $\gamma_m \geq \|\bar{\mathbf{u}}_*\| + \gamma_0$ , где  $\gamma_0 > 0$ ,  $\bar{\mathbf{u}}_* = \mathbf{u}_* - \mathbf{g}_2^{-1} \mathbf{g}_1^T \mathbf{H} \mathbf{e}_1$ , или при управлении (16) с  $\gamma_m \geq \|\bar{\mathbf{u}}_*\| / \|\mathbf{g}_2^T \boldsymbol{\sigma}\| + \gamma_0$ ,  $\gamma_0 > 0$ , выполняются предельные соотношения  $Q(\mathbf{e}_1) \rightarrow 0$ ,  $R(\boldsymbol{\sigma}) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Цели управления (4), (12) достигаются при любых  $\Delta_{e_1} > 0$ ,  $\Delta_{\boldsymbol{\sigma}} > 0$ , все траектории системы ограничены. Дополнительно при алгоритме управления (15) с  $\gamma_m \geq \|\mathbf{u}_*\| + \gamma_0$  существует момент времени  $t^*$ , такой, что  $R(\boldsymbol{\sigma}) \equiv 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\sigma} \equiv 0$  при  $t \geq t^*$ .

2. Существует функция Ляпунова

$$V(\mathbf{e}_1, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\theta}) = Q(\mathbf{e}_1) + R(\boldsymbol{\sigma}) + 0,5 \|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_*\|_{\Gamma^{-1}}^2. \quad (17)$$

Теорема доказана методом функции Ляпунова с использованием леммы Барбалата.

Алгоритм адаптации обладает идентифицирующими свойствами, т.е.  $\boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_*$  при  $t \rightarrow \infty$ , если выполняется условие идентифицируемости I.

Рассмотренная методика применена для синтеза адаптивного алгоритма синхронизации двух маятников с приводами (рис. 1.1), (IFAC ALCOSP 2013).

### Глава 3. Управление колебаниями гамильтоновой системы с приводом

Предложена методика адаптивного управления колебаниями гамильтоновых систем с энергетической целевой функцией (ЦФ).

#### 3.1. Постановка задачи

Рассмотрим каскадный аффинный объект с выходной подсистемой  $S_1$  в гамильтоновой форме и входной подсистемы  $S_2$  – динамическим исполнительным механизмом в виде интеграторов

$$S_1 : \dot{q}_i = \frac{\partial H(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi)}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi)}{\partial q_i}, \quad i=1, \dots, h, \quad h=(n-m)/2 \quad (18)$$

$$S_2 : \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{u}, \quad (19)$$

где  $H(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \xi) = H_0(\mathbf{x}_1, \xi) + \mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1, \xi)^T \mathbf{x}_2$  – гамильтониан,  $H_0(\mathbf{x}_1, \xi)$  – гамильтониан (энергия) свободной консервативной системы,  $\mathbf{H}_1(\mathbf{x}_1, \xi)$  – гамильтониан взаимодействия,  $\mathbf{x}_1 = \text{col}\{\mathbf{q}, \mathbf{p}\} \in \mathbb{R}^{n-m}$ ,  $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^m$ ,  $\mathbf{q} = \text{col}\{q_1, \dots, q_h\}$ ,  $\mathbf{p} = \text{col}\{p_1, \dots, p_h\}$  – обобщенные координаты и импульсы,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ .

Требуется синтезировать алгоритм адаптивного управления  $\mathbf{u}$ , обеспечивающий ограниченность всех траекторий замкнутой системы и возбуждение в гамильтоновой подсистеме колебаний с заданным уровнем энергии  $H_*$ . Введем ЦФ:

$$Q(\mathbf{x}_1, \xi) = 0,5(H_0(\mathbf{x}_1, \xi) - H_*)^2. \quad (20)$$

Тогда ЦУ для конечного каскада можно представить в виде

$$Q(\mathbf{x}_1, \xi) \leq \Delta_{x_1} \text{ при } t \geq t_*. \quad (21)$$

где  $\Delta_{x_1} > 0$  – заданная точность,  $t_*$  – время достижения ЦУ.

ЦФ (21) зависит от неизвестных параметров, поэтому МСБГ непосредственно не применим. Предложены и обоснованы два подхода, позволяющих синтезировать алгоритмы управления. Первый подход – модификация МСБГ путем введения на втором этапе синтеза настраиваемой модели (НМ) конечного каскада для адаптации параметров виртуального управления. Второй подход – модификация ЦФ (20) посредством сведения задачи возбуждения колебаний к задаче слежения за ЭМ с заданной энергией.

### 3.2. Первый подход. Управление свободными колебаниями

Исходная задача разделена на две независимые подзадачи.

**Подзадача 1.** Синтез управления  $\mathbf{u}^*$  системой (18)-(19) в предположении, что параметры объекта известны, на основе первого и третьего этапов МСБГ.

Введем «идеальное» отклонение от пересечения многообразий  $\boldsymbol{\sigma}^*$

$$\boldsymbol{\sigma}^* = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{2\text{virt}}^*. \quad (22)$$

Синтезируем «идеальное» виртуальное управление выходным каскадом  $\mathbf{x}_{2\text{virt}}^* = \mathbf{x}_{2\text{virt}}^*(\mathbf{x}_1, \xi)$  в виде АСГ в конечной форме

$$\mathbf{x}_{2\text{virt}}^*(\mathbf{x}_1, \xi) = -\gamma_x \nabla_{\mathbf{x}_{2\text{virt}}^*} w(\mathbf{x}_1, \xi, \boldsymbol{\sigma}^*), \quad \gamma_x > 0, \quad (23)$$

где  $w(\mathbf{x}_1, \xi, \boldsymbol{\sigma}^*) = (H_0 - H_*)[H_0, \mathbf{H}_1]^T(\mathbf{x}_{2\text{virt}}^* + \boldsymbol{\sigma}^*)$ ,  $[H_0, \mathbf{H}_1]$  – скобка Пуассона.

Синтезируем «идеальное» управление  $\mathbf{u}^*$ , обеспечивающее достижение условия D2 для многообразий  $\boldsymbol{\sigma}^* \equiv \mathbf{0}$ :

$$\mathbf{u}^* = -\gamma_m \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}^*), \quad (24)$$

где вектор-функция  $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}^*)$  имеет вид (15) или (16) при  $\mathbf{g}_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \mathbf{I}$ .

**Теорема 2.** Рассмотрим систему (18), (19), (22), (23), (24). Все траектории системы ограничены, достигаются ЦУ (21) и (12) с  $R(\boldsymbol{\sigma}^*) = 0,5\boldsymbol{\sigma}^{*\Gamma}\boldsymbol{\sigma}^*$ . Для системы существует функция Ляпунова:  $V_1 = Q(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}) + R(\boldsymbol{\sigma}^*)$ .

Доказательство теоремы проведено методом функции Ляпунова с использованием леммы Барбалата и леммы об аттрактивности (Ла-Салля).

**Подзадача 2.** Синтез контура адаптации для параметров выходного каскада (18) с ограниченным входом  $\mathbf{x}_2$  с использованием первого и второго этапов МСБГ.

Введем ДЦУ – идентификацию параметров объекта управления:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{\xi}, \quad (25)$$

где  $\hat{\boldsymbol{\xi}}$  – вектор настраиваемых параметров. Введем в рассмотрение НМ

$$\dot{\mathbf{x}}_{1*} = \mathbf{v}, \quad (26)$$

где  $\mathbf{x}_{1*} \in \mathbb{R}^{n-m}$  – вектор состояния настраиваемой модели,  $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}_1, \mathbf{e}, \mathbf{x}_2, \hat{\boldsymbol{\xi}})$  – входное управляющее воздействие настраиваемой модели,  $\mathbf{e} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{1*}$ .

Сформулируем ДЦУ по отношению к синтезу входного управляющего воздействия  $\mathbf{v}$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Q_e(\mathbf{e}(t)) \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty, \quad (27)$$

где локальный целевой функционал имеет вид

$$Q_e(\mathbf{e}) = 0,5\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e}, \quad \mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0. \quad (28)$$

ЦФ (28) не зависит от неизвестных параметров. На основе МСБГ получаем алгоритм входа вида (10) с гурвицевой матрицей  $\mathbf{A}_*$  и законом адаптации (11):

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}_1, \mathbf{e}, \mathbf{x}_2, \hat{\boldsymbol{\xi}}) = \text{col} \left\{ \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\boldsymbol{\xi}}, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\boldsymbol{\xi}}, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\} - \mathbf{A}_* \mathbf{e}, \quad (29)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}} = \mathbf{\Gamma} \nabla_{\hat{\boldsymbol{\xi}}} \text{col} \left( \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\boldsymbol{\xi}}, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\boldsymbol{\xi}}, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right) \mathbf{P} \mathbf{e}, \quad \mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Gamma}^T > 0 \quad (30)$$

**Условие идентифицируемости I.** Вектор-функция

$\boldsymbol{\Phi} = \nabla_{\hat{\boldsymbol{\xi}}} \text{col} \left\{ \frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\boldsymbol{\xi}}, \mathbf{x}_2)}{\partial p_i}, -\frac{\partial H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \hat{\boldsymbol{\xi}}, \mathbf{x}_2)}{\partial q_i} \right\}$  – интегрально невырожденная.

**Теорема 3.** Пусть выполнено условие I. В системе (18), (26), (29), (30) достигаются ЦУ (25) и (27) и существует функция Ляпунова  $V_2 = Q_e + \|\hat{\boldsymbol{\xi}} - \boldsymbol{\xi}\|_{\mathbf{\Gamma}^{-1}}$ .

Доказательство теоремы проведено методом функции Ляпунова с использованием леммы Барбалата.

**Подзадача 3.** Объединены результаты подзадач 1 и 2. Получаемые в процессе адаптации оценки параметров будем использовать для формирования виртуального управления вида (23)

$$\mathbf{x}_{2\text{virt}}(\mathbf{x}_1, \hat{\xi}) = -\gamma_x \nabla_{\mathbf{x}_2} \dot{Q}(\mathbf{x}_1, \hat{\xi}) \quad (31)$$

и управления в форме (7), (14), гарантирующего достижение ЦУ (12).

**Утверждение.** Рассмотрим систему (18), (19), (26), (29), (30), (31), (7), (14). Пусть выполнены условия теорем 2 и 3. Тогда все траектории системы ограничены и достигаются ЦУ (12), (21), (25) и (27).

### 3.3. Второй подход. Управление вынужденными колебаниями

Предложено свести задачу управления энергией к задаче слежения за траекторией ЭМ. С целью использования энергетического подхода структура ЭМ выбрана совпадающей со структурой конечного каскада (18) и имеет параметры, равные номинальным параметрам механической подсистемы. Разработана методика синтеза управления по следующей схеме:

- 1) в соответствии с энергетическим подходом синтезируется управление ЭМ, обеспечивающее ЦУ при номинальных параметрах объекта;
- 2) строится динамическая модель по ошибке вида (6) между векторами состояния выходного каскада и замкнутой обратной связью ЭМ;
- 3) для модели ошибки и квадратичного функционала по ошибке проводится трёхэтапный синтез алгоритмов МСБГ по методике из главы 2.

### 3.4. Управление колебаниями маятника с приводом

Предложенная методика применена для синтеза алгоритма возбуждения колебаний системы «мотор-маятник» с идентификацией параметров лабораторного стенда (рис. 1.2).

Рассмотрим модель маятника в нормальной форме Коши:

$$S_1 : \begin{cases} \dot{q} = p, \\ \dot{p} = -\xi_1 \sin q - \xi_3 p + \xi_2 x_2. \end{cases} \quad (32)$$

Не уменьшая общности, будем считать, что модель двигателя описывается интегратором

$$S_2 : \dot{x}_2 = ku, \quad k > 0 \quad (33)$$

Для маятника  $H_0(\mathbf{x}_1, \xi) = p^2/2 + \xi_1(1 - \cos q)$  – энергия свободной системы.

**ЦУ:** ограниченность всех траекторий замкнутой системы, возбуждение колебаний маятника с заданным уровнем энергии  $H_*$ , идентификация параметров маятника  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ .

Применяя первый подход, синтезирован алгоритм управления и адаптации. Виртуальное управление вида (31) с компенсацией момента трения:

$$x_{2\text{virt}} = -\gamma_x \left( \left( H_0(\mathbf{x}_1, \hat{\xi}) - H_* \right) p \right) + \frac{\hat{\xi}_3}{\hat{\xi}_2} p. \quad \text{НМ (26): } \dot{p}_* = v \quad \text{со входом (29)}$$

$$v = -\alpha_* e - \hat{\xi}_1 \sin q - \hat{\xi}_3 p + \hat{\xi}_2 x_2, \quad \alpha_* < 0, \quad e = p - p_*. \quad \text{Контур адаптации (30):}$$

$\dot{\xi}_1 = -\gamma_1 e \sin q$ ,  $\dot{\xi}_2 = \gamma_2 e x_2$ ,  $\dot{\xi}_3 = -\gamma_3 e p$ . Управление (15):  $u = -\gamma_m \text{sign } \sigma$  с (7):  $\sigma = x_2 - x_{2\text{virt}}$ . Для придания алгоритму идентифицирующих свойств, эталонный уровень энергии выбран в виде гармонической функции  $H_*(t) = 0,1(1 + \sin 6t)$ .

**Результаты натурных испытаний** представлены на рис. 3-5. Значения параметров, полученных в ходе настройки контуром адаптации, с точностью до 10% совпадают со значениями, полученными в ходе физических измерений и идентификации по анализу отклика на задающие воздействия.

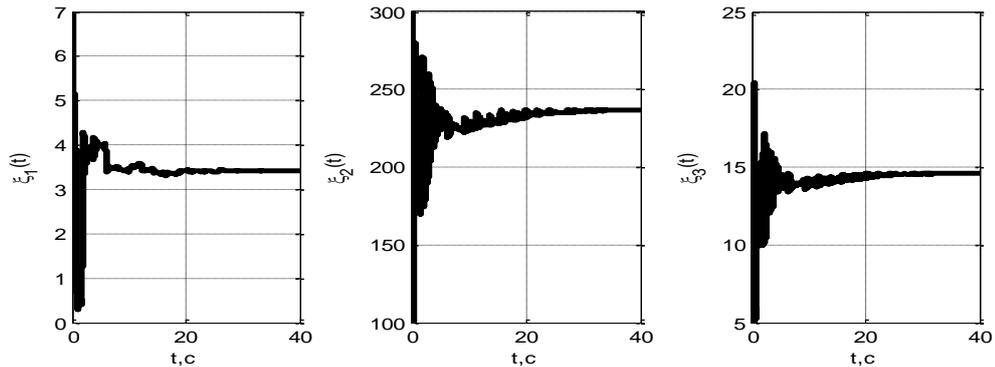


Рис. 3. Настройка параметров маятника

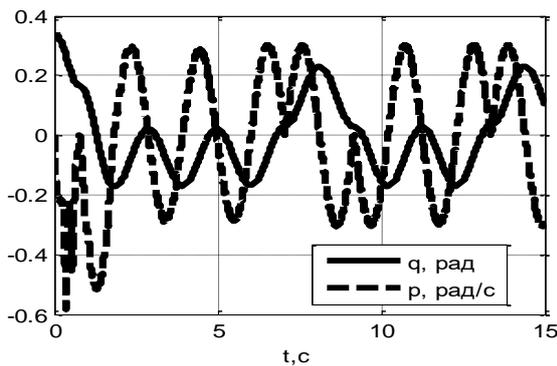


Рис. 4. Фазовые координаты маятника

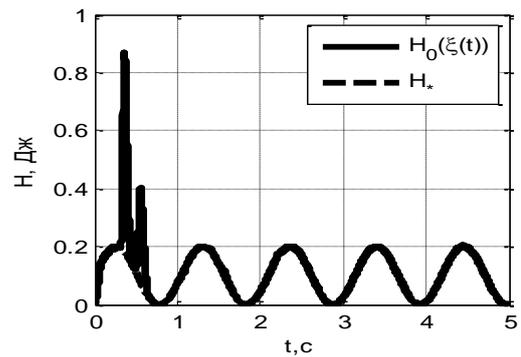


Рис. 5. Энергия маятника

#### Глава 4. Адаптивное управление колебаниями электромеханических систем

В зависимости от объекта и цели управления можно выбрать подходящий подход к синтезу алгоритмов управления колебаниями.

##### 4.1. Управление колебаниями маятника с маховиком

Рассмотрим маятник с маховичным управлением (рис. 1.3) с учетом динамики привода. Модель механической подсистемы:

$$\begin{cases} J \chi \ddot{\psi} + (J_r + \chi J_m) \dot{\omega} = (Mb + mh) g \chi \sin \psi, \\ (J_r + \chi J_m) \chi \ddot{\psi} + (J_r + \chi^2 J_m) \dot{\omega} = \chi T. \end{cases} \quad (34)$$

Модель двигателя по электромагнитному моменту:

$$\dot{T} = -\tau T + \tau (c_1 u - c_2 \omega \chi^{-1}), \quad (35)$$

где  $\psi$  – угол крена маятника;  $\omega$  – скорость вращения маховика относительно маятника;  $J_m, J_r, J, M, m, b, h$  – параметры объекта,  $T$  – момент электромагнитных сил;  $\chi$  – коэффициент редукиции, где  $\tau$  – электромагнитная постоянная времени;  $u$  – напряжение цепи якоря,  $c_1, c_2$  – константы. Вертикальному (неустойчивому) положению равновесия маятника соответствует значение  $\psi^* = \pm 2\pi n, n = 0, 1, \dots$ .

**ЦУ:** ограниченность всех траекторий замкнутой системы и стабилизация маятника в верхней точке равновесия

$$\psi(t) \rightarrow \psi^* \text{ при } t \rightarrow \infty. \quad (36)$$

Предполагается, что параметры системы (34), (35), за исключением констант  $c_1, c_2$ , неизвестны.

Представим модель (34)-(35) в каскадной форме с выделением входного и выходного каскада с учетом аддитивной составляющей  $\tilde{u} = c_1^{-1} c_2 \omega \chi^{-1}$ ,  $u = v + \tilde{u}$

$$S_1: \ddot{\psi} = -\xi_1 \sin \psi + \xi_2 T \quad (37)$$

$$S_2: \begin{cases} \dot{T} = -\tau T + \tau c_1 v, \\ \dot{\omega} = \xi_3 \sin \psi + \xi_4 T. \end{cases} \quad (38)$$

где  $\xi_1 < 0$ ,  $\xi_2 < 0$ ,  $\xi_3 > 0$ ,  $\xi_4 > 0$  – приведенные параметры ОУ.

Применен первый подход к синтезу алгоритма управления.

**Этап 1.** Сформируем выражения для многообразия гиперповерхностей вида (7)

$$\sigma = T - T_{virt}, \quad (39)$$

Синтезирован алгоритм идеального «виртуального» управления  $T_{virt}^*$  конечным каскадом с переменной структурой. На этапе разгона маятника из любой точки начальных условий, за исключением  $\psi(0) = \pm \pi n, n = 0, 1, \dots, \dot{\psi}(0) = 0$ , использован алгоритм управления (31) с ЦФ (20). На этапе стабилизации введен ПД-регулятор с компенсацией нелинейности. Переключение структур осуществляется в окрестности точки неустойчивого равновесия с порогом переключения  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ .

**Этап 2.** Введем НМ в форме (26):

$$\dot{x}_{1*} = v, \quad (40)$$

Закон управления НМ вида (29)

$$v = \alpha_* e - \hat{\xi}_1 \sin \psi + \hat{\xi}_2 T, \quad (41)$$

где  $e = \dot{\psi} - x_*$ , и алгоритмы адаптации вида (30)

$$\dot{\hat{\xi}}_1 = -\gamma_1 e \sin \psi, \quad \dot{\hat{\xi}}_2 = \gamma_2 e T, \quad \gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0. \quad (42)$$

Виртуальное управление с переменной структурой

$$T_{virt}(\mathbf{x}_1, \hat{\xi}) = \begin{cases} \gamma_x H_0(\mathbf{x}_1, \hat{\xi}_1) \dot{\psi}, & \tilde{\psi} > \varepsilon_1 \text{ или } \dot{\psi} > \varepsilon_2, \\ \hat{\xi}_2^{-1} (\hat{\xi}_1 \sin \psi - k_0 \tilde{\psi} - k_1 \dot{\psi}), & \tilde{\psi} < \varepsilon_1 \text{ и } \dot{\psi} < \varepsilon_2, \end{cases} \quad (43)$$

где  $H_0(\mathbf{x}_1, \xi_1) = \dot{\psi}^2 / 2 + \xi_1 (1 - \cos \psi)$ ,  $\mathbf{x}_1 = (\psi \dot{\psi})^T$ ,  $\tilde{\psi}$  – угол между текущим и верхним положениями,  $k_0, k_1 > 0$ ; для верхнего положения  $H_* = 0$ .

**Этап 3.** С учетом условия  $\tau c_1 > 0$  и аддитивной составляющей гладкие или релейные законы управления имеют вид

$$u = -\gamma\sigma + c_1^{-1}c_2\omega\chi^{-1} \quad (44)$$

или

$$u = -\gamma\text{sign}\sigma + c_1^{-1}c_2\omega\chi^{-1}. \quad (45)$$

Результаты компьютерного моделирования системы (37)-(44) представлены на рис. 6-9. Видно, что цели управления достигаются.

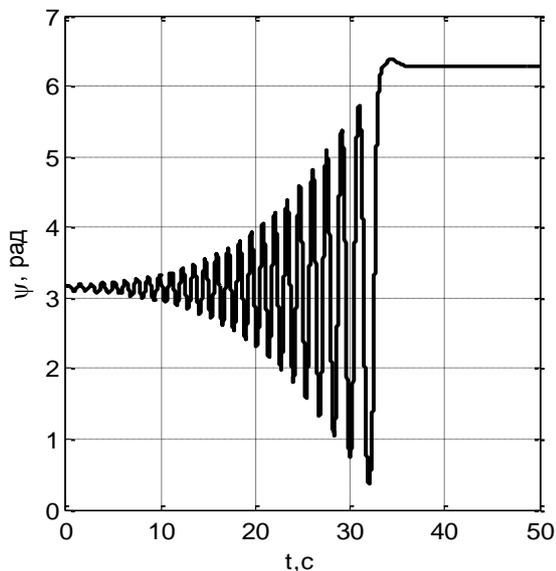


Рис. 6. Угол крена маятника

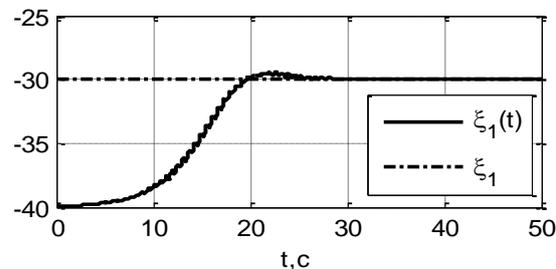


Рис. 7. Настройка параметров

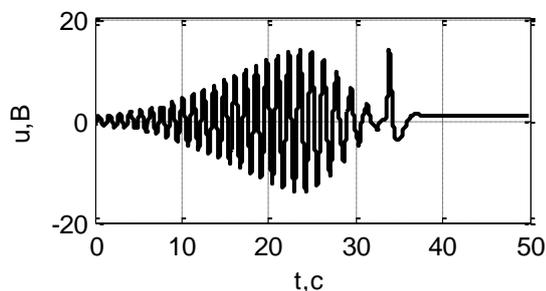
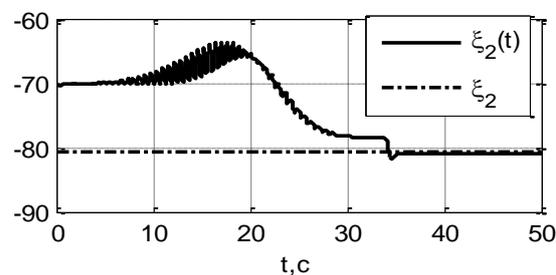


Рис. 8. Управление

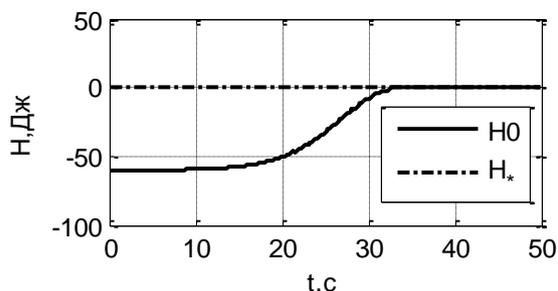


Рис. 9. Гамильтониан маятника

#### 4.2. Управление вибрационным гироскопом

Решена задача возбуждения вынужденных колебаний в МЭМС-гироскопе (рис. 1.4) для оценки угловой скорости основания. Управление гироскопом без обратной связи оказывается чувствительным к малым вариациям параметров системы (Д.И. Бугров). Квазистационарную (по отношению к частотам вынужденных гармонических колебаний чувствительной массы) угловую скорость вращения основания вибрационного гироскопа, наряду с кососимметричными коэффициентами жесткости и демпфирования, принято рассматривать как неизвестный параметр, подлежащий адаптации (J. Fei и др.).

Синтезирован алгоритм управления по схеме, описанной в главе 2. Показано, что замкнутая система управления обладает высокими идентифицирующими свойствами и обеспечивают возбуждение вынужденных колебаний с заданной частотой и амплитудой (IFAC MICNON 2015).

## Основные выводы и результаты исследований

1. Предложена методика синтеза адаптивного управления вынужденными колебаниями нелинейной аффинной каскадной системы на основе метода скоростного биградиента. Методика позволяет синтезировать энергетически эффективные алгоритмы адаптивного управления вынужденными колебаниями нелинейных аффинных каскадных систем.

2. Предложена методика синтеза адаптивных алгоритмов управления гамильтоновыми системами с приводом на основе метода скоростного биградиента и энергетического подхода. Предложены два способа учета вхождения в целевую функцию неизвестных параметров. Методика позволяет синтезировать алгоритмы управления для задач с целевой функцией, зависящей от неизвестных параметров.

3. Синтезирован алгоритм адаптивной синхронизации двух маятников с разными параметрами с приводом. Исследованы идентифицирующие свойства алгоритма.

4. Синтезирован алгоритм адаптивного управления МЭМС-гироскопом, повышающий точность оценки неизвестных параметров за счет использования модифицированной целевой функции.

5. Синтезирован алгоритм адаптивного управления с переменной структурой маятника с маховичным управлением. Показано, что к выходному каскаду может быть отнесена не вся механическая подсистема, а только ее часть. Управление стабилизирует неустойчивое положение равновесия объектов колебательной природы при небольших энергетических затратах и с высокой точностью оценки параметров.

## ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК:

1. Мышляев Ю.И., Финошин А.В., Тар Яр Мью. Метод скоростного биградиента в задаче управления вибрационным гироскопом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т.16, №11. С. 783–792.
2. Мышляев Ю.И., Финошин А.В. Адаптивное управление одноосным вибрационным гироскопом. // Труды ФГУП "НПЦАП". Системы и приборы управления. 2014. № 1. С. 78-89.

### Другие публикации (основные):

3. Мышляев Ю. И., Финошин А. В. Алгоритмы управления гамильтоновыми системами в условиях параметрической неопределенности // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 77-30569/282904, №12, декабрь 2011 г. <http://technomag.bmstu.ru/doc/282904.html>.
4. Myshlyayev Y.I., Finoshin A.V., Tar Yar Myo. Sliding mode with tuning surface control for MEMS vibratory gyroscope // 2014 6<sup>th</sup> IEEE International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (IEEE ICUMT), St. Petersburg, Russia, October 6–8, 2014. P. 360–365.
5. Myshlyayev Y.I., Finoshin A. V. Sliding mode with tuning surface in problem of synchronization of two-pendulum system motion // 11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (IFAC

- ALCOSP), University of Caen Basse-Normandie, Caen, France, July 3-5, 2013, pp 221-226.
6. Yury I. Myshlyayev, Alexander V. Finoshin. The speed bi-gradient method for model reference adaptive control of affine cascade systems // 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (IFAC MICNON) 2015 — Saint Petersburg, Russia, 24-26 June 2015, IFAC-PapersOnLine: Volume 48, Issue 11, 2015, Pages 489–495
  7. Мышляев Ю.И., Финошин А.В., Тар Яр Мью. Адаптивное управление одноосным вибрационным гироскопом с интегратором // XII Всероссийское совещание по проблемам управления, Россия, Москва, Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН, 16–19 июня 2014 г. С. 2246–2256.
  8. Мышляев Ю.И., Финошин А.В. Синхронизация маятников в условиях параметрической неопределённости // Вестник ТулГУ. Тула: Изд-во ТулГУ, 2011. – С. 86-89.
  9. Мышляев Ю.И., Финошин А.В. Алгоритмы бискоростного градиента в задачах управления гамильтоновыми системами // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: тезисы докладов XII Международной конференции. Москва, ИПУ РАН, 5 июня – 8 июня 2012 г. М.: Изд-во ИПУ РАН, 2012. С 254-255
  10. Y. I. Myshlyayev, A. V. Finoshin, Tar Yar Myo. Speed bi-gradient algorithms for nonlinear cascade systems with the modified reference model of the output subsystem // Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference), 2016 International Conference — Moscow, Russia, 1-3 June 2016, IEEE Xplore.

---

Подписано в печать 25.10.2017.

Формат 60 × 84/16. Печать офсетная. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Печ. л. 1,25. Усл. п. л. 1,16. Тираж 100 экз. Заказ № \_\_.

---

Отпечатано с готового оригинал- макета в Редакционно-издательском отделе  
КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана  
248000, г. Калуга, ул. Баженова, 2, тел. 57-31-87